المعاصر 2024

إعداد نخبة من خبراء التعليم

الكتاب الأساسى

- الجبر والاحتمال
- الهندسة

هدية مجانية
ليست مخصصة للبيع



الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى

GPS
تطبيق التعلم التفاعلى

الرياضيات

محتويات الكتاب

أولًا الجبر والاحتمال



ثانيًا الهندســــة



توزيع مقرر الرياضيات للصف الثالث الإعدادى
الفصل الدراسى الثانى

<table>
<tr><th>الشهر</th><th>الجبر والاحتمال
(فترة واحدة أسبوعيًا)</th><th>الهندسة
(فترة ونصف أسبوعيًا)</th></tr>
<tr><td>باقى فبراير + مارس</td><td>• الوحدة الأولى : المعادلات :
• حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين بيانيًا وجبريًا.
• حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد بيانيًا وجبريًا.
• حل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية.</td><td>• الوحدة الرابعة : الدائرة :
• تعاريف ومفاهيم أساسية.
• أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة.
• تعيين الدائرة.
• علاقة أوتار الدائرة بمركزها.
• الوحدة الخامسة :
الزوايا والأقواس فى الدائرة :
• الزاوية المركزية وقياس الأقواس.
• العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين فى القوس.</td></tr>
<tr><td>أبريل</td><td>• الوحدة الثانية :
دوال الكسور الجبرية والعمليات عليها :
• مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود.
• دالة الكسر الجبرى.
• تساوى كسرين جبريين.
• العمليات على الكسور الجبرية.
• الوحدة الثالثة : الاحتمال :
• العمليات على الأحداث.</td><td>• تابع الوحدة الخامسة :
• الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس.
• الشكل الرباعى الدائرى.
• خواص الشكل الرباعى الدائرى.
• العلاقة بين مماسات الدائرة.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">مايو</td><td>• تابع الوحدة الثالثة :
• الحدث المكمل ، الفرق بين حدثين.</td><td>• تابع الوحدة الخامسة :
• الزاوية المماسية.</td></tr>
<tr><td colspan="2">تمارين عامة ونماذج امتحانات</td></tr>
</table>

أولاً الجبر والاحتمال



مراجعة على تحليل المقادير الجبرية

١ إخراج العامل المشترك : أ ب + أ حـ = أ (ب + حـ)

• ٦ س^{٢} ص + ١٠ س ص^{٢} = ٢ س ص (٣ س + ٥ ص)

• ٢ أ (س + ص) − ب (س + ص) = (س + ص) (٢ أ − ب)

لاحظ أن : العامل المشترك عبارة عن مقدار جبرى وهو (س + ص)

---

٢ الفرق بين مربعين : أ^{٢} − ب^{٢} = (أ + ب) (أ − ب)

• س^{٢} − ٩ = (س + ٣) (س − ٣)

• ١٦ س^{٤} − ٨١ = (٤ س^{٢} + ٩) (٤ س^{٢} − ٩) = (٤ س^{٢} + ٩) (٢ س + ٣) (٢ س − ٣)

لاحظ : استمرارنا فى التحليل حتى يكون التحليل تامًا.

• ٢ س^{٣} − ٧٢ س = ٢ س (س^{٢} − ٣٦) = ٢ س (س + ٦) (س − ٦)

لاحظ : إخراجنا للعامل المشترك أولاً.

---

٣ مجموع المكعبين : أ^{٣} + ب^{٣} = (أ + ب) (أ^{٢} − أ ب + ب^{٢})

الفرق بين مكعبين : أ^{٣} − ب^{٣} = (أ − ب) (أ^{٢} + أ ب + ب^{٢})

• س^{٣} + ٨ = (س + ٢) (س^{٢} − ٢ س + ٤)

• ٣ س^{٤} ص − ٨١ س ص^{٤} = ٣ س ص (س^{٣} − ٢٧ ص^{٣})

= ٣ س ص (س − ٣ ص) (س^{٢} + ٣ س ص + ٩ ص^{٢})

---

٤ المقدار الثلاثى على الصورة : س^{٢} + ب س + حـ

حاصل ضربهما = ١٢

• س^{٢} + ٧ س + ١٢ = (س + ٣) (س + ٤)

مجموعهما = ٧

حاصل ضربهما = −١٢

• س^{٢} + س − ١٢ = (س + ٤) (س − ٣)

مجموعهما = ١

٥ المقدار الثلاثى على الصورة : $أ س^{٢} + ب س + حـ$

• $٦ س^{٢} + ٧ س + ٢$

ضربهما = ٦ ضربهما = ٢

$= (٢ س + ١) (٣ س + ٢)$

• $٣٦ س^{٣} - ٨٤ س^{٢} - ١٥ س$

$= ٣ س (١٢ س^{٢} - ٢٨ س - ٥) = ٣ س (٦ س + ١) (٢ س - ٥)$

طريقة المقص :

$(٢ س + ١)$	$(٦ س + ١)$
$(٣ س + ٢)$	$(٢ س - ٥)$

---

٦ المقدار الثلاثى المربع الكامل :

• $أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} = (أ + ب)^{٢}$

• $أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢} = (أ - ب)^{٢}$

• $س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ = (س + ٥)^{٢}$

• $٩ س^{٢} - ٢٤ س ص + ١٦ ص^{٢}$

$= (٣ س - ٤ ص)^{٢}$

• $٤ س^{٢} - ١٠ س + ٢٥$

مقدار ثلاثى غير مربع كامل

لأن : الحد الأوسط $\neq \pm ٢ \times \sqrt{٤ س^{٢}} \times \sqrt{٢٥}$

فى المقدار الثلاثى المربع الكامل :

* كل من الحد الأول والثالث مربع كامل.
* الحد الأوسط = $\pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

---

٧ التحليل بالتقسيم

• $أ س + أ ص + ب س + ب ص$

$= أ (س + ص) + ب (س + ص)$

$= (س + ص) (أ + ب)$

لاحظ أننا : قسمنا المقدار إلى مقدارين كل منهما يتكون من حدين.

• $س^{٢} - ص^{٢} + ٢ س - ٢ ص = (س - ص) (س + ص) + ٢ (س - ص)$

$= (س - ص) (س + ص + ٢)$

• $س^{٢} - ٢ س ص + ص^{٢} - ٩$

$= (س^{٢} - ٢ س ص + ص^{٢}) - ٩$

$= (س - ص)^{٢} - (٣)^{٢}$

$= (س - ص + ٣) (س - ص - ٣)$

لاحظ أننا : قسمنا المقدار إلى مقدار ثلاثى مربع كامل وحد جبرى مربع كامل.

تمرين لمراجعة ؟ تحليل المقادير الجبرية

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

[١] ٢٥ س^{٢} − ٩ ص^{٢}

[٢] ٢ س^{٥} + ٥٤ س^{٢}

[٣] ٢ ص^{٢} + ٥ ص + ٣

[٤] ٢ س^{٤} − ١٨

[٥] ٢ س^{٢} − ٢٠ س + ٤٨

[٦] س^{٢} + ٨ س + ١٦

[٧] ٨ س^{٣} + ٢٧

[٨] ص^{٢} − ٥٠ ص − ٥١

[٩] ٢٥ س^{٢} − ٣٠ س + ٩

[١٠] س^{٢} − ٨١

[١١] ص^{٥} − ص

[١٢] ٣ س^{٢} + ٧ س − ٦

[١٣] س^{٢} − ٨ س + ١٢

[١٤] ٣ س^{٣} + ٢ س^{٢} + ١٢ س + ٨

[١٥] س^{٣} − ١٢٥

[١٦] ٤ س^{٢} − ١٢ س + ٩

[١٧] أ^{٣} + ٣ أ^{٢} − ٩ أ − ٢٧

[١٨] −٢ س^{٢} − ١٥ س − ٧

[١٩] س^{٢} − ٧ س + ١٠

[٢٠] ٩ س^{٤} − ١٦ ص^{٤}

[٢١] س^{٤} − ٩ س^{٢} + ٢٠

[٢٢] ١ − ٤ س^{٢}

[٢٣] ٥ س^{٢} − ٣ س − ٢

[٢٤] ٣ س^{٤} − ١٥ س^{٣} + ١٢ س^{٢}

[٢٥] ٣ س^{٢} − ١٩ س + ٦

[٢٦] ٤ س^{٢} + ٢٨ س ص + ٤٩ ص^{٢}

[٢٧] س^{٦} − ٦٤ ص^{٦}

[٢٨] ٢ ص^{٤} − ٤ ص^{٣} + ٧ ص − ١٤

[٢٩] س^{٤} − ٥ س^{٢} − ٢٤

[٣٠] ٩ س^{٤} − ١٣ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤}

الوحدة 1

المعادلات



الدرس الأول

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا .

الدرس الثانى

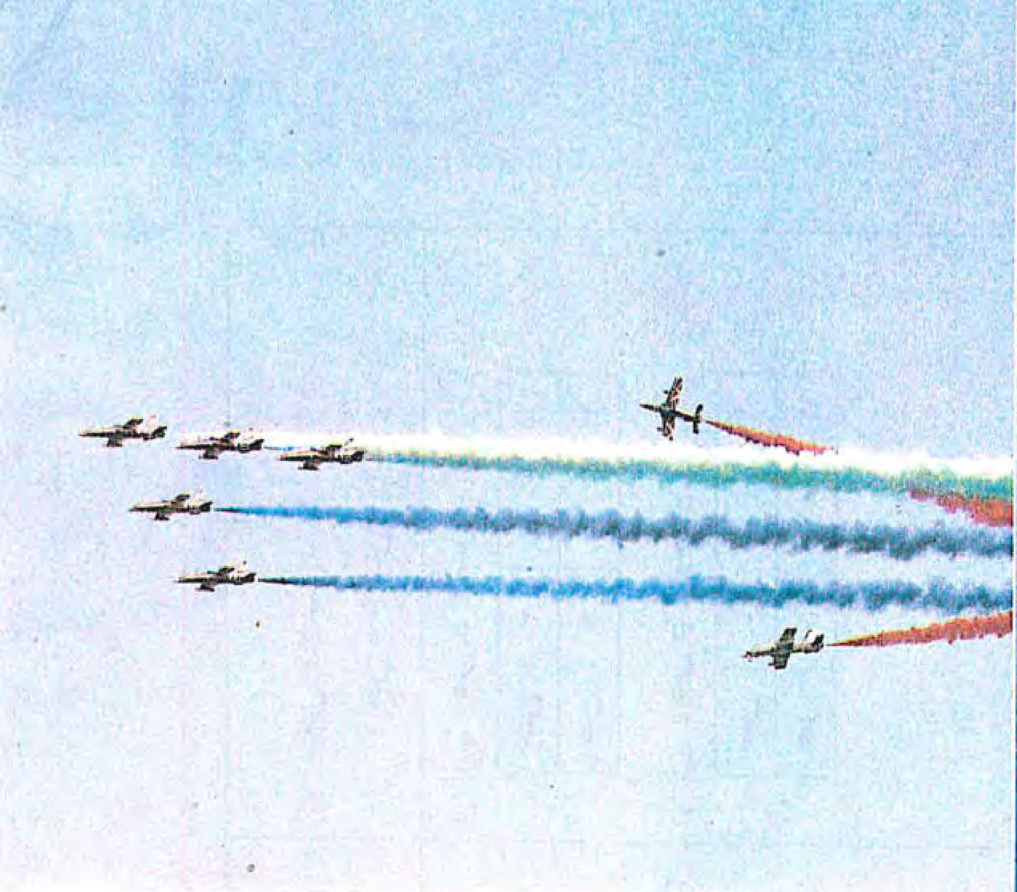
حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانيًا وجبريًا.

الدرس الثالث

حل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية.

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستدعى ما تم دراسته سابقًا عن تحليل المقادير الجبرية.
- يحل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا.
- يحل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين جبريًا بطريقة الحذف وطريقة التعويض.
- يحدد عدد حلول معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين.
- يحل مسائل لفظية تؤول في حلها إلى معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين.
- يحل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانيًا.
- يحل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد باستخدام القانون العام.
- يحدد عدد حلول معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد.
- يحل مسائل لفظية تؤول في حلها إلى معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد.
- يحل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية.
- يحل مسائل لفظية تؤول في حلها إلى معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية.
- يستخدم الآلة الحاسبة في حل المعادلات.



الدرس **1**

حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين بيانيًا وجبريًا

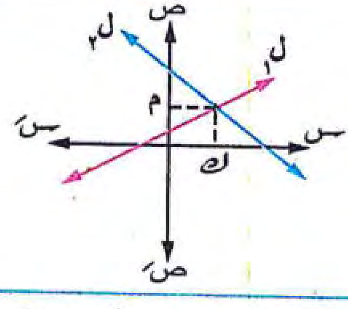
أولًا حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين بيانيًا

* المقصود بحل معادلتين آنيًا إيجاد الزوج المرتب أو الأزواج المرتبة التى تحقق المعادلتين فى آن واحد.
* حيث إن مجموعة الحل للمعادلة من الدرجة الأولى فى متغيرين فى ح × ح يمثلها بيانيًا خط مستقيم ،

إذًا لحل المعادلتين بيانيًا نتبع الآتى :

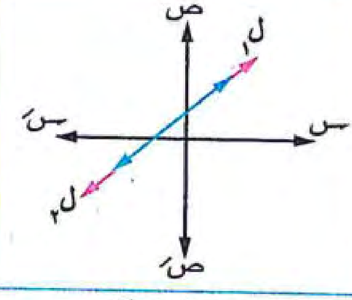
ارسم فى المستوى الديكارتى الخطين المستقيمين الممثلين للمعادلتين ليكونا $ل_{١}$ ، $ل_{٢}$ فتكون مجموعة الحل عبارة عن نقط تقاطع المستقيم $ل_{١}$ مع المستقيم $ل_{٢}$ وتوجد ثلاث حالات.

١ $ل_{١}$ ، $ل_{٢}$ يتقاطعان فى نقطة ولتكن (ك ، م)



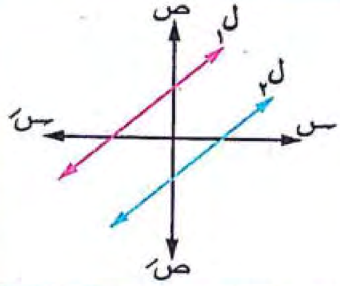
* يوجد حل وحيد هو (ك ، م)
* مجموعة الحل = {(ك ، م)}

٢ $ل_{١}$ ، $ل_{٢}$ منطبقان



* يوجد عدد لا نهائى من الحلول.

٣ $ل_{١}$ ، $ل_{٢}$ متوازيان



* لا يوجد حل.
* مجموعة الحل = $\emptyset$

والأمثلة الثلاثة فى الجدول التالى توضح جميع الحالات السابقة.

مثال ١

ل١ : ٢ س − ص = ٥
ل٢ : س + ٣ ص + ١ = ٠

∵ ل١ : ص = ٢ س − ٥

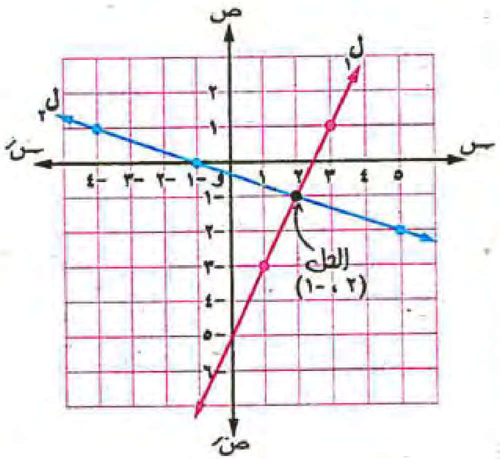
∴

س	١	٢	٣
ص	−٣	−١	١

∵ ل٢ : س = −٣ ص − ١

∴

س	−١	−٤	٥
ص	٠	١	−٢



مجموعة الحل فى ع٢ هى {(٢ ، −١)}

مثال ٢

ل١ : ص = ٢ س − ٤
ل٢ : ٤ س = ٢ ص + ٨

∵ ل١ : ص = ٢ س − ٤

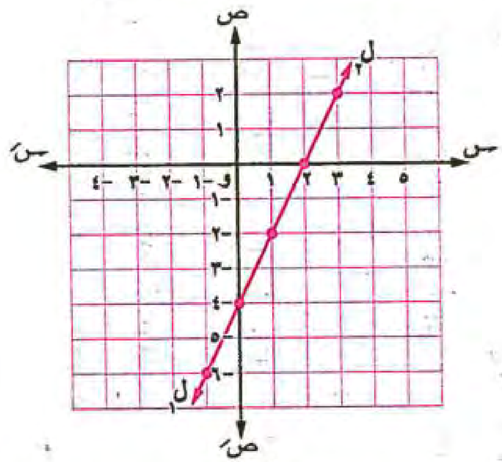
∴

س	٠	١	−١
ص	−٤	−٢	−٦

∵ ل٢ : س = $\frac{٢ ص + ٨}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ ص + ٢

∴

س	٢	٣	١
ص	٠	٢	−٢



مجموعة الحل فى ع٢ هى {(س ، ص) : ص = ٢ س − ٤ ، (س ، ص) ∈ ع٢}

مثال ٣

ل١ : ص = ٢ س − ٢
ل٢ : ٢ ص − ٤ س − ٢ = ٠

∵ ل١ : ص = ٢ س − ٢

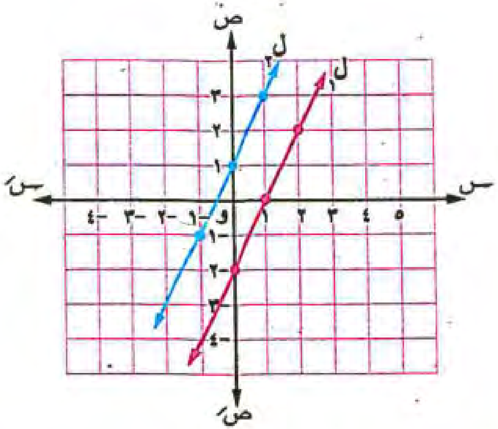
∴

س	٢	١	٠
ص	٢	٠	−٢

∵ ل٢ : ص = ٢ س + ١

∴

س	٠	١	−١
ص	١	٣	−١



مجموعة الحل فى ع٢ هى ∅

ملاحظات على الأمثلة السابقة

- في مثال (١) : إذا قمت بالتعويض عن س = ٢ ، ص = −١ في كل معادلة من المعادلتين ستجد أن كلًا منهما تتحقق ، وهذا معناه أن الزوج المرتب (٢ ، −١) يحقق كلًا من المعادلتين. هذه الطريقة يمكن استخدامها للتأكد من صحة الحل البياني.
- في مثال (٢) : لاحظ أن المعادلتين : ص = ٢ س − ٤ ، ٤ س = ٢ ص + ٨ هما صورتان مختلفتان لنفس المعادلة ، فالمعادلة ٤ س = ٢ ص + ٨ يمكن كتابتها على الصورة : ٢ ص = ٤ س − ٨ وهي نفسها المعادلة : ص = ٢ س − ٤ (وذلك بقسمة كل من طرفيها على ٢)
- في مثال (٣) : يمكن كتابة المعادلتين على الصورة : ص − ٢ س = −٢ ، ص − ٢ س = ١ ومن الواضح أنه لا يوجد زوج مرتب يحقق كلًا من المعادلتين في نفس الوقت لأن المقدار (ص − ٢ س) لا يمكن أن يساوي −٢ ، ١ في نفس الوقت لجميع قيم س ، ص وهذا معناه أن مجموعة الحل = $\emptyset$

تحديد عدد الحلول بدون الرسم البياني

يمكنك تحديد عدد حلول معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بدون رسمهما بيانيًا باتباع الآتي :

أوجد ميلي المستقيمين م١ ، م٢

إذا كان

- م١ ≠ م٢
  - فإن المستقيمين متقاطعان في نقطة واحدة فيكون عدد الحلول = ١
- م١ = م٢
  - نوجد نقطتي تقاطع المستقيمين مع محور الصادات
  - إذا كانت
    - النقطتان متساويتين
      - فإن المستقيمين منطبقان فيكون عدد الحلول لا نهائي
    - النقطتان مختلفتين
      - فإن المستقيمين متوازيان وغير منطبقين فيكون عدد الحلول = صفر

مثال ٤

أوجد عدد حلول كل زوج من المعادلات الآتية :

١ س + ٢ ص = ١ ، ٢ س + ٣ ص = ١٢

٢ ٤ س − ص + ٧ = ٠ ، ٢ ص − ٨ س = ١٤

٣ ٢ س − ٣ ص = ٦ ، ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ٣

الحـــل

١ ∵ م$_١$ = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-١}{٢}$ ، م$_٢$ = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-٢}{٣}$

∴ م$_١$ ≠ م$_٢$ ∴ المستقيمان متقاطعان فى نقطة ∴ عدد الحلول = ١

٢ ∵ م$_١$ = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-٤}{-١}$ = ٤ ، م$_٢$ = $\frac{-(-٨)}{٢}$ = ٤ ∴ م$_١$ = م$_٢$

، المستقيمان يقطعان محور الصادات فى ذات النقطة (٠ ، ٧)

∴ المستقيمان منطبقان

∴ عدد الحلول = عدد لا نهائى

> **لاحظ أنه :**
> يمكن إيجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات بوضع س = ٠ وإيجاد قيمة ص المناظرة.

٣ ∵ م$_١$ = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-٢}{-٣}$ = $\frac{٢}{٣}$ ، م$_٢$ = معامل س = $\frac{٢}{٣}$

∴ م$_١$ = م$_٢$

، ∵ المستقيم الأول يقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، −٢)

، المستقيم الثانى يقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ٣)

∴ المستقيمان متوازيان لتساوى الميلين واختلاف النقطتين ∴ عدد الحلول = ٠

حاول بنفسك ١

أوجد بيانيًا فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

ص = س + ٢ ، ص + ٢ س = ٨

ثانيًا حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين جبريًا

تعتمد هذه الطريقة على التخلص من أحد المتغيرين فنحصل على معادلة من الدرجة الأولى فى متغير واحد ، ويمكن الحصول على قيمة هذا المتغير بحل هذه المعادلة ، ثم نعوض بالقيمة التى حصلنا عليها فى أى من المعادلتين وبذلك نحصل على قيمة المتغير الآخر الذى سبق التخلص منه ، ونتبع فى ذلك إحدى الطريقتين :

١ طريقة التعويض.

٢ طريقة الحذف.

وفيما يلى سنتعرض لكل طريقة على حدة.

١ طريقة التعويض

المثال التالى يوضح استخدام طريقة التعويض لحل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين جبريًا.

مثال ٥

أوجد باستخدام طريقة التعويض مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين فى ح × ح :

٢ س − ص = ٥ ، س + ٣ ص + ١ = ٠

الحل

لاستخدام طريقة التعويض نتبع الخطوات التالية :

١ نحصل على أحد المتغيرين بدلالة المتغير الآخر من إحدى المعادلتين وذلك بوضع هذا المتغير فى أحد طرفى المعادلة على أن يكون معامله الوحدة.

من المعادلة الأولى :

∵ ٢ س − ص = ٥

∴ ص = ٢ س − ٥

٢ بالتعويض عن قيمة ص فى المعادلة الثانية نحصل على معادلة من الدرجة الأولى فى متغير واحد (س) وبحلها نحصل على قيمة س

بالتعويض عن قيمة ص = ٢ س − ٥ فى المعادلة الثانية :

∴ س + ٣ (٢ س − ٥) + ١ = ٠ ∴ س + ٦ س − ١٥ + ١ = ٠

∴ ٧ س − ١٤ = ٠ ∴ ٧ س = ١٤ ∴ س = ٢

٣ بالتعويض عن قيمة س فى المعادلة الناتجة من الخطوة الأولى نحصل على قيمة ص

∴ ص = ٢ × ٢ − ٥ ∴ ص = −١

∴ مجموعة الحل = {(٢ ، −١)}

! ملاحظة

فى المثال السابق :

يمكن الحل عن طريق الحصول على المتغير س بدلالة المتغير ص من المعادلة الثانية كالتالى :

- من المعادلة الثانية : ∵ س + ٣ ص + ١ = ٠ ∴ س = −٣ ص − ١ (١)
- بالتعويض عن قيمة س فى المعادلة الأولى : ∴ ٢ (−٣ ص − ١) − ص = ٥

∴ −٦ ص − ٢ − ص = ٥ ∴ −٧ ص = ٧ ∴ ص = −١

- بالتعويض فى المعادلة (١) : ∴ س = −٣ × (−١) − ١ ∴ س = ٢

∴ مجموعة الحل = {(٢ ، −١)} وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها سابقًا.

حاول بنفسك ٢

أوجد جبريًا فى ح × ح باستخدام طريقة التعويض مجموعة الحل للمعادلتين :

س + ص = ٤ ، ٢ س − ص = ٥

٢ طريقة الحذف

المثال التالى يوضح استخدام طريقة الحذف لحل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين جبريًا.

مثال ٦

أوجد باستخدام طريقة الحذف مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين فى ح × ح :

٢ س − ص = ٥ ، س + ٣ ص + ١ = ٠

الحل

لاستخدام طريقة الحذف نتبع الخطوات التالية :

١ نكتب كلًّا من المعادلتين على الصورة : أ س + ب ص = حـ

∴ ٢ س − ص = ٥ (١)

، س + ٣ ص = −١ (٢)

٢ نجعل معامل أحد المتغيرين «س أو ص» فى إحدى المعادلتين معكوسًا جمعيًا لمعامل نفس المتغير فى المعادلة الأخرى.

∴ بضرب طرفى المعادلة (٢) فى −٢ لنجعل معامل س فى المعادلة (٢) معكوسًا جمعيًا لمعامل س فى المعادلة (١) :

∴ −٢ س − ٦ ص = ٢ (٣)

٣ بجمع المعادلتين (٣) ، (١) نحصل على معادلة من الدرجة الأولى فى متغير واحد (ص) وبحلها نحصل على قيمة ص

بجمع المعادلتين (٣) ، (١) :

∴ −٧ ص = ٧ ∴ ص = −١

٤ بالتعويض عن قيمة ص فى إحدى المعادلتين نحصل على معادلة من الدرجة الأولى فى متغير واحد (س) وبحلها نحصل على قيمة س

∴ بالتعويض عن ص = -١ فى المعادلة (٢) ينتج أن : س + ٣ × (-١) = -١

∴ س - ٣ = -١ ∴ س = ٢

∴ مجموعة الحل = {(٢ ، -١)}

لاحظ أن : مجموعة الحل هى نفسها التى حصلنا عليها باستخدام طريقة التعويض فى مثال (٥) وباستخدام الحل البيانى فى مثال (١)

ملاحظة

فى المثال السابق :

يمكن الحل عن طريق جعل معاملى ص فى المعادلتين أحدهما معكوس جمعى للآخر كالتالى :

بضرب طرفى المعادلة (١) فى ٣ :

∴ ٦ س - ٣ ص = ١٥ ، ∵ س + ٣ ص = -١

بالجمع : ∴ ٧ س = ١٤ ∴ س = ٢

وبالتعويض عن س = ٢ فى المعادلة (١) ينتج أن : ٢ × ٢ - ص = ٥

∴ ٤ - ص = ٥ ∴ ص = -١

∴ مجموعة الحل = {(٢ ، -١)} وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها سابقًا.

حاول بنفسك ٣

أوجد جبريًا فى ح × ح باستخدام طريقة الحذف مجموعة الحل للمعادلتين :

س + ص = ٣ ، ٢ س - ٣ ص = ١

ثالثًا حل معادلتين آنيتين من الدرجة الأولى فى متغيرين باستخدام الآلة الحاسبة

يمكنك باستخدام الآلة الحاسبة من النوع الذى يدعم حل المعادلات التأكد من حل المعادلتين التى سبق لك حلهما بيانيًا وجبريًا بالتعويض والحذف وهما :

٢ س − ص = ٥ ، س + ٣ ص + ١ = ٠ كالتالى :



خطوة (١) نضع كل معادلة على الصورة : أ س + ب ص = حـ

∴ ٢ س − ص = ٥ ، س + ٣ ص = −١

خطوة (٢) نضغط على مفتاح MODE ونختار من القائمة (EQN) بضغط مفتاح الرقم المكتوب أمامها.

خطوة (٣) نختار المعادلة التى على الصورة : $(a_n x + b_n y = c_n)$ بضغط مفتاح الرقم المكتوب أمامها.

خطوة (٤) ندخل معاملات س ، ص والحد المطلق بإشاراتها بالترتيب للمعادلة الأولى ثم للمعادلة الثانية ، وذلك باستخدام مفتاح الإدخال = فى كل مرة.

خطوة (٥) نضغط = فتظهر لنا قيمة س وهى ٢

ثم نضغط مرة أخرى = فتظهر لنا قيمة ص وهى −١

فتكون مجموعة الحل = {(٢ ، −١)}

وهى نفس النتيجة التى حصلت عليها سابقًا.

حاول بنفسك ٤

باستخدام الآلة الحاسبة العلمية أوجد مجموعة حل المعادلتين :

٢ س + ص = ٠ ، س + ٢ ص − ٣ = ٠

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين

فى هذا النوع من المسائل اللفظية يسير الحل كما يلى :

1. نفرض أحد المجهولين س والآخر ص
2. من معطيات المسألة نكون معادلتين من الدرجة الأولى فى س ، ص
3. نحل المعادلتين جبريًا أو بيانيًا لنحصل على قيمة س ، قيمة ص ويفضل حلهما جبريًا.

مثال ٧

عددان نسبيان مجموعهما ١٤ ، وضعف أكبرهما يزيد عن ثلاثة أمثال أصغرهما بمقدار ٣

فأوجد العددين.

الحل

نفرض أن العدد الأكبر = س ، وأن العدد الأصغر = ص

∵ مجموعهما = ١٤ ∴ س + ص = ١٤ (١)

، ∵ ضعف الأكبر يزيد عن ثلاثة أمثال الأصغر بمقدار ٣

∴ ٢ × العدد الأكبر − ٣ × العدد الأصغر = ٣ ∴ ٢ س − ٣ ص = ٣ (٢)

ولحل المعادلتين (١) ، (٢) : نضرب طرفى المعادلة (١) × ٣

∴ ٣ س + ٣ ص = ٤٢ (٣)

وبجمع (٢) ، (٣) : ∴ ٥ س = ٤٥ ∴ س = ٩

وبالتعويض فى (١) : ∴ ٩ + ص = ١٤ ∴ ص = ٥

∴ العدد الأكبر = ٩ ، والعدد الأصغر = ٥

مثال ٨

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم ، ضعف طوله مضافًا إليه ثلاثة أمثال عرضه يساوى ٤٥ سم ، **أوجد كلاً من طول وعرض المستطيل.**

الحـــل

نفرض أن الطول = س سم ، العرض = ص سم ∴ ص = س − ٥ (١)

، ٢ س + ٣ ص = ٤٥ (٢)

بالتعويض من (١) فى (٢) : ∴ ٢ س + ٣ (س − ٥) = ٤٥

∴ ٢ س + ٣ س − ١٥ = ٤٥ ∴ ٥ س = ٦٠ ∴ س = ١٢

وبالتعويض فى (١) : ∴ ص = ١٢ − ٥ ∴ ص = ٧

∴ طول المستطيل = ١٢ سم ، عرض المستطيل = ٧ سم

مثال ٩

عدد مكون من رقمين ، ورقم عشراته ضعف رقم آحاده ، وإذا عُكس وضع رقميه كان العدد الناتج ينقص عن العدد الأصلى بمقدار ٢٧ **أوجد العدد الأصلى.**

الحـــل

نفرض أن رقم الآحاد = س ، وأن رقم العشرات = ص

∵ رقم العشرات ضعف رقم الآحاد ∴ ص = ٢ س (١)

العدد الأصلى = س + ١٠ ص

وإذا عكسنا وضع الرقمين أى أصبح الآحاد = ص ، العشرات = س

فإن العدد الناتج = ص + ١٠ س

ويمكن توضيح ذلك بالجدول المقابل :

	رقم الآحاد	رقم العشرات	العدد
العدد الأصلى	س	ص	س + ١٠ ص
العدد الناتج	ص	س	ص + ١٠ س

، ∵ العدد الناتج ينقص عن العدد الأصلى بمقدار ٢٧

∴ العدد الأصلى − العدد الناتج = ٢٧ ∴ (س + ١٠ ص) − (ص + ١٠ س) = ٢٧

∴ س + ١٠ ص − ص − ١٠ س = ٢٧

∴ ٩ ص − ٩ س = ٢٧ ∴ ص − س = ٣ (٢)

وبالتعويض عن قيمة ص = ٢ س من المعادلة (١) فى المعادلة (٢) :

∴ ٢ س − س = ٣ ∴ س = ٣

وبالتعويض عن قيمة س = ٣ فى المعادلة (١) :

∴ ص = ٢ × ٣ ∴ ص = ٦

∴ رقم الآحاد = ٣ ، رقم العشرات = ٦ ∴ العدد الأصلى = ٦٣

مثال ١٠

منذ سنتين كان عمر رجل أربعة أمثال عمر ابنه و بعد ٣ سنوات من الآن يصير عمر الرجل ثلاثة أمثال عمر ابنه. **أوجد عمر كل منهما الآن.**

الحل

الجدول التالى يبين أعمار الرجل وابنه الآن ومنذ سنتين وبعد ثلاث سنوات :

	عمر الرجل	عمر الابن
الآن	س	ص
منذ سنتين	س − ٢	ص − ٢
بعد ٣ سنوات	س + ٣	ص + ٣

∵ منذ سنتين كان عمر الرجل يساوى أربعة أمثال عمر ابنه

∴ س − ٢ = ٤ (ص − ٢)

∴ س − ٢ = ٤ ص − ٨

∴ س − ٤ ص = −٦ (١)

، ∵ بعد ٣ سنوات من الآن يكون عمر الرجل = ٣ أمثال عمر ابنه

∴ س + ٣ = ٣ (ص + ٣) ∴ س + ٣ = ٣ ص + ٩ ∴ س − ٣ ص = ٦ (٢)

وبطرح المعادلة (١) من المعادلة (٢) : ∴ ص = ١٢

وبالتعويض فى (١) : ∴ س − ٤٨ = −٦ ∴ س = ٤٢

∴ عمر الرجل الآن = ٤٢ سنة ، عمر الابن الآن = ١٢ سنة

حاول بنفسك ٥

عددان مجموعهما ١٢ وضعف أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٣ **أوجد العددين.**

تمارين 1

على حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين بيانيًا وجبريًا

اختبار تفاعلى

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد بيانيًا فى ح × ح مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية :

١) ص + س = ٧ ، ص = ٢ س + ١ (الإسكندرية ١٥) «{(٢ ، ٥)}»

٢) س + ص = ٥ ، س − ص = ١ (ج. سيناء ١٣) «{(٣ ، ٢)}»

٣) ٣ س + ص = ٥ ، ص + ٣ س = ٨ «∅»

٤) ٢ س + ص = ٤ ، ٨ − ٢ ص = ٤ س «عدد لا نهائى»

٥) ٢ س + ص = ٠ ، س + ٢ ص = ٣ «{(−١ ، ٢)}»

٦) ص = −٣ ، س − ص = ٥ «{(٢ ، −٣)}»

---

٢ أوجد جبريًا فى ح × ح مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية :

١) س = ص ، س + ٣ ص = ٨ «{(٢ ، ٢)}»

٢) س − ص = ٢ ، س + ص = ٤ (البحر الأحمر ١٨) «{(٣ ، ١)}»

٣) ص = س − ١ ، ص + ٢ س = ٥ «{(٢ ، ١)}»

٤) س + ٥ ص = ٤ ، ٢ س − ٥ ص = ١١ (مطروح ١٨) «{(٥ ، $-\frac{١}{٥}$)}»

٥) س = ص + ٤ ، ٣ س + ٤ ص = ٥ (الدقهلية ١٨) «{(٣ ، −١)}»

٦) ٢ س − ص = ٣ ، س + ٢ ص = ٤ (أسيوط ٢٣ ، الشرقية ١٩) «{(٢ ، ١)}»

٧) ٣ س + ٢ ص = ٤ ، س − ٣ ص = ٥ (الجيزة ٢٣ ، كفر الشيخ ١٩) «{(٢ ، −١)}»

٨) ٣ س + ٤ ص = ٢٤ ، س − ٢ ص = −٢ (الغربية ١٨ ، الجيزة ١٢) «{(٤ ، ٣)}»

٩) ٣ س − ص = −٤ ، ص − ٢ س = ٣ (أسوان ١٩) «{(−١ ، ١)}»

١٠) س + ٢ ص = ٥ ، ٣ س = ص + ٨ (الشرقية ١٨) «{(٣ ، ١)}»

١١) ٥ ص + س = ٢ ، ٢ س − ٣ ص + ٩ = ٠ «{(−٣ ، ١)}»

[١٢] ٢ ص − ٣ س = ٧ ، ٣ ص + ٢ س = ٤ «{(−١ ، ٢)}»

[١٣] س + ٢ ص = ١ ، ٢ س + ٤ ص = −٥ «∅»

[١٤] $\frac{س}{٦} + \frac{ص}{٣} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{س}{٢} + \frac{٢ ص}{٣} = ١$ «{(٢ ، ٠)}»

---

[٣] أوجد فى ح × ح مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية جبريًا وبيانيًا :

[١] ص = س + ٤ ، س + ص = ٤ (الغربية ١٩ ، سوهاج ١٦) «{(٠ ، ٤)}»

[٢] ٣ س − ص + ٤ = ٠ ، ص = ٢ س + ٣ «{(−١ ، ١)}»

[٣] ٢ س + ص = ١ ، س + ٢ ص = ٥ «{(−١ ، ٣)}»

[٤] س + ٢ ص = ٨ ، ٣ س + ص = ٩ «{(٢ ، ٣)}»

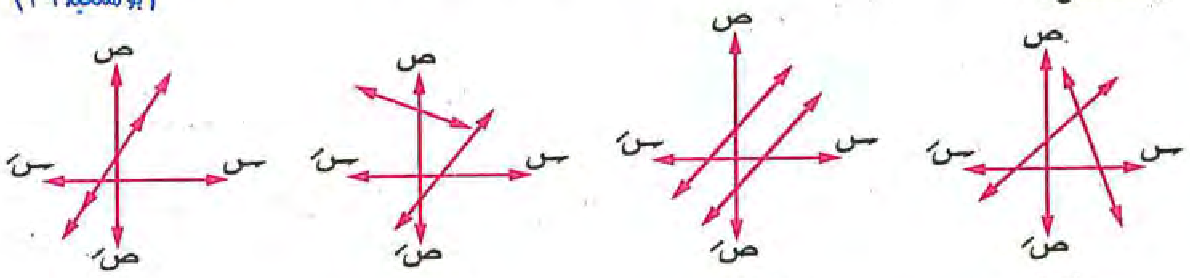
[٥] س − ص = ٤ ، ٣ س + ٢ ص = ٧ (دمياط ١٣) «{(٣ ، −١)}»

[٦] ٣ س + ٤ ص = ١١ ، ٢ س + ص − ٤ = ٠ «{(١ ، ٢)}»

---

[٤] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] أى من الأشكال التالية يمثل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين ليس لهما حل مشترك ؟ (بورسعيد ١٩)



(أ) (ب) (جـ) (د)

[٢] عدد حلول معادلة الدرجة الأولى فى متغيرين يساوى .... (القاهرة ٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

[٣] عدد حلول المعادلة : س = ١ فى ح × ح .... حلًا. (الوادى الجديد ٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

[٤] نقطة تقاطع المستقيمين : س + ٣ = ٠ ، ص = ٥ هى .... (القليوبية ٢٣)

(أ) (٣ ، ٥) (ب) (−٣ ، ٥) (جـ) (−٣ ، −٥) (د) (٣ ، −٥)

٥ نقطة تقاطع المستقيمين : س + ٢ = ٠ ، ص = س هى .... (الدقهلية ١٧)

(أ) (٢ ، ٢) (ب) (٢ ، ٠) (جـ) (-٢ ، -٢) (د) (٠ ، ٠)

٦ نقطة تقاطع المستقيمين : س + ٣ = ٠ ، ص - ٥ = ٠ تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٧ مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٠ ، ص - ٥ = ٠ فى ح × ح هى .... (الجيزة ٢٣)

(أ) {(-٥ ، ٥)} (ب) {(٥ ، -٥)} (جـ) {(٥ ، ٥)} (د) {(-٥ ، -٥)}

٨ مجموعة حل المعادلتين : س + ٣ ص = ٤ ، ٣ ص + س = ١ فى ح × ح هى .... (أسوان ٢٣)

(أ) Ø (ب) {(١ ، ١)} (جـ) {(٠ ، $\frac{١}{٣}$)} (د) {(٠ ، ٠)}

٩ المستقيمان : ٣ س = ٧ ، ٢ ص = ٩ يكونان .... (مطروح ١٦ ، الأقصر ١٦)

(أ) متوازيين. (ب) منطبقين.

(جـ) متقاطعين وغير متعامدين. (د) متعامدين.

١٠ المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س + ٥ ص = ١ ، س + ٥ ص - ٨ = ٠ يكونان .... (البحيرة ٢٣ ، البحيرة ١٧ ، الجيزة ١٦)

(أ) متوازيين. (ب) منطبقين.

(جـ) متعامدين. (د) متقاطعين وغير متعامدين.

١١ مجموعة حل المعادلتين : س - ٢ ص = ١ ، ٣ س + ص = ١٠ فى ح × ح هى .... (سوهاج ١٨ ، بورسعيد ١٣ ، الفيوم ١١)

(أ) {(٥ ، ٢)} (ب) {(٢ ، ٤)} (جـ) {(١ ، ٣)} (د) {(٣ ، ١)}

١٢ المستقيمان : ٣ س + ٥ ص = ٠ ، ٥ س - ٣ ص = ٠ يتقاطعان فى .... (الإسكندرية ١٤ ، البحيرة ١١)

(أ) نقطة الأصل. (ب) الربع الأول.

(جـ) الربع الثانى. (د) الربع الرابع.

[13] عدد حلول المعادلتين : س − $\frac{1}{2}$ ص = ٤ ، ٢ س − ص = ٢ فى ح^2
هو ………… (القليوبية ١٦ ، المنوفية ١٦)

(أ) حل وحيد. (ب) حلان. (جـ) عدد لا نهائى. (د) صفر.

[14] إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س + ٣ ص = ٤ ، س + أ ص = ٧
متوازيين فإن : أ = ………… (القليوبية ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١١

[15] إذا كان للمعادلتين : س + ٢ ص = ١ ، ٢ س + ك ص = ٢ حل وحيد
فى ح × ح فإن ك لا يمكن أن تساوى ………… (الدقهلية ١٧)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) −٢ (د) −٤

[16] إذا كانت نقطة تقاطع المستقيمين : س − ١ = ٠ ، ص = ٢ ك تقع فى الربع الرابع
فإن : ك يمكن أن تساوى ………… (كفر الشيخ ١٦)

(أ) −٥ (ب) ٠ (جـ) ١ (د) ٥

[17] إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائى
من الحلول فى ح × ح فإن : ك = ………… (المنوفية ٢٣ ، سوهاج ١٩ ، البحيرة ١٨ ، قنا ١٧)

(أ) ٤ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ٢١

---

[5] ما عدد حلول كل زوج من المعادلات الآتية :

[1] ٧ س + ٤ ص = ٦ ، ٥ س − ٢ ص = ١٤

[2] ٤ س + ٢ ص = ١٠ ، ص = − ٢ س − ٥

[3] ٩ س + ٦ ص = ٢٤ ، ٣ س + ٢ ص = ٨

---

[6] أوجد قيمة كل من أ ، ب فيما يأتى :

أ س + ب ص − ٥ = ٠ ، ٣ أ س + ب ص = ١٧

علمًا بأن : (٣ ، −١) حل المعادلتين. (الدقهلية ٢٣ ، الأقصر ١٨ ، دمياط ١٧ ، الغربية ١٦) «٢ ، ١»

٧ إذا كان : (أ ، ٢ ب) حلًا للمعادلتين : ٣ س − ص = ٥ ، س + ص = −١

فأوجد : قيمتى أ ، ب (الدقهلية ١٧) «١ ، −١»

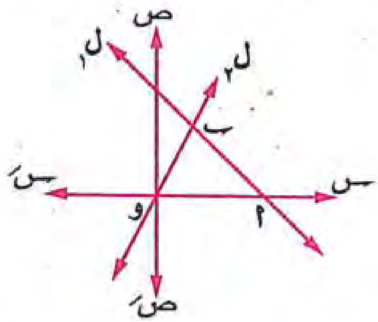
---

٨ إذا كانت : د (س) = أ س^{٢} + ب ، وكانت د (١) = ٥ ، د (٢) = ١١

فأوجد : قيمتى أ ، ب (الفيوم ٠٩) «٢ ، ٣»

---

٩ **فى الشكل المقابل :**



إذا كانت معادلة الخط المستقيم ل$_{١}$ هى : س + ص = ٦

ومعادلة الخط المستقيم ل$_{٢}$ هى : ص − ٢ س = ٠

حيث ل$_{١}$ ∩ ل$_{٢}$ = {ب} ، و نقطة الأصل ، أ ∈ $\overleftrightarrow{\text{س س′}}$

أوجد : مساحة △ و أ ب (الشرقية ١٥) «١٢ وحدة مربعة»

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين

١ عددان نسبيان مجموعهما ٦٣ ، والفرق بينهما ١١ أوجد العددين. (البحيرة ١٦) «٣٧ ، ٢٦»

---

٢ عددان صحيحان مجموعهما ٥٤ ، ضعف العدد الأول يساوى العدد الثانى

فأوجد العددين. «١٨ ، ٣٦»

---

٣ عددان إذا أُضيف ثلاثة أمثال العدد الأول إلى ضعف العدد الثانى كان الناتج ١٣ وإذا أُضيف العدد الأول إلى ثلاثة أمثال العدد الثانى كان الناتج ١٦ فما العددان ؟ (بورسعيد ١٧) «١ ، ٥»

---

٤ 📖 مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ، فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم

أوجد مساحة المستطيل. (القليوبية ١٩ ، القاهرة ١٧ ، الإسكندرية ١٢) «٤٥ سم^{٢}»

---

٥ 📖 إذا كان عدد الفرق الرياضية المشاركة فى بطولة كأس الأمم الأفريقية ١٦ فريقًا ، وكان عدد الفرق غير العربية يزيد عن ثلاثة أمثال عدد الفرق العربية بمقدار ٤

أوجد عدد الفرق العربية المشاركة فى البطولة. «٣ فرق»

٦ مجموع عمرى أب وابنه ٥٥ سنة فإذا كان عمر الأب يزيد عن أربعة أمثال عمر ابنه بمقدار ٥ سنوات ، فما عمر كل منهما ؟ «٤٥ سنة ، ١٠ سنوات»

٧ زاويتان متكاملتان ضعف قياس أكبرهما يساوى سبعة أمثال قياس الصغرى.
أوجد قياس كل زاوية. «١٤٠° ، ٤٠°»

٨ زاويتان حادتان فى مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠°
أوجد قياس كل زاوية. (قنا ٢٣ ، البحيرة ١٩ ، القليوبية ١٨ ، دمياط ١٧) «٧٠° ، ٢٠°»

٩ إذا كان ثمن ٤ أقلام وكتابين ٢٢ جنيهًا ، وإذا زاد عدد الأقلام قلمًا ونقص عدد الكتب كتابًا لأصبح الثمن الكلى ٢٠ جنيهًا ، أوجد ثمن كل من القلم والكتاب. «٣ جنيهات ، ٥ جنيهات»

١٠ عدد مكون من رقمين ومجموع رقميه يساوى ثلاثة أمثال رقم آحاده ورقم عشراته يزيد ٤ عن رقم آحاده ، فما هو هذا العدد ؟ «٨٤»

١١ عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ وإذا عكس وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ٢٧ فما العدد الأصلى ؟ (كفر الشيخ ١٦) «٤٧»

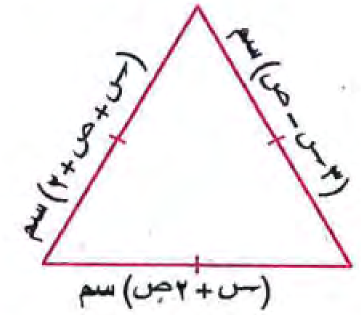
١٢ عدد مكون من رقمين فإذا كان العدد يساوى خمسة أمثال مجموع رقميه ، وإذا عُكس وضع الرقمين كان العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ٩ فما العدد الأصلى ؟ «٤٥»

١٣ عدد نسبى إذا طرح من كل من بسطه ومقامه واحد لأصبح العدد النسبى مساويًا $\frac{١}{٢}$ ، وإذا أضيف إلى المقام ٥ لأصبح العدد النسبى مساويًا $\frac{١}{٣}$ أوجد العدد النسبى. «$\frac{٤}{٧}$»

١٤ إذا كان مجموع عمرى أحمد وأسامة الآن ٤٣ سنة ، وبعد ٥ سنوات يكون الفرق بين عمريهما ٣ سنوات أوجد عمر كل منهما بعد ٧ سنوات. «٣٠ سنة ، ٢٧ سنة»

١٥ منذ خمس سنوات كان عمر مجدى خمسة أمثال عمر ابنته دينا ، وبعد أربع سنوات من الآن يصير عمر مجدى ثلاثة أمثال عمر دينا فما عمر كل منهما الآن ؟ «٥٠ سنة ، ١٤ سنة»

١٦ في الشكل المقابل :
مثلث متساوى الأضلاع
أوجد طول ضلعه.



«٧ سم»

---

١٧ مثلث متساوى الساقين قياسا زاويتى القاعدة فيه (٥ س - ٥ ص)° ، (٣ س + ٥ ص)°
وقياس زاوية رأسه (٢ س)° **أوجد قيمة كل من : س ، ص** «١٨ ، ٣,٦»

للمتفوقين

١ إذا كان : $\frac{١}{ل} + \frac{١}{م} = ٣$ ، $\frac{٢}{ل} + \frac{٣}{م} = ١٠$ **فأوجد قيمة كل من : ل ، م** «-١ ، $\frac{١}{٤}$»

---

٢ مستطيل محيطه ٢٤ سم ، وإذا نقص طوله ٤ سم وزاد عرضه ٢ سم صار مربعًا.
أوجد مساحة المربع. (الإسماعيلية ١٣) «٢٥ سم^{٢}»

---

٣ يُراد تحويل مبلغ ٨ جنيهات إلى ٢١ ورقة مالية بعضها فئة ٢٥ قرشًا والبعض الآخر فئة ٥٠ قرشًا فكم عدد الورقات المالية لكل فئة ؟ «١٠ فئة ٢٥ قرشًا ، ١١ فئة ٥٠ قرشًا»



الدرس 2

حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد بيانيًا وجبريًا

أولًا حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد بيانيًا

لحل المعادلة التربيعية فى مجهول واحد بيانيًا اتبع الخطوات الآتية :

١ ضع المعادلة على الصورة : أ س^{٢} + ب س + حـ = ٠

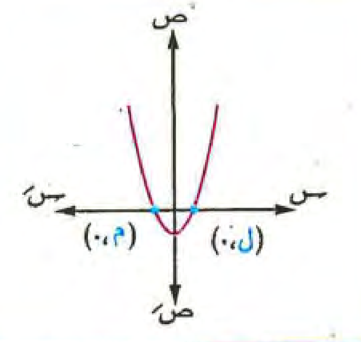
٢ افرض أن : د (س) = أ س^{٢} + ب س + حـ ثم ارسم منحنى الدالة د

٣ عيِّن نقط تقاطع منحنى الدالة د مع محور السينات

فتكون الإحداثيات السينية لنقط التقاطع هذه هى حلول المعادلة.

وعلى هذا فإنه توجد ثلاث حالات :

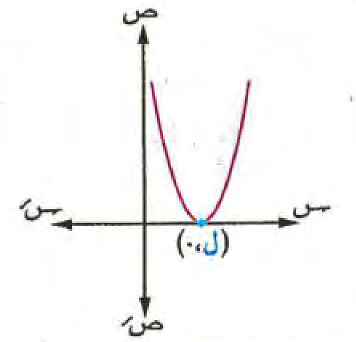
١ المنحنى يقطع محور السينات فى نقطتين.



يوجد حلان للمعادلة فى ح

، م.ح = {ل ، م}

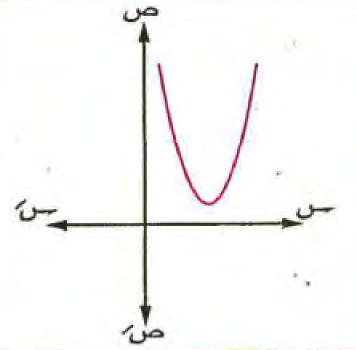
٢ المنحنى يمس محور السينات فى نقطة واحدة.



يوجد حل وحيد للمعادلة فى ح

، م.ح = {ل}

٣ المنحنى لا يقطع محور السينات.



لا يوجد حل للمعادلة فى ح

، م.ح = ∅

والأمثلة المذكورة فى الجدول التالى توضح الحالات الثلاث السابقة :

مثال ١

أوجد بيانيًا فى ح مجموعة حل المعادلة :

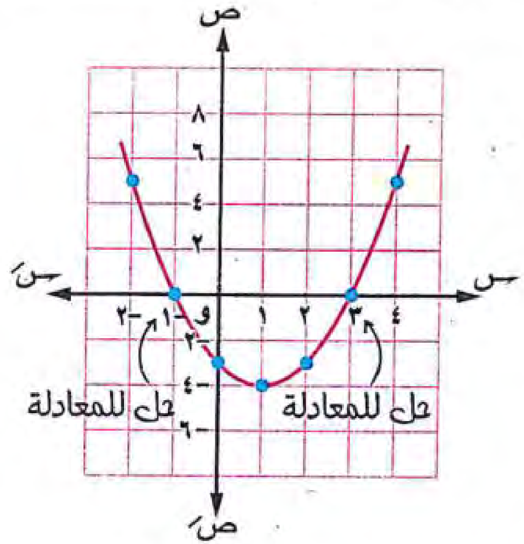
س^٢ − ٢ س − ٣ = ٠

مستعينًا بالفترة [−٢ ، ٤]

الحل

نفرض أن : د (س) = س^٢ − ٢ س − ٣

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤
ص	٥	٠	−٣	−٤	−٣	٠	٥



من الرسم : مجموعة الحل = {٣ ، −١}

مثال ٢

أوجد بيانيًا فى ح مجموعة حل المعادلة :

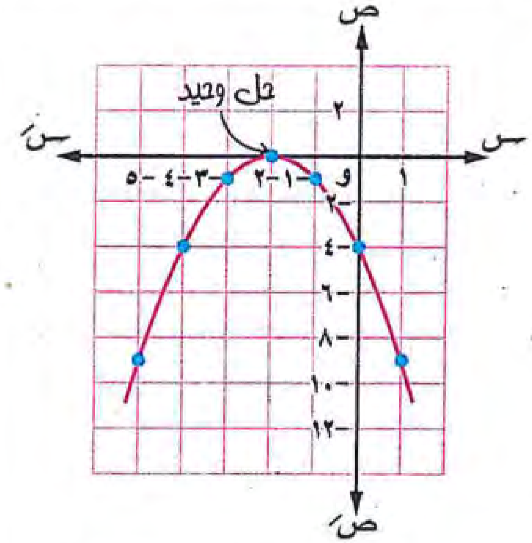
− س^٢ − ٤ س − ٤ = ٠

مستعينًا بالفترة [−٥ ، ١]

الحل

نفرض أن : د (س) = − س^٢ − ٤ س − ٤

س	−٥	−٤	−٣	−٢	−١	٠	١
ص	−٩	−٤	−١	٠	−١	−٤	−٩



من الرسم : مجموعة الحل = {−٢}

مثال ٣

أوجد بيانيًا فى ح مجموعة حل المعادلة :

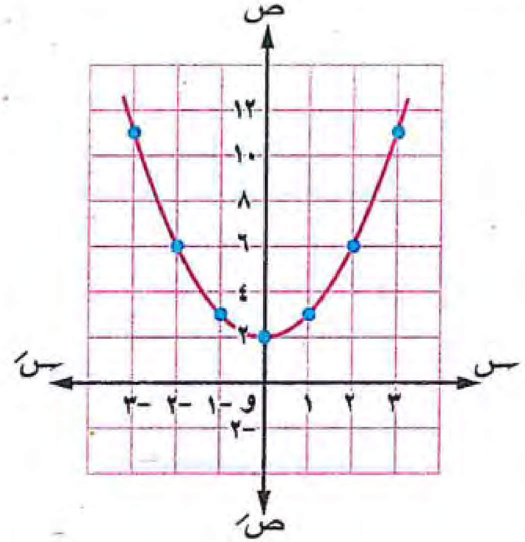
س^٢ + ٢ = ٠

مستعينًا بالفترة [−٣ ، ٣]

الحل

نفرض أن : د (س) = س^٢ + ٢

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص	١١	٦	٣	٢	٣	٦	١١



من الرسم : مجموعة الحل = ∅

ملاحظات على الأمثلة الثلاثة السابقة

- في مثال (١) : * نقطة رأس المنحنى هى (١ ، −٤) * القيمة الصغرى للدالة هى : −٤
  * معادلة محور تماثل المنحنى هى س = ١
- في مثال (٢) : * نقطة رأس المنحنى هى (−٢ ، ٠) * القيمة العظمى للدالة هى : صفر
  * معادلة محور تماثل المنحنى هى س = −٢
- في مثال (٣) : * نقطة رأس المنحنى هى (٠ ، ٢) * القيمة الصغرى للدالة هى : ٢
  * معادلة محور تماثل المنحنى هى س = صفر

حاول بنفسك ١

ارسم منحنى الدالة د : د (س) = $س^٢$ + ٢ س − ٣ على الفترة [−٤ ، ٢]
ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ + ٢ س − ٣ = ٠ .

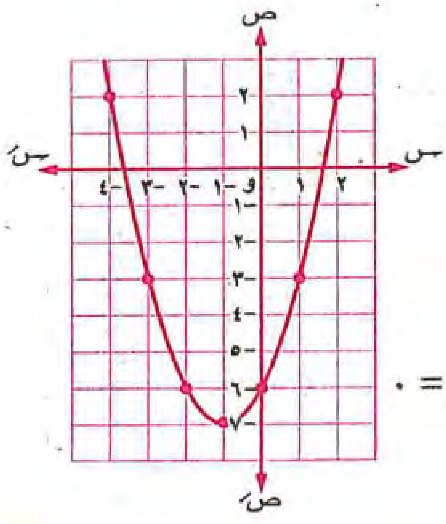
مثال ٤

ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = $س^٢$ + ٢ س − ٦ متخذاً س ∈ [−٤ ، ٢]
ومن الرسم أوجد جذرى المعادلة : د (س) = ٠ في ح

الحل

د (س) = $س^٢$ + ٢ س − ٦

س	−٤	−٣	−٢	−١	٠	١	٢
ص	٢	−٣	−٦	−٧	−٦	−٣	٢



من الرسم : القيم التقريبية لجذرى المعادلة : $س^٢$ + ٢ س − ٦ = ٠
هى : ١,٦ ، −٣,٦

ملاحظة

إذا قمت بالتعويض عن س = ١,٦ فى المعادلة : $س^٢$ + ٢ س − ٦ = ٠ .
فإن المعادلة لن تتحقق [$(١,٦)^٢$ + ٢ × ١,٦ − ٦ = −٠,٢٤ ≠ ٠]
وهذا معناه أن ١,٦ ليس جذرًا للمعادلة ولكنه قيمة تقريبية له وكذلك −٣,٦ هو قيمة تقريبية لجذر المعادلة الآخر **وبصفة عامة فإن استخدام الرسم البيانى لإيجاد جذرى معادلة الدرجة الثانية فى مجهول واحد لا يعطى دائمًا قيمًا دقيقة لجذرى المعادلة.**

ثانيًا حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد باستخدام القانون العام

رأينا فى المثال السابق أن :

استخدام الرسم البيانى فى إيجاد جذرى المعادلة : $س^2 + ٢ س - ٦ = ٠$ أعطى قيمًا تقريبية للجذرين ولذلك فمن الأفضل حل هذه المعادلة باستخدام القانون العام كما سيتضح لك فيما يلى :

القانون العام لحل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد

إذا كانت : $أ س^2 + ب س + حـ = ٠$ حيث $أ$ ، $ب$ ، $حـ$ أعداد حقيقية ، $أ \neq ٠$

فإن : $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$

أى أن : مجموعة الحل للمعادلة = $\left\{ \frac{-ب + \sqrt{ب^2 - ٤ أ حـ}}{٢ أ} ، \frac{-ب - \sqrt{ب^2 - ٤ أ حـ}}{٢ أ} \right\}$

• وفيما يلى كيفية استخدام القانون العام لحل المعادلة : $س^2 + ٢ س - ٦ = ٠$

$\because$ $أ = ١$ ، $ب = ٢$ ، $حـ = -٦$

، $\because$ $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$

$\therefore$ $س = \frac{-٢ \pm \sqrt{٢^2 - ٤ \times ١ \times (-٦)}}{٢ \times ١} = \frac{-٢ \pm \sqrt{٤ + ٢٤}}{٢} = \frac{-٢ \pm \sqrt{٢٨}}{٢} = \frac{-٢ \pm ٢ \sqrt{٧}}{٢}$

$\therefore$ $س = \frac{-٢ + ٢ \sqrt{٧}}{٢} = -١ + \sqrt{٧}$ أ، $س = \frac{-٢ - ٢ \sqrt{٧}}{٢} = -١ - \sqrt{٧}$

وتلك هى القيم الفعلية للجذرين بدون تقريب فتكون مجموعة حل المعادلة فى ح

هى : $\{-١ + \sqrt{٧} ، -١ - \sqrt{٧}\}$

ويمكن حساب قيم تقريبية لكل من الجذرين مثل :

$س = -١ + \sqrt{٧} \approx ١,٦٤٦$ لأقرب ثلاثة أرقام عشرية

$\approx ١,٦$ لأقرب رقم عشرى واحد

، $س = -١ - \sqrt{٧} \approx -٣,٦٤٦$ لأقرب ثلاثة أرقام عشرية

$\approx -٣,٦$ لأقرب رقم عشرى واحد

مثال ٥

أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

١ $س^٢ - ٥ س - ٦ = ٠$ ٢ $٨ س (س - ١) = -٢$

٣ $\frac{٥}{س^٢} - \frac{٤}{س} = -١$

الحــل

١ ∵ $أ = ١$ ، $ب = -٥$ ، $ح = -٦$

، ∵ $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ ح}}{٢ أ}$

∴ $س = \frac{-(-٥) \pm \sqrt{(-٥)^٢ - ٤ \times ١ \times (-٦)}}{٢ \times ١}$

$= \frac{٥ \pm \sqrt{٢٥ + ٢٤}}{٢ \times ١} = \frac{٥ \pm \sqrt{٤٩}}{٢} = \frac{٥ \pm ٧}{٢}$

∴ $س = \frac{٥ + ٧}{٢} = ٦$ أ، $س = \frac{٥ - ٧}{٢} = -١$

∴ مجموعة الحل = $\{٦ ، -١\}$

حل آخر باستخدام التحليل :

∵ $س^٢ - ٥ س - ٦ = ٠$

∴ $(س + ١)(س - ٦) = ٠$

∴ إما $س + ١ = ٠$ ومنها $س = -١$

أ، $س - ٦ = ٠$ ومنها $س = ٦$

∴ مجموعة الحل = $\{٦ ، -١\}$

٢ قبل الحل باستخدام القانون العام ضع المعادلة على الصورة : $أ س^٢ + ب س + ح = ٠$

∵ $٨ س (س - ١) = -٢$ ∴ $٨ س^٢ - ٨ س = -٢$

∴ $٨ س^٢ - ٨ س + ٢ = ٠$

∴ $أ = ٨$ ، $ب = -٨$ ، $ح = ٢$

∴ $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ ح}}{٢ أ} = \frac{-(-٨) \pm \sqrt{(-٨)^٢ - ٤ \times ٨ \times ٢}}{٢ \times ٨}$

$= \frac{٨ \pm \sqrt{٦٤ - ٦٤}}{١٦} = \frac{٨ \pm \sqrt{٠}}{١٦} = \frac{٨}{١٦} = \frac{١}{٢}$

∴ مجموعة الحل = $\{\frac{١}{٢}\}$

٣ ∵ $\frac{٥}{س^٢} - \frac{٤}{س} = -١$ بضرب طرفى المعادلة فى $س^٢$

∴ ٥ − ٤ س = − $س^٢$ ∴ $س^٢$ − ٤ س + ٥ = ٠

∴ أ = ١ ، ب = −٤ ، جـ = ٥

∴ س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$ = $\frac{٤ \pm \sqrt{١٦ - ٤ \times ١ \times ٥}}{٢ \times ١}$ = $\frac{٤ \pm \sqrt{-٤}}{٢}$

، ∵ $\sqrt{-٤} \notin ح$

∴ لا توجد حلول حقيقية للمعادلة : $س^٢$ − ٤ س + ٥ = ٠

∴ مجموعة الحل = ∅

! ملاحظات على المثال السابق

- فى رقم (١) : قيمة المقدار : $ب^٢$ − ٤ أ جـ = ٤٩ > ٠ وكان للمعادلة حلان هما ٦ ، −١

وبصفة عامة : إذا كان $ب^٢$ − ٤ أ جـ > ٠ فإن للمعادلة حلان مختلفان فى ح

- فى رقم (٢) : قيمة المقدار : $ب^٢$ − ٤ أ جـ = ٠ وكان للمعادلة حل وحيد هو $\frac{١}{٢}$

وبصفة عامة : إذا كان $ب^٢$ − ٤ أ جـ = ٠ فإن للمعادلة حل وحيد فى ح

- فى رقم (٣) : قيمة المقدار : $ب^٢$ − ٤ أ جـ < ٠ ولم يكن للمعادلة حلول حقيقية

وبصفة عامة : إذا كان $ب^٢$ − ٤ أ جـ < ٠ فإن المعادلة ليس لها حلول فى ح

حاول بنفسك ٢

أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

(١) ٢ $س^٢$ + ٧ س − ٤ = ٠

(٢) $س^٢$ − ٢ س − ١ = ٠ مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد.

ثالثًا حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد باستخدام الآلة الحاسبة



يمكن حل معادلات الدرجة الثانية فى مجهول واحد

مثل : س^{٢} + ٢ س = ٦

باستخدام الآلة الحاسبة من النوع الذى يدعم حل المعادلات كالتالى :

خطوة (١) نضع المعادلة على الصورة : أ س^{٢} + ب س + حـ = ٠

∵ س^{٢} + ٢ س = ٦ ∴ س^{٢} + ٢ س − ٦ = ٠

خطوة (٢) نضغط على مفتاح (MODE) ونختار من القائمة (EQN) بضغط مفتاح الرقم المكتوب أمامها.

خطوة (٣) نختار المعادلة التى على الصورة : $(a\,x^2 + b\,x + c = 0)$ بضغط مفتاح الرقم المكتوب أمامها.

خطوة (٤) ندخل معاملات : س^{٢} ، س ، والحد المطلق بإشاراتها بالترتيب باستخدام مفتاح الإدخال (=)

خطوة (٥) نضغط (=) فيظهر لنا القيمة الأولى لـ س وهى : −١ + $\sqrt{٧}$

ثم نضغط (=) مرة أخرى فنحصل على القيمة الثانية لـ س وهى : −١ − $\sqrt{٧}$

حاول بنفسك ٣

باستخدام الآلة الحاسبة أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين فى ح :

[١] س^{٢} − ٩ س + ١٨ = ٠ [٢] س (س − ٤) = ٣

تطبيق على حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد

مثال ٦

فى إحدى مسابقات رمى الرمح كان مسار الرمح لأحد اللاعبين

يتبع العلاقة : $\text{ص} = -٠,٠٠٨\,\text{س}^{٢} + ٠,٥٦\,\text{س} + ١,٢$

حيث س تمثل المسافة الأفقية التى يقطعها الرمح

من نقطة القذف

، ص تمثل ارتفاع الرمح عن سطح الأرض (بالمتر)



أوجد المسافة الأفقية التى يقطعها الرمح حتى يسقط بداية من نقطة القذف لأقرب جزء من مائة.

الحـــل

لإيجاد المسافة الأفقية التى يقطعها الرمح حتى يسقط بداية من نقطة القذف

نضع ص = ٠ فى العلاقة المعطاة فنحصل على المعادلة من الدرجة الثانية الآتية :

$$-٠,٠٠٨\,\text{س}^{٢} + ٠,٥٦\,\text{س} + ١,٢ = ٠$$

وبحلها نحصل على المسافة المطلوبة ∴ $\text{أ} = -٠,٠٠٨$ ، $\text{ب} = ٠,٥٦$ ، $\text{حـ} = ١,٢$

$$∴ \text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\,\text{أ}\,\text{حـ}}}{٢\,\text{أ}} = \frac{-٠,٥٦ \pm \sqrt{(٠,٥٦)^{٢} - ٤ \times (-٠,٠٠٨) \times ١,٢}}{٢ \times -٠,٠٠٨}$$

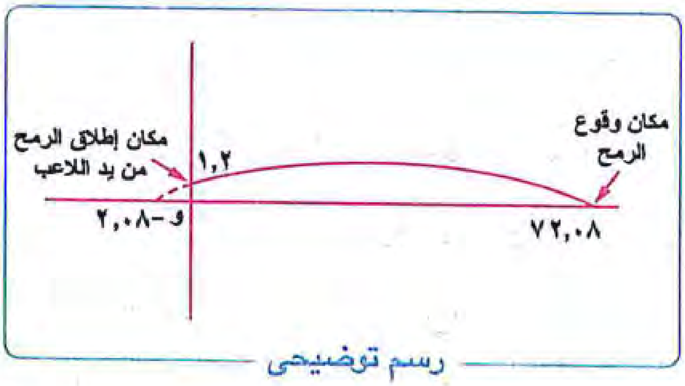
$$∴ \text{س} = \frac{-٠,٥٦ + \sqrt{٠,٣٥٢}}{-٠,٠١٦} \approx -٢,٠٨$$

(مرفوض لأن المسافة لابد أن تكون موجبة)

$$\text{أ، س} = \frac{-٠,٥٦ - \sqrt{٠,٣٥٢}}{-٠,٠١٦} \approx ٧٢,٠٨$$

أى أن : الرمح سوف يسقط تقريبًا على

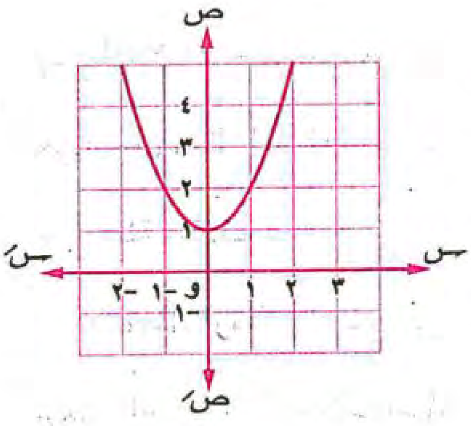
بُعد ٧٢,٠٨ مترًا من نقطة القذف.



رسم توضيحى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات ▯ أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



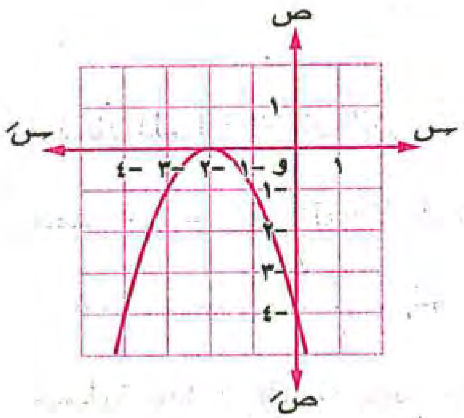
[١] الشكل المقابل يمثل منحنى دالة تربيعية د

فإن مجموعة حل المعادلة : د (س) = صفر

فى ح هى .... (القاهرة ١٦)

(أ) ∅ (ب) {١}

(جـ) {٠} (د) {(٠ ، ١)}



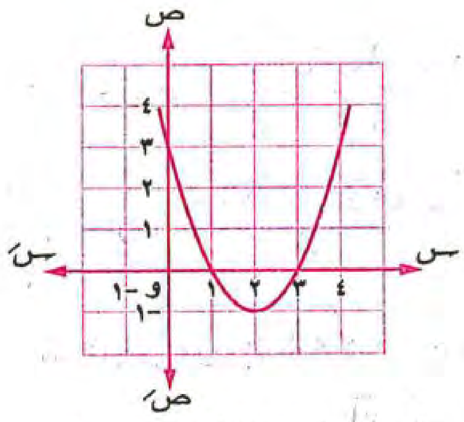
[٢] فى الشكل المقابل :

مجموعة حل المعادلة : د (س) = صفر

فى ح هى ....

(أ) {-٢} (ب) {-٢ ، ٤}

(جـ) {٤} (د) ∅



[٣] فى الشكل المقابل :

مجموعة حل المعادلة : د (س) = صفر

فى ح هى .... (القاهرة ١٥)

(أ) (٢ ، -١) (ب) {(٣ ، ١)}

(جـ) {٣ ، ١} (د) (٠ ، ٣)

[٤] إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (-١ ، ٠) ، (٠ ، -٤) ، (٤ ، ٠)

فإن مجموعة حل المعادلة : د (س) = ٠ فى ح هى .... (الغربية ١٩)

(أ) {-١ ، ٠} (ب) {-٤ ، ٠} (جـ) {-١ ، ٤} (د) {٤ ، -٤}

[٥] منحنى الدالة د حيث د (س) = $س^٢$ − ٥ س يقطع محور السينات فى النقطتين .... (كفر الشيخ ١٣)

(أ) (٢ ، ٠) ، (٠ ، ٥) (ب) (٠ ، ٠) ، (٥ ، ٠)

(جـ) (٢ ، ٠) ، (−٥ ، ٠) (د) (٠ ، ٠) ، (−٥ ، ٠)

[٦] إذا كانت مجموعة حل المعادلة : ٤ $س^٢$ + ٤ س + ك = صفر هى $\{-\frac{1}{2}\}$

فإن : ك = ... (الإسماعيلية ١٣)

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) −١ (د) −٨

[٧] إذا كانت : س = ٣ أحد حلول المعادلة : $س^٢$ − أ س − ٦ = ٠

فإن : أ = ... (السويس ١٧)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) −١

[٨] فى المعادلة : أ $س^٢$ + ب س + حـ = ٠ حيث أ ≠ ٠ إذا كان : $ب^٢$ − ٤ أ حـ > ٠

فإن عدد جذور المعادلة فى ح = ... (الفيوم ١٩ ، دمياط ١٦)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) عدد لا نهائى.

[٩] فى المعادلة : أ $س^٢$ + ب س + حـ = ٠ حيث أ ≠ ٠ إذا كان : $ب^٢$ − ٤ أ حـ = ٠

فإن عدد الحلول الحقيقية للمعادلة = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) عدد لا نهائى.

[١٠] فى المعادلة : أ $س^٢$ + ب س + حـ = ٠ حيث أ ≠ ٠ إذا كان : $ب^٢$ − ٤ أ حـ < ٠

فإن عدد جذور المعادلة فى ح = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) عدد لا نهائى.

[١١] إذا كانت : س ∈ ح فإن المعادلة : $س^٢$ + س + ١ = ٠ ....

(أ) لها جذران. (ب) لها جذر واحد.

(جـ) لا يوجد لها جذور. (د) لها عدد لا نهائى من الجذور.

---

[٢] أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : $س^٢$ + ٢ س − ٣ = ٠

[١] بيانيًا مستعينًا بالفترة [−٤ ، ٢] [٢] باستخدام التحليل.

[٣] باستخدام القانون العام. [٤] باستخدام الآلة الحاسبة.

٣ مثّل بيانيًا الدالة د : د (س) = $س^٢$ − ٢ س فى الفترة [−١ ، ٣]

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ − ٢ س = ٠ . (السويس ١٢)

٤ ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = $س^٢$ + ٢ س + ١ فى الفترة [−٤ ، ٢]

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ + ٢ س + ١ = صفر

٥ ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = $س^٢$ − ٤ س + ٣ فى الفترة [−١ ، ٥]

ومن الرسم أوجد :

١ القيمة الصغرى للدالة. ٢ معادلة محور التماثل.

٣ مجموعة حل المعادلة : د (س) = ٠ . (المنوفية ١٢)

٦ ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = − $س^٢$ + ٦ س − ١١ فى الفترة [٠ ، ٦]

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ − ٦ س + ١١ = ٠ .

٧ ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = ٦ س − $س^٢$ − ٩ فى الفترة [٠ ، ٥]

ومن الرسم أوجد :

١ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

٢ مجموعة حل المعادلة : ٦ س − $س^٢$ − ٩ = ٠ . (بورسعيد ١٢)

٨ ارسم الشكل البيانى للدالة د فى الفترة المعطاة ثم أوجد مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ :

١ د (س) = $س^٢$ − ٢ س − ٤ فى الفترة [−٢ ، ٤]

٢ د (س) = ٢ $س^٢$ + ٥ س فى الفترة [−٤ ، ٢] (سوهاج ١٣)

٣ د (س) = ٣ س − $س^٢$ + ٢ فى الفترة [−١ ، ٤]

٤ د (س) = س (س − ٥) + ٣ فى الفترة [٠ ، ٥] (المنوفية ١١)

٥ د (س) = ٢ س^٢ - ٣ (٢ - س) في الفترة [-٣ ، ٢]

٦ د (س) = ٢ س (س - ١) - ٣ (س + ٢) + ٥ في الفترة [-١ ، ٣]

٧ د (س) = (س - ٣)^٢ - (س - ٣) - ٤ في الفترة [١ ، ٧]

---

٩ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية باستخدام القانون العام :

١ س^٢ + ٧ س + ٢ = ٠ مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد. (القليوبية ١٦)

٢ س^٢ - ٤ س + ١ = ٠ مقربًا الناتج لرقمين عشريين. (قنا ٢٣ ، الجيزة ١٧)

٣ ٢ س^٢ - ٤ س + ١ = ٠ مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية. (الشرقية ٢٣ ، الدقهلية ١٩)

٤ ٣ س^٢ - ٦ س + ١ = ٠ مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية. (ج. سيناء ١٨)

٥ ٢ س^٢ + ٥ س = ٠ (الإسكندرية ١٩)

٦ س^٢ + ٣ س + ٥ = ٠ (الفيوم ١٩)

٧ س^٢ + ٨ س + ٩ = ٠ حيث : $\sqrt{٧}$ ≈ ٢,٦٥ (الإسماعيلية ٠٩)

٨ ٢ س^٢ - س - ٢ = ٠ حيث : $\sqrt{١٧}$ ≈ ٤,١٢ (الأقصر ١٩)

---

١٠ أوجد مجموعة الحل فى ح لكل من المعادلات الآتية باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية :

١ ٢ س^٢ - ١٠ س = ١ (دمياط ١٣)

٢ س (س - ١) = ٤ (الجيزة ٢٣ ، سوهاج ١٩)

٣ ٢ س^٢ = ٣ (٢ - س)

٤ (س - ٣)^٢ - ٥ س = ٠

٥ س + $\frac{٤}{س}$ = ٦ (دمياط ١٩)

٦ $\frac{٨}{س^٢}$ + $\frac{١}{س}$ = ١ (الفيوم ١٢)

٧ $\frac{س}{٣}$ = $\frac{١}{٥ - س}$

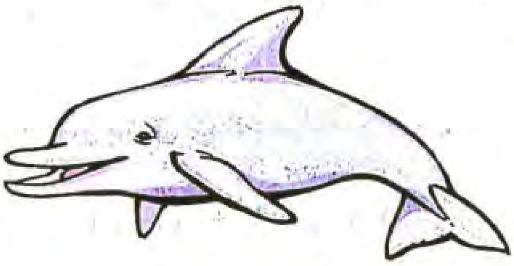
٨ $\frac{س^٢}{٩}$ - $\frac{٤}{٣}$ س = -٢

تطبيقات على حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد

١ عند قفز الدولفين فوق سطح الماء فإنه يرسم مسارًا يتبع العلاقة : ص = − ٠,٢ س^{٢} + ٢ س

حيث ص ارتفاع الدولفين بالقدم فوق سطح الماء ، س المسافة الأفقية بالقدم.

أوجد المسافة الأفقية بالقدم التى يقطعها الدولفين من بداية قفزه من الماء ليصطدم بسطح الماء مرة أخرى.



«١٠ قدم»

---

٢ أطلقت قذيفة من مدفع هاون فى مسار يتبع العلاقة :

ص = ٠,٣٨ + ٠,٧٨ س − ٠,٣ س^{٢}

حيث س المسافة الأفقية بالكيلو متر ، ص ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض بالكيلو متر.

أوجد البُعد الأفقى عن المدفع الذى تصله القذيفة حتى تصطدم بسطح الأرض.



«٣ كم»

---

٣ يرش شخص حديقة بخرطوم مياه يندفع منه الماء فى مسار يتحدد بالعلاقة :

ص = −٠,٠٦ س^{٢} + ٠,٣٩ س + ٠,٧٩

حيث س المسافة الأفقية التى يصل إليها الماء بالمتر ، ص ارتفاع الماء عن سطح الأرض بالمتر.



أوجد لأقرب سنتيمتر أقصى مسافة أفقية يصل إليها الماء.

«٨١٢ سم»

٤ يضرب لاعب كرة جولف لتصل إلى مكان معين والعلاقة التالية تعبر عن الارتفاع الذى تصل إليه الكرة بالقدم : ص = − ١٦ $ن^{٢}$ + ٨٠ ن + ٢٠

حيث ن الزمن بالثانية.



١ بعد كم ثانية ستصل الكرة إلى سطح الأرض ؟

٢ هل ستصل الكرة إلى ارتفاع ١٣٠ قدمًا ؟

«٥ , ٢٤ ثانية»

---

٥ رأى ثعبان على الأرض صقرًا على ارتفاع ١٦٠ مترًا منه ، وهو ينطلق إليه بسرعة ٢٤ مترًا/ دقيقة لكى ينقض عليه ، فإذا كان الصقر ينطلق رأسيًا لأسفل حسب العلاقة ف = $ع_{.}$ ن + ٤,٩ $ن^{٢}$ حيث ف المسافة بالمتر ، $ع_{.}$ سرعة الانطلاق بالمتر/ دقيقة ، ن الزمن بالدقائق. أوجد الزمن الذى يأخذه الثعبان لكى يتمكن من الهرب قبل أن يصل إليه الصقر.

«أقل من ٣,٧٧ ثانية»

للمتفوقين

أكمل ما يأتى :

١ إذا قطع منحنى الدالة التربيعية د محور السينات فى النقطتين (١ ، ٠) ، (٣ ، ٠)

فإن محور التماثل لمنحنى الدالة د هو المستقيم المار برأس المنحنى عند س = …………

٢ إذا كانت النقطة (−٣ ، ٠) هى نقطة رأس المنحنى للدالة د

فإن مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هى …………

٣ إذا كانت النقطة (أ − ٢ ، ٠) نقطة رأس المنحنى للدالة التربيعية د

، مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هى {٥}   فإن : أ = …………

٤ إذا كانت النقطة (−٣ ، ٤) هى نقطة رأس المنحنى للدالة التربيعية د

، −٥ أحد جذرى المعادلة د (س) = ٠ فإن الجذر الآخر هو …………



الدرس 3

حل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

تعتمد طريقة حل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية على طريقة التعويض والمثال التالى يوضح خطوات الحل.

مثال ١

أوجد فى ح × ح مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين : س − ص = ١ ، س^{٢} + ص^{٢} = ١٣

الحـــل

١ من معادلة الدرجة الأولى نعبر عن أحد المتغيرين بدلالة المتغير الآخر.

∵ س − ص = ١ ∴ س = ١ + ص

٢ بالتعويض فى معادلة الدرجة الثانية نحصل على معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد.

بالتعويض عن س = ١ + ص فى المعادلة الثانية :

∴ (١ + ص)^{٢} + ص^{٢} = ١٣

∴ ١ + ٢ ص + ص^{٢} + ص^{٢} − ١٣ = ٠

∴ ٢ ص^{٢} + ٢ ص − ١٢ = ٠

∴ ص^{٢} + ص − ٦ = ٠

تذكر أن

- (أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}
- (أ − ب)^{٢} = أ^{٢} − ٢ أ ب + ب^{٢}

٣ بحل المعادلة التى حصلنا عليها عن طريق التحليل أو القانون العام نحصل على قيمة أحد المتغيرين.

∵ ص^{٢} + ص − ٦ = ٠ ∴ (ص − ٢) (ص + ٣) = ٠

∴ إما ص − ٢ = ٠ ومنها **ص = ٢**

أ، ص + ٣ = ٠ ومنها **ص = −٣**

٤ بالتعويض فى معادلة الدرجة الأولى المعطاة نحصل على قيمة المتغير الآخر.

عندما ص = ٢ فإن : **س = ٣**

، عندما ص = −٣ فإن : **س = −٢**

∴ مجموعة الحل = {(٣ ، ٢) ، (−٢ ، −٣)}

> **لاحظ أن :**
> مجموعة الحل عناصرها أزواج مرتبة.

مثال ٢

أوجد فى ح × ح مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين : ص − س = ٣ ، س^{٢} + س ص = ٥

> **لاحظ أنه :**
> فى هذه المسألة من الأسهل التعبير عن ص بدلالة س

الحل

من المعادلة الأولى : ∵ ص − س = ٣

∴ ص = ٣ + س (١)

وبالتعويض عن ص فى المعادلة الثانية ينتج أن :

س^{٢} + س (٣ + س) = ٥

∴ س^{٢} + ٣ س + س^{٢} − ٥ = ٠

∴ ٢ س^{٢} + ٣ س − ٥ = ٠

∴ (٢ س + ٥) (س − ١) = ٠

∴ إما ٢ س + ٥ = ٠ ومنها **س = $\frac{-٥}{٢}$** وبالتعويض فى (١) ∴ **ص = $\frac{١}{٢}$**

أ، س − ١ = ٠ ومنها **س = ١** وبالتعويض فى (١) ∴ **ص = ٤**

∴ مجموعة الحل = {($\frac{-٥}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$) ، (١ ، ٤)}

حاول بنفسك ١

أوجد فى ح × ح مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية :

١ س − ٢ ص = ٠ ، س^{٢} − ص^{٢} = ٣

٢ س + ص = ١ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٣

تطبيقات على حل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

مثال ٣

عددان حقيقيان مجموعهما ٧ والفرق بين مربعيهما ٧ أوجد العددين.

الحــل

نفرض أن : العدد الأكبر س ، العدد الأصغر ص

∵ مجموعهما ٧ ∴ س + ص = ٧ (١)

، ∵ الفرق بين مربعيهما ٧ ∴ $س^٢ - ص^٢ = ٧$ (٢)

من المعادلة (١) : س = ٧ - ص (٣)

وبالتعويض فى المعادلة (٢) : ∴ $(٧ - ص)^٢ - ص^٢ = ٧$

∴ $٤٩ - ١٤ ص + ص^٢ - ص^٢ = ٧$ ∴ -١٤ ص = ٧ - ٤٩

∴ -١٤ ص = -٤٢ ∴ ص = $\frac{-٤٢}{-١٤}$ = ٣

وبالتعويض فى المعادلة (٣) : ∴ س = ٧ - ٣ = ٤ ∴ العددان هما : ٤ ، ٣

مثال ٤

عددان حقيقيان حاصل ضربهما ٢ ، وإذا أُضيف أكبرهما إلى ضعف أصغرهما كان الناتج ٤ أوجد العددين.

الحــل

نفرض أن العدد الأصغر = س ، العدد الأكبر = ص

∴ س ص = ٢ (١) ، ص + ٢ س = ٤ (٢)

من المعادلة (٢) : ص = ٤ - ٢ س (٣)

بالتعويض فى المعادلة (١) : ∴ س (٤ - ٢ س) = ٢ ∴ $٤ س - ٢ س^٢ = ٢$

∴ $٢ س^٢ - ٤ س + ٢ = ٠$ ∴ $س^٢ - ٢ س + ١ = ٠$

∴ $(س - ١)^٢ = ٠$ ∴ س = ١

وبالتعويض فى المعادلة (٣) : ∴ ص = ٢ ∴ العددان هما : ١ ، ٢

مثال ٥

مستطيل محيطه ٢٤ سم ومساحته ٢٠ سم^{٢} أوجد بعديه.

الحل

نفرض أن بعدى المستطيل س سم ، ص سم

، ∵ محيط المستطيل = ٢٤ سم

∴ ٢ (س + ص) = ٢٤

∴ س + ص = ١٢ (١)

، ∵ مساحة المستطيل = ٢٠ سم^{٢} ∴ س ص = ٢٠ (٢)

من المعادلة (١) : س = ١٢ − ص (٣)

وبالتعويض فى المعادلة (٢) : ∴ (١٢ − ص) ص = ٢٠

∴ ١٢ ص − ص^{٢} = ٢٠ ∴ ص^{٢} − ١٢ ص + ٢٠ = ٠

∴ (ص − ١٠) (ص − ٢) = ٠

∴ إما ص − ١٠ = ٠ ومنها ص = ١٠

أ، ص − ٢ = ٠ ومنها ص = ٢

وبالتعويض عن ص فى المعادلة (٣) :

∴ عند ص = ١٠ فإن : س = ٢

، عند ص = ٢ فإن : س = ١٠

∴ بعدا المستطيل ١٠ سم ، ٢ سم

تذكر أن

- محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢
- مساحة المستطيل = الطول × العرض
- محيط المربع = طول الضلع × ٤
- مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

حاول بنفسك ٢

عددان حقيقيان موجبان الفرق بينهما ٤ وحاصل ضربهما ١٢ أوجد العددين.

على حل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

اختبـــار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد فى ح × ح مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية :

١ س = ص ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢ (سوهاج ٠٩) «{(١ ، ١) ، (−١ ، −١)}»

٢ س − ٣ = ٠ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥ (القاهرة ١٩) «{(٣ ، ٤) ، (٣ ، −٤)}»

٣ س − ٢ ص = ٠ ، س^{٢} − ص^{٢} = ٣ (بورسعيد ١٧) «{(٢ ، ١) ، (−٢ ، −١)}»

٤ س − ص = ٠ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٢٧ (أسوان ٢٣) «{(٣ ، ٣) ، (−٣ ، −٣)}»

٥ ص − ٢ س = ٠ ، س ص = ١٨ (الشرقية ١٤) «{(٣ ، ٦) ، (−٣ ، −٦)}»

٦ س + ص = ٠ ، ص^{٢} = س (٦ أكتوبر ١١) «{(٠ ، ٠) ، (١ ، −١)}»

٧ س − ص = ٠ ، س = $\frac{٤}{ص}$ (الدقهلية ١٩ ، الإسماعيلية ١٨) «{(٢ ، ٢) ، (−٢ ، −٢)}»

---

٢ أوجد فى ح × ح مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية :

١ ص = س − ١ ، ص^{٢} + س = ٧ (قنا ٠٩) «{(٣ ، ٢) ، (−٢ ، −٣)}»

٢ س = ٥ − ص ، س^{٢} − ص^{٢} = ٥٥ (مطروح ٠٨) «{(٨ ، −٣)}»

٣ س − ص = ١ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥ (المنوفية ٢٣ ، أسوان ١٩) «{(−٣ ، −٤) ، (٤ ، ٣)}»

٤ س − ص − ٢ = ٠ ، س^{٢} − ص^{٢} = ٠ (القليوبية ٠٩) «{(١ ، −١)}»

٥ ٢ س + ص = ١٠ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥ (القليوبية ٠٥) «{(٣ ، ٤) ، (٥ ، ٠)}»

٦ ص − س = ٣ ، س^{٢} − ٢ س + ٣ ص = ١٥ (الإسكندرية ١١) «{(−٣ ، ٠) ، (٢ ، ٥)}»

٧ 📖 ص + ٢ س = ٧ ، ٢ س^{٢} + س + ٣ ص = ١٩ «{($\frac{١}{٢}$ ، ٦) ، (٢ ، ٣)}»

---

٣ أوجد فى ح × ح مجموعة حل كل زوج من المعادلات الآتية :

١ س + ص = ٧ ، س ص = ١٢ (الجيزة ٢٣ ، قنا ١٧) «{(٤ ، ٣) ، (٣ ، ٤)}»

٢ س + ص = ٥ ، $\frac{س ص}{٦}$ = ١ (المنوفية ٠٨) «{(٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢)}»

٣ ص − س = ٢ ، س^{٢} + س ص − ٤ = ٠ (الأقصر ٢٣) «{(−٢ ، ٠) ، (١ ، ٣)}»

٤ س − ٢ ص − ١ = ٠ ، س^{٢} − س ص = ٠

(كفر الشيخ ١٩) «{(٠ ، −$\frac{١}{٢}$) ، (−١ ، −١)}»

٥ س + ٢ ص = ٤ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧ «{(٢ ، ١) ، (−٢ ، ٣)}»

٦ ص − س = ٣ ، س^{٢} + ص^{٢} − س ص = ١٣

(القليوبية ١٧) «{(١ ، ٤) ، (−٤ ، −١)}»

٧ س − ص = ١٠ ، س^{٢} − ٤ س ص + ص^{٢} = ٥٢ «{(−٢ ، −١٢) ، (١٢ ، ٢)}»

٤ أوجد فى ح × ح مجموعة حل كل زوج من المعادلات الآتية :

١ س = ٠ ، س^{٢} + ص^{٢} + ٤ س + ٣ ص − ١٠ = ٠ «{(٠ ، ٢) ، (٠ ، −٥)}»

٢ س − ٢ ص = ٨ ، ص^{٢} = س (دمياط ٠٩) «{(٤ ، −٢) ، (١٦ ، ٤)}»

٣ س + ٢ ص = ٢ ، س^{٢} + ٢ س ص = ٢ (الشرقية ١٩) «{(١ ، $\frac{١}{٢}$)}»

٤ س + ص = ٢ ، س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س ص + ص = ٦

(الوادى الجديد ١٣) «{(٠ ، ٢)}»

٥ س + ص = ٢ ، $\frac{١}{س}$ + $\frac{١}{ص}$ = ٢ حيث س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠

(المنيا ١٩) «{(١ ، ١)}»

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة الحل للمعادلتين : س ص = ٥ ، س + س ص = ٦ فى ح × ح

هى ....

(أ) {(١ ، ٥)} (ب) {(٥ ، ٦)}

(جـ) {(٥ ، ٢)} (د) {(١ ، ٥) ، (٥ ، ١)}

[٢] مجموعة الحل للمعادلتين : س − ص = ٠ ، س ص = ٩ فى ح × ح هى .... (قنا ١٨ ، الغربية ١١)

(أ) {(٠ ، ٠)} (ب) {(−٣ ، ٣)}

(جـ) {(٣ ، ٣)} (د) {(−٣ ، −٣) ، (٣ ، ٣)}

[٣] مجموعة حل المعادلتين : س = ١ ، $س^٢ - ص^٢ = ١٠$ فى ح × ح هى ....

(أ) {(١ ، ٣)} (ب) {(١ ، −٣)}

(جـ) {(١ ، ٣) ، (١ ، −٣)} (د) ∅

[٤] مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٠ ، $س^٢ + ص^٢ = ٢$ فى ح × ح هى .... (أسيوط ١٣)

(أ) {(٠ ، ٠)} (ب) {(١ ، −١)}

(جـ) {(−١ ، ١)} (د) {(١ ، −١) ، (−١ ، ١)}

[٥] الزوج المرتب الذى يحقق كلاً من المعادلتين : س ص = ٢ ، س − ص = ١ هو .... (الشرقية ١٢)

(أ) (١ ، ١) (ب) (٢ ، ١) (جـ) (١ ، ٢) (د) $(\frac{١}{٢}$ ، ١)

[٦] أحد حلول المعادلتين : س − ص = ٢ ، $س^٢ + ص^٢ = ٢٠$ هو .... (القليوبية ١٩ ، قنا ١٧ ، بورسعيد ١٤)

(أ) (−٤ ، ٢) (ب) (٢ ، −٤) (جـ) (٣ ، ١) (د) (٤ ، ٢)

[٧] إذا كان : ص = ١ − س ، $(س + ص)^٢ + ص = ٥$ فإن : ص = ... (الفيوم ١٢)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) −٤ (د) ٤

[٨] إذا كان : $س^٢$ + س ص = ١٥ ، س + ص = ٥ فإن : س = ... (القاهرة ٠٦)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

تطبيقات على حل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

١ عددان حقيقيان موجبان مجموعهما ١٧ ، وحاصل ضربهما ٧٢
أوجد العددين. (الإسكندرية ٠٩) «٨ ، ٩»

٢ عددان حقيقيان مجموعهما ٩ ، والفرق بين مربعيهما ٤٥
أوجد العددين. (الفيوم ١٩ ، كفر الشيخ ١٣) «٧ ، ٢»

٣ عددان موجبان أحدهما يزيد عن ثلاثة أمثال الآخر بمقدار ١ ، ومجموع مربعيهما ١٧
فما هما العددان ؟ (الشرقية ٠٤) «١ ، ٤»

٤ مستطيل محيطه ١٨ سم ومساحته ١٨ سم^2. أوجد بعديه. (الوادى الجديد ١٦) «٦ سم ، ٣ سم»

٥ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٣ سم ومساحته ٢٨ سم^2
أوجد محيطه. (الفيوم ١٢) «٢٢ سم»

٦ معين الفرق بين طولى قطريه ٤ سم ، ومحيطه يساوى ٤٠ سم
أوجد طول كل من قطريه. «١٦ سم ، ١٢ سم»

٧ قطعتا أرض كل منهما على شكل مربع ، الفرق بين محيطيهما ٨ أمتار والفرق بين مساحتيهما ٢٠ مترًا مربعًا ، أوجد طول ضلع كل منهما. «٦ أمتار ، ٤ أمتار»

٨ مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣ سم ، محيطه يساوى ٣٠ سم
أوجد طولى ضلعى القائمة. (المنوفية ١٥) «٥ سم ، ١٢ سم»

٩ مثلث قائم الزاوية طول أحد ضلعى القائمة ٥ سم ، محيطه يساوى ٣٠ سم
أوجد مساحة سطحه مبينًا خطوات الحل. (المنوفية ١٧) «٣٠ سم^2»

١٠ مثلث قائم الزاوية فيه طول أحد ضلعى القائمة يقل عن طول الضلع الآخر بمقدار ٣ سم ، وطول وتره ١٥ سم. أوجد محيطه. «٣٦ سم»

١١ مستطيل طوله $س$ سم ، وعرضه $ص$ سم ومساحته ٧٧ $سم^2$ ، فإذا نقص طوله ٢ سم وزاد عرضه ٢ سم أصبح مربعًا . أوجد مساحة المربع. (ش.سيناء ٠٥) «٨١ $سم^2$»

١٢ إذا كان عمر أيمن يزيد عن ثلاثة أمثال عمر ابنه باسم بسنة واحدة ومجموع مربعى عمريهما يزيد عن ثلاثة أمثال حاصل ضرب العمرين بمقدار ١٨١ فما عمر كل منهما ؟ «٣٧ سنة ، ١٢ سنة»

١٣ عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته ، فإذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوى نصف العدد الأصلى ، فما هو العدد ؟ «٣٦»

١٤ عدد مكون من رقمين فإذا كان رقم عشراته يزيد عن رقم آحاده بمقدار ١ وحاصل ضرب العدد الأصلى فى العدد الناتج من عكس وضع رقميه يساوى ٢٥٢ أوجد العدد الأصلى. «٢١»

١٥ تتحرك نقطة على المستقيم : ٥ $س$ − ٢ $ص$ = ١ بحيث كان إحداثيها الصادى ضعف مربع إحداثيها السينى. أوجد إحداثيى هذه النقطة. «$\left(\frac{1}{4} ، \frac{1}{8}\right)$ أ، (١ ، ٢)»

١٦ راكب سيارة سار مسافة $س$ كم فى اتجاه الغرب ثم سار مسافة $ص$ كم فى اتجاه الجنوب فإذا كان مجموع المسافتين ٢٨ كم ، وكان البُعد بين نقطة البداية ونقطة النهاية ٢٠ كم فأوجد المسافة التى سارها الراكب فى اتجاه الغرب وفى اتجاه الجنوب. «١٢ كم ، ١٦ كم»

للمتفوقين

١ أوجد فى ح × ح مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية :

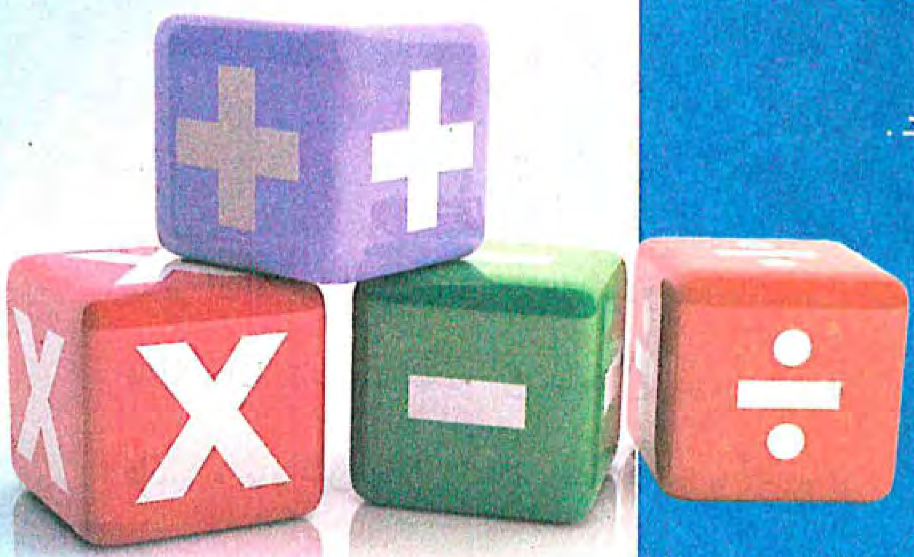
[١] $س = ص$ ، $س^2 - 2ص - 2 = 0$ «$\{(1+\sqrt{3} ، 1+\sqrt{3}) ، (1-\sqrt{3} ، 1-\sqrt{3})\}$»

[٢] $س + ص = 7$ ، $\sqrt{س} + ص = 5$ «$\{(4 ، 3)\}$»

٢ إذا كان (−٢ ، ٤) أحد حلول المعادلتين : $أس + ب ص = 2$ ، $أ ب س ص + 2 س^2 = 0$ فى ح × ح حيث أ ، ب عددان صحيحان أوجد : (أ ، ب) «(١ ، ١)»

الوحدة 2

دوال الكسور الجبرية والعمليات عليها



الدرس الأول
مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود .

الدرس الثانى
دالة الكسر الجبرى.

الدرس الثالث
تساوى كسرين جبريين.

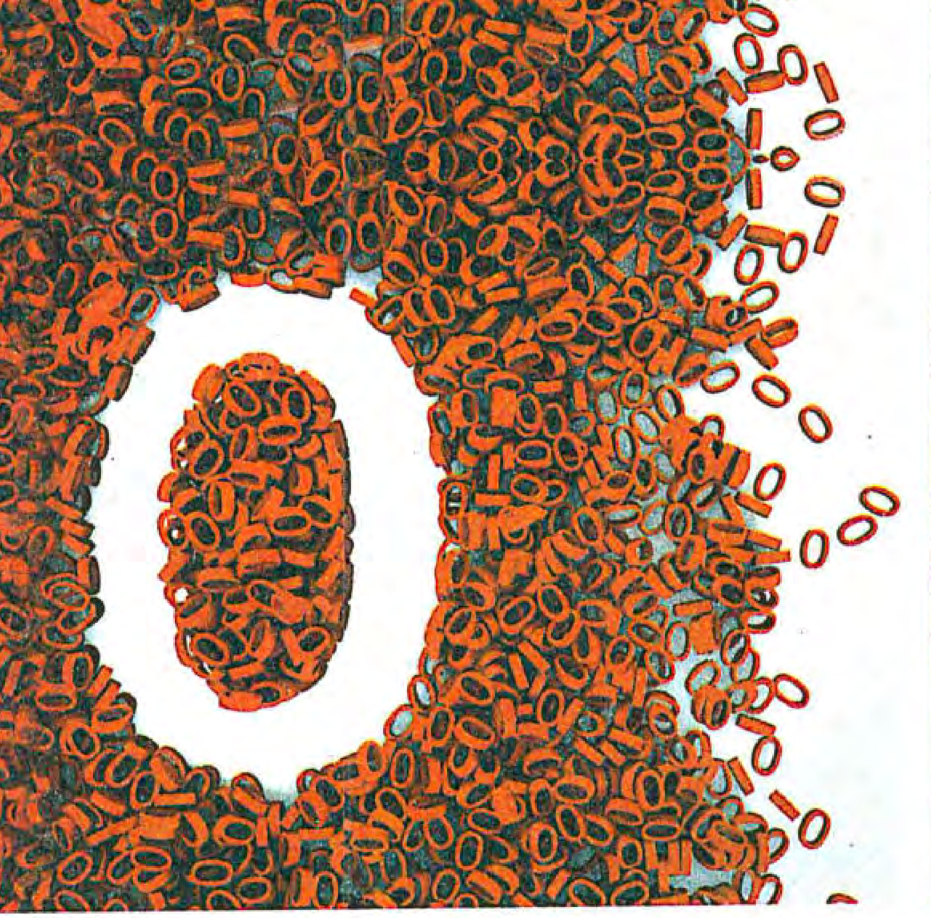
الدرس الرابع
العمليات على الكسور الجبرية (جمع وطرح الكسور الجبرية).

الدرس الخامس
تابع العمليات على الكسور الجبرية (ضرب وقسمة الكسور الجبرية).

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية
على الدروس من خلال
مسح **QR code**
الخاص بكل امتحان

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف مفهوم صفر الدالة كثيرة الحدود.
- يوجد مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود.
- يتعرف دالة الكسر الجبرى.
- يوجد مجال دالة الكسر الجبرى.
- يوجد المجال المشترك لكسرين جبريين أو أكثر.
- يختزل الكسر الجبرى إلى أبسط صورة.
- يثبت أن كسرين جبريين متساويان.
- يجرى عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة على الكسور الجبرية.
- يتعرف المعكوس الجمعى للكسر الجبرى.
- يتعرف المعكوس الضربى للكسر الجبرى.



الدرس 1

مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود

صفر الدالة هو القيمة التى تجعل قيمة الدالة تساوى الصفر.

فمثلًا : إذا كانت الدالة د : ح ⟵ ح حيث : د (س) = س^{٣} − ٥ س^{٢} + ٦ س

فإنه : • عند س = ٠ فإن : د (٠) = ٠^{٣} − ٥ × ٠^{٢} + ٦ × ٠ = ٠

• عند س = ٢ فإن : د (٢) = ٢^{٣} − ٥ × ٢^{٢} + ٦ × ٢ = ٨ − ٢٠ + ١٢ = ٠

• عند س = ٣ فإن : د (٣) = ٣^{٣} − ٥ × ٣^{٢} + ٦ × ٣ = ٢٧ − ٤٥ + ١٨ = ٠

أى أن : كل من الأعداد ٠ ، ٢ ، ٣ صفر للدالة د

وبصفة عامة :

إذا كانت د : ح ⟵ ح كثيرة حدود فى س فإن مجموعة قيم س التى تجعل د (س) = صفر تُسمى مجموعة أصفار الدالة د ويُرمز لها بالرمز ص (د)

أى أن : ص (د) = مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ فى ح

لاحظ الفرق بين : د ، د (س) ، ص (د) :

- د ترمز للدالة.
- د (س) ترمز لقاعدة الدالة أ، صورة س بواسطة الدالة د
- ص (د) ترمز لمجموعة أصفار الدالة د وهى مجموعة الحل للمعادلة د (س) = ٠ فى ح

والأمثلة التالية توضح كيفية الحصول على أصفار الدالة :

مثال ١

أوجد ص (د) لكل من دوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية فى ح :

١ د (س) = ٢ س − ٦ | ٢ د (س) = $س^2$ − ٣ س − ١٠

٣ د (س) = ٨ | ٤ د (س) = ٠

الحل

للحصول على أصفار الدالة د نضع د (س) = ٠ ونحل المعادلة الناتجة

١ بوضع ٢ س − ٦ = ٠ ∴ س = $\frac{٦}{٢}$

∴ س = ٣ ∴ ص (د) = {٣}

٢ بوضع $س^2$ − ٣ س − ١٠ = ٠ ∴ (س − ٥) (س + ٢) = ٠

∴ س = ٥ أ، س = −٢ ∴ ص (د) = {٥ ، −٢}

٣ ∵ د (س) = ٨ ∴ صورة أى عدد بالدالة د تساوى ٨

∴ لا يوجد عدد س يجعل د (س) = ٠

∴ ص (د) = ∅

٤ ∵ د (س) = ٠ ∴ صورة أى عدد بالدالة د تساوى صفر

∴ جميع الأعداد الحقيقية تكون أصفارًا لهذه الدالة.

أى أن : ص (د) = ح

ملاحظة

من ٣ ، ٤ فى المثال السابق نستنتج أنه :

إذا كان : د (س) = أ حيث أ ∈ ح* فإن : ص (د) = ∅

وإذا كان : د (س) = ٠ فإن : ص (د) = ح

مثال ٢

أوجد فى ح مجموعة أصفار كل من دوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية :

١ د(س) = س^{٢} − ٨١   ٢ ك(س) = س^{٢} + ٤٩

٣ ر(س) = س^{٢} − ١٠ س + ٢٥   ٤ د(س) = س^{٣} + ٧ س^{٢} − ١٨ س

الحل

١ بوضع س^{٢} − ٨١ = ٠   ∴ س^{٢} = ٨١   ∴ س = ± $\sqrt{٨١}$

∴ س = ٩ أ، س = −٩   ∴ ص(د) = {٩ ، −٩}

٢ بوضع س^{٢} + ٤٩ = ٠   ∴ س^{٢} = −٤٩

∴ س = ± $\sqrt{-٤٩}$ ، ∵ $\sqrt{-٤٩}$ ∉ ح

∴ س^{٢} + ٤٩ = ٠ ليس لها جذور حقيقية أى أن مجموعة حلها فى ح = ∅

∴ ص(ك) = ∅

٣ بوضع س^{٢} − ١٠ س + ٢٥ = ٠   ∴ (س − ٥)^{٢} = ٠

∴ س = ٥   ∴ ص(ر) = {٥}

٤ بوضع س^{٣} + ٧ س^{٢} − ١٨ س = ٠

∴ س (س^{٢} + ٧ س − ١٨) = ٠   ∴ س (س − ٢) (س + ٩) = ٠

∴ س = ٠ أ، س = ٢ أ، س = −٩

∴ ص(د) = {٠ ، ٢ ، −٩}

مثال ٣

أوجد فى ح مجموعة أصفار كل من دوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية :

١ ر(س) = س^{٢} − ٢ س − ١   ٢ ت(س) = س^{٢} − ٣ س + ٧

الحـــل

١ بوضع $س^٢ - ٢س - ١ = ٠$ ولحل هذه المعادلة نستخدم القانون العام كما يلى :

$\therefore س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$ ، أ = ١ ، ب = -٢ ، حـ = -١

$\therefore س = \frac{٢ \pm \sqrt{٤ + ٤}}{٢} = \frac{٢ \pm \sqrt{٨}}{٢} = \frac{٢ \pm ٢\sqrt{٢}}{٢} = ١ \pm \sqrt{٢}$

$\therefore س = ١ + \sqrt{٢}$ ، أ، $س = ١ - \sqrt{٢}$ $\therefore$ ص (ر) = $\{١ + \sqrt{٢} ، ١ - \sqrt{٢}\}$

٢ بوضع $س^٢ - ٣س + ٧ = ٠$ ولحل هذه المعادلة نستخدم القانون العام كما يلى :

، $\because$ أ = ١ ، ب = -٣ ، حـ = ٧

$\therefore س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ حـ}}{٢ أ} = \frac{٣ \pm \sqrt{٩ - ٢٨}}{٢} = \frac{٣ \pm \sqrt{-١٩}}{٢}$

، $\because \sqrt{-١٩} \notin ح$ $\therefore$ لا توجد جذور حقيقية للمعادلة : $س^٢ - ٣س + ٧ = ٠$

$\therefore$ ص (ت) = $\varnothing$

حاول بنفسك

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = ٢ س هى .... (السويس ٢٢)

(أ) ح - {٠} (ب) {٢} (جـ) {٠} (د) ح - {٢}

٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^٢ + ٢٥$ هى .... (الفيوم ٢٣)

(أ) {٥} (ب) {٥ ، -٥} (جـ) ح (د) $\varnothing$

٣ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^٢ - ١٦$ هى .... (الإسكندرية ٢٢)

(أ) {-٤} (ب) {٤} (جـ) {٤ ، -٤} (د) $\varnothing$

٤ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^٢ - ٥س + ٦$ هى .... (المنوفية ٢٢)

(أ) {٢ ، ٣} (ب) {٥ ، ٦} (جـ) ح - {٥ ، ٦} (د) ح - {٢ ، ٣}

٥ إذا كانت {-٢ ، ٢} هى مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = $س^٢$ + أ

فإن : أ = ... (أسيوط ٢٢)

(أ) -٤ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) -٢

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ عيّن مجموعة أصفار كل من دوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية فى ح :

١ د (س) = ٥ س + ١٠

٢ 📖 د (س) = س^{٢} − ٢ س

٣ د (س) = س^{٢} − ٣٦

٤ د (س) = س^{٢} + ٩

٥ 📖 د (س) = ٢٥ − ٩ س^{٢}

٦ 📖 د (س) = ٥ س^{٣} − ٢٠ س

٧ 📖 د (س) = س^{٣} − ١٢٥

٨ 📖 د (س) = ٢ س^{٤} + ٥٤ س

٩ د (س) = س^{٢} − ٣ س − ٤

١٠ د (س) = ٢ س^{٢} − ٥ س − ١٢

١١ د (س) = س^{٣} − س^{٢} − ٢ س

١٢ د (س) = ٦ س^{٢} − ٢ س^{٣} − ٤ س

١٣ 📖 د (س) = ٢ س^{٤} + س^{٣} − ٦ س^{٢}

١٤ 📖 د (س) = س (س − ٥) − ١٤

١٥ 📖 د (س) = (س − ٢) (س + ٣) + ٤ (المنوفية ١٥)

١٦ د (س) = س^{٢} + ٢ س − ٦

١٧ د (س) = ٢ س^{٢} − س + ٥

١٨ 📖 د (س) = س^{٣} − ٣ س^{٢} − ٤ س + ١٢

١٩ 📖 د (س) = س^{٣} + س^{٢} − ٢ س − ٨

٢٠ د (س) = س^{٤} − ١٠ س^{٢} + ٩

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س − ٥ هى .... (بورسعيد ٢٣ ، الإسماعيلية ٢٢)

(أ) {٠} (ب) {٥} (جـ) {−٥} (د) {٥ ، −٥}

٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = (س − ١) (س + ٢) هي ....

(أ) {−١ ، ٢}　(ب) {١ ، −٢}　(جـ) {−١ ، −٢}　(د) {١ ، ٢}

٣ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س (س − ١) هي .... (الغربية ٢٢)

(أ) {٠ ، ١}　(ب) {٠ ، −١}　(جـ) {−١ ، ١}　(د) {١}

٤ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = −٣ س هي .... (السويس ١٨ ، الجيزة ١٧)

(أ) {٠}　(ب) {−٣}　(جـ) {−٣ ، ٠}　(د) ح

٥ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = ٩ س^٢ هي ....

(أ) ∅　(ب) {٠}　(جـ) {$\frac{١}{٣}$}　(د) {−٣}

٦ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = ٤ هي .... (الأقصر ٢٣)

(أ) {٤}　(ب) {−٤}　(جـ) ∅　(د) {٤ ، −٤}

٧ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = صفر هي .... (الأقصر ١٩ ، القاهرة ١٩ ، قنا ٠٩)

(أ) ∅　(ب) ح − {٠}　(جـ) ح　(د) {٠}

٨ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س^٢ − ٢٥ هي .... (أسيوط ١٦ ، ج. سيناء ١٤)

(أ) {٥}　(ب) {−٥}　(جـ) {٥ ، −٥}　(د) ∅

٩ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س^٢ + ١ هي .... (القليوبية ٢٢)

(أ) {−١}　(ب) {١ ، −١}　(جـ) {٠}　(د) ∅

١٠ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س (س^٢ − ١) هي ....

(أ) {٠}　(ب) {٠ ، −١}　(جـ) {٠ ، ١ ، −١}　(د) {٠ ، ١}

١١ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = (س − ١)^٢ (س + ٢) هي .... (البحيرة ٢٣)

(أ) {١ ، ٢}　(ب) {١ ، −٢}

(جـ) {−١ ، ٢}　(د) {−١ ، −٢ ، ١}

١٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = ٤ − ٢ س هى ....

(أ) {−٢} (ب) {٢} (جـ) {٤ ، ٢} (د) {−٤ ، −٢}

١٣ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^٢$ − ٣ س هى ....

(أ) {٠} (ب) {٣} (جـ) {٠ ، ٣} (د) {٠ ، −٣}

١٤ إذا كانت : د (س) = $س^٢$ + س + ١ فإن مجموعة أصفار الدالة د

هى .... (الفيوم ٠٦)

(أ) {٠} (ب) {١} (جـ) ∅ (د) {٢}

١٥ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^٦$ − ٣٢ س هى .... (بنى سويف ١١)

(أ) {٠ ، ٢} (ب) {٢ ، ١٦} (جـ) {٦ ، ١٦} (د) {٠ ، ٥}

١٦ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = س ($س^٢$ − ٢ س + ١)

هى .... (الإسكندرية ٢٣ ، الإسكندرية ١٣)

(أ) {٠ ، ١} (ب) {٠ ، −١} (جـ) {٠} (د) {١}

١٧ إذا كانت : ص (د) = {٢} ، د (س) = $س^٣$ − م

فإن : م = ... (دمياط ٢٣ ، أسوان ٢٣ ، قنا ٢٣ ، الشرقية ١٤ ، الدقهلية ١٣)

(أ) $\sqrt[٣]{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

١٨ إذا كانت : ص (د) = {١ ، −٢} ، د (س) = $س^٢$ + س + أ

فإن : أ = ...

(أ) ٢٨ (ب) ١ (جـ) −١ (د) −٢

١٩ إذا كانت : ص (د) = {٥} ، د (س) = $س^٣$ − ٣ $س^٢$ + أ

فإن : أ = ... (بورسعيد ١٤ ، أسيوط ١١)

(أ) −٥٠ (ب) −٥ (جـ) ٥ (د) ٥٠

٢٠ إذا كانت {٢} هى مجموعة أصفار الدالة د حيث :

د (س) = $س^٢$ − ٢ أ س + $أ^٢$ فإن : أ = ... (الوادى الجديد ١٤)

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٤ (د) −٤

21 إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^2$ + أ هى ∅

فإن : أ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٢٥ (ب) −٢٥ (جـ) صفر (د) −١

22 إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^2$ + ك س + ١ هى ∅

فإن : ك يمكن أن تساوى .... (الشرقية ١٥)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) −٢

---

٣ إذا كانت الدالة د : د (س) = $س^3$ − ٢ $س^2$ − ٧٥

فأثبت أن العدد ٥ أحد أصفار الدالة د (ج.سيناء ١٨ ، بنى سويف ١٥)

---

٤ إذا كانت : {−٢ ، ٢} هى مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^2$ + أ

أوجد : قيمة أ (مع توضيح خطوات الحل). (القاهرة ٢٣) «−٤»

---

٥ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = أ $س^2$ + س + ب هى {٠ ، ١}

أوجد : قيمتى الثابتين أ ، ب (الإسكندرية ١٧) «−١ ، ٠»

---

٦ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = أ $س^2$ + ب س + ١٥ هى {٣ ، ٥}

أوجد : قيمة كل من أ ، ب (الفيوم ١٩) «١ ، −٨»

للمتفوقين

١ إذا كانت : ص (هـ) = {−٢ ، ٠} حيث هـ (س) = أ $س^2$ + ب س + حـ ، هـ (٣) = ١٥

فأوجد : هـ (٢) «٨»

---

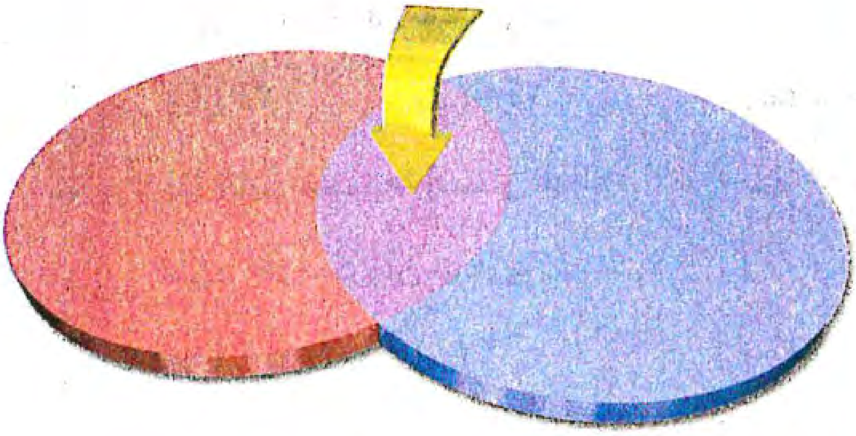
٢ إذا كانت : ر (س) = أ س − ٣ ، د (س) = $أ^2$ $س^2$ − ١٢ س + ٩

وكانت : ص (ر) = ص (د)

فأوجد : قيمة أ ثم أوجد : ص (د) «٢ ، $\{\frac{3}{2}\}$»

الدرس 2

دالة الكسر الجبرى



دالة الكسر الجبرى

دالة الكسر الجبرى هى دالة قاعدتها على صورة كسر جبرى كل من بسطه ومقامه عبارة عن قاعدة دالة كثيرة حدود.

أُمثلة لدالة الكسر الجبرى :

- د : د (س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ٢}$
- ن : ن (س) = $\frac{٣}{\text{س} - ٤}$
- ه : ه (س) = $\frac{٢\text{س} - ١}{١٢\text{س}}$
- ك : ك (س) = $\frac{٢\text{س} + ٥}{(\text{س} - ١)(\text{س} + ٤)}$

مجال دالة الكسر الجبرى

مجال دالة الكسر الجبرى هو جميع الأعداد الحقيقية ما عدا الأعداد التى تجعل الكسر غير معرف (أى ما عدا مجموعة أصفار المقام).

> أى أن : مجال دالة الكسر الجبرى = ح − مجموعة أصفار المقام.

فمثلًا :
- مجال د : د (س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ٢}$ هو ح − {−٢}
- مجال ن : ن (س) = $\frac{٣}{\text{س} - ٤}$ هو ح − {٤}

تذكر أن

القسمة على صفر ليس لها معنى.

- مجال ن : ن (س) = $\frac{٣س - ١}{١٢س}$ هو ح - {٠}
- مجال ك : ك (س) = $\frac{٢س + ٥}{(س - ١)(س + ٤)}$ هو ح - {١ ، -٤}

تعريف

إذا كانت ن ، ك دالتين كثيرتى حدود فإن الدالة ن : ح - ص (ك) ⟵ ح

، ن (س) = $\frac{ن(س)}{ك(س)}$ حيث : ص (ك) هى مجموعة أصفار الدالة ك هى

دالة كسر جبرى حقيقى واختصارًا تسمى «كسرًا جبريًا».

مثال ١

عيّن مجال كل من دوال الكسور الجبرية المعرفة بالقواعد الآتية ومن ثم أوجد :

ن (٠) ، ن (-١) ، ن (٢) :

١ ن (س) = $\frac{س + ٥}{س^٣ - ٨}$

٢ ن (س) = $\frac{٣س + ٢}{س^٣ - ٤س^٢ - ١٢س}$

٣ ن (س) = $\frac{س^٢ + ١}{٣}$

٤ ن (س) = $\frac{س + ١}{س^٢ + ١}$

الحل

لتعيين مجال دالة الكسر الجبرى نساوى المقام بالصفر لمعرفة أصفار المقام.

١ بوضع $س^٣ - ٨ = ٠$ ∴ $س^٣ = ٨$

∴ س = $\sqrt[٣]{٨}$ ∴ س = ٢

∴ مجموعة أصفار المقام = {٢} ∴ مجال ن = ح - {٢}

، ∵ ن (س) = $\frac{س + ٥}{س^٣ - ٨}$ ∴ ن (٠) = $\frac{٠ + ٥}{٠ - ٨} = -\frac{٥}{٨}$

، ن (-١) = $\frac{-١ + ٥}{-١ - ٨} = -\frac{٤}{٩}$ ، ن (٢) ليس لها معنى لأن ٢ ∌ مجال ن

٢ بوضع $س^٣ - ٤س^٢ - ١٢س = ٠$ ∴ س $(س^٢ - ٤س - ١٢) = ٠$

∴ س (س + ٢) (س - ٦) = ٠ ∴ س = ٠ ، أ، س = -٢ ، أ، س = ٦

∴ مجموعة أصفار المقام = {٠ ، -٢ ، ٦} ∴ مجال ن = ح - {٠ ، -٢ ، ٦}

، ∵ ن (س) = $\frac{٣ س + ٢}{س^٣ - ٤ س^٢ - ١٢ س}$

∴ ن (٠) ليس لها معنى لأن ٠ ∉ مجال ن ، ن (-١) = $\frac{-٣ + ٢}{-١ - ٤ + ١٢} = \frac{-١}{٧}$

، ن (٢) = $\frac{٦ + ٢}{٨ - ١٦ - ٢٤} = \frac{٨}{-٣٢} = -\frac{١}{٤}$

٣ ∵ مقام الدالة ن عبارة عن عدد ثابت

∴ لا توجد أصفار للمقام لأنه دائمًا يساوى ٣ ∴ مجال ن = ح

، ∵ ن (س) = $\frac{س^٢ + ١}{٣}$ ∴ ن (٠) = $\frac{٠ + ١}{٣} = \frac{١}{٣}$

، ن (-١) = $\frac{١ + ١}{٣} = \frac{٢}{٣}$ ، ن (٢) = $\frac{٤ + ١}{٣} = \frac{٥}{٣}$

٤ بوضع $س^٢ + ١ = ٠$ ∴ $س^٢ = -١$ ليس لها حل فى ح

∴ لا توجد أصفار للمقام ∴ مجال ن = ح

، ∵ ن (س) = $\frac{س + ١}{س^٢ + ١}$ ∴ ن (٠) = $\frac{٠ + ١}{٠ + ١} = ١$

، ن (-١) = $\frac{-١ + ١}{١ + ١} = \frac{٠}{٢} = ٠$ ، ن (٢) = $\frac{٢ + ١}{٤ + ١} = \frac{٣}{٥}$

مثال ٢

إذا كانت الدالة ن : ن (س) = $\frac{س + ٢}{س^٢ - أ س + ٢٥}$ ، مجال ن = ح - {٥}

فأوجد : قيمة أ حيث أ ∈ ح

الحل

∵ مجال ن = ح - {٥} ∴ عند س = ٥ فإن : $س^٢ - أ س + ٢٥ = ٠$

∴ ٢٥ - ٥ أ + ٢٥ = ٠ ∴ ٥ أ = ٥٠ ∴ أ = ١٠

! ملاحظة

مجموعة أصفار دالة الكسر الجبرى هى مجموعة القيم التى تجعل بسطها مساويًا للصفر ولا تجعل مقامها مساويًا للصفر.

أى أن : مجموعة أصفار دالة الكسر الجبرى = مجموعة أصفار البسط – مجموعة أصفار المقام.

فمثلًا : • إذا كانت الدالة ن : ن (س) = $\frac{س^٢ + ٣ س}{س^٢ - ٩}$ فإن : ن (س) = $\frac{س (س + ٣)}{(س - ٣) (س + ٣)}$

أى أن : ص (ن) = $\{٠ ، -٣\} - \{٣ ، -٣\} = \{٠\}$

• إذا كانت الدالة ن : ن (س) = $\frac{٣ س + ٦}{س^٢ + س - ٢}$ فإن : ن (س) = $\frac{٣ (س + ٢)}{(س - ١) (س + ٢)}$

أى أن : ص (ن) = $\{-٢\} - \{١ ، -٢\} = \varnothing$

حاول بنفسك ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{س + ٢}{س - ١}$ هو .... (بورسعيد ٢٣)

(أ) ح – {١} (ب) ح – {-٢} (جـ) ح – {١ ، -٢} (د) ح

٢ مجال الكسر الجبرى $\frac{س - ٥}{٧}$ يساوى مجال الكسر الجبرى .... (الإسماعيلية ٢٣)

(أ) $\frac{س}{س - ٢}$ (ب) $\frac{س^٢ + ٤}{٧ س}$ (جـ) $\frac{س}{س - ٥}$ (د) $\frac{٧}{س^٢ + ٤}$

٣ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س^٢ - ٣ س + ٢}{س - ٢}$ هى .... (سوهاج ٢٣)

(أ) {٢} (ب) {١} (جـ) ح – {٢} (د) {١ ، ٢}

٤ إذا كان مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{س}{س - ك}$ هو ح – {٣} (قنا ٢٢)

فإن : ك = ...

(أ) -٣ (ب) ٣ (جـ) ± ٣ (د) ٩

المجال المشترك لكسرين جبريين أو أكثر

المجال المشترك لكسرين جبريين

هو مجموعة الأعداد الحقيقية التى يكون فيها الكسران الجبريان معرفين معًا (فى آن واحد).

وبفرض أن لدينا كسرين جبريين $ن_١$ ، $ن_٢$ حيث :

$$ن_١(س) = \frac{٣}{س - ٢} \quad ، \quad ن_٢(س) = \frac{٥ س}{س^٢ - ١}$$

فإن مجال $ن_١$ وليكن $م_١ = ح - \{٢\}$ «لأن : $ن_١$ غير معرف عند $س = ٢$»

، مجال $ن_٢$ وليكن $م_٢ = ح - \{١ ، -١\}$ «لأن : $ن_٢$ غير معرف عند $س = ١$ أ، $س = -١$»

وعلى هذا فإن :

المجال المشترك للكسرين $ن_١$ ، $ن_٢$ = $م_١ \cap م_٢ = (ح - \{٢\}) \cap (ح - \{١ ، -١\})$

$= ح - \{٢ ، ١ ، -١\} = ح -$ مجموعة أصفار المقامين

«لأن $ن_١$ ، $ن_٢$ غير معرفين معًا عند $س = ٢$ أ، $س = ١$ أ، $س = -١$»

ونلاحظ أنه :

لأى قيمة للمتغير $س$ تنتمى إلى هذا المجال المشترك يكون كل من الكسرين $ن_١$ ، $ن_٢$ معرفًا.

وعمومًا فإن :

إذا كان $ن_١$ ، $ن_٢$ كسرين جبريين وكان :

مجال $ن_١ = ح - س_١$ (حيث $س_١$ هى مجموعة أصفار مقام $ن_١$)

، مجال $ن_٢ = ح - س_٢$ (حيث $س_٢$ هى مجموعة أصفار مقام $ن_٢$)

فإن :

المجال المشترك للكسرين $ن_١$ ، $ن_٢$ = $ح - (س_١ \cup س_٢)$

$= ح -$ مجموعة أصفار مقامى الكسرين.

ويمكن تعميم ذلك لأى عدد من الكسور الجبرية

أى أن : المجال المشترك لعدة كسور جبرية = $ح -$ مجموعة أصفار مقامات هذه الكسور.

مثال ٣

أوجد المجال المشترك لكل من :

١ $ن_١(س) = \frac{س + ٣}{س^٢ - ٩}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٥}{س^٢ - ٥س + ٦}$

٢ $ن_١(س) = \frac{٢س}{س + ١}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٣}{س^٣ - ١}$ ، $ن_٣(س) = \frac{٢س + ٣}{س^٢ - ٣س + ٢}$

الحل

١ $\because ن_١(س) = \frac{س + ٣}{(س - ٣)(س + ٣)}$ $\therefore$ مجال $ن_١ = ح - \{٣ ، -٣\}$

، $\because ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٥}{(س - ٢)(س - ٣)}$ $\therefore$ مجال $ن_٢ = ح - \{٢ ، ٣\}$

$\therefore$ المجال المشترك للكسرين الجبريين $ن_١$ ، $ن_٢ = ح - \{٣ ، -٣ ، ٢\}$

٢ $\because ن_١(س) = \frac{٢س}{س + ١}$ $\therefore$ مجال $ن_١ = ح - \{-١\}$

، $\because ن_٢(س) = \frac{٣}{(س - ١)(س^٢ + س + ١)}$ $\therefore$ مجال $ن_٢ = ح - \{١\}$

، $\because ن_٣(س) = \frac{٢س + ٣}{(س - ٢)(س - ١)}$ $\therefore$ مجال $ن_٣ = ح - \{٢ ، ١\}$

$\therefore$ المجال المشترك للكسور الجبرية $ن_١$ ، $ن_٢$ ، $ن_٣ = ح - \{-١ ، ١ ، ٢\}$

حاول بنفسك ٢

أوجد المجال المشترك لكل من :

١ $ن_١(س) = \frac{٣}{س - ٥}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س - ١}{س^٢ - ٦س + ٥}$

٢ $ن_١(س) = \frac{٣}{٥س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢}{س^٢ - ٢س}$ ، $ن_٣(س) = \frac{س - ٥}{س^٢ - ٤}$

تمارين 5

على دالة الكسر الجبرى

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ عين مجال كل من دوال الكسور الجبرية المعرفة بالقواعد الآتية :

١ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} + 1}{\text{س} - 2}$

٢ 📖 $\text{ن}(\text{س}) = \frac{1}{\text{س} + 2}$

٣ 📖 $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} + 3}{4}$

٤ 📖 $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - 2}{2\text{س}}$

٥ 📖 $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + 1}{\text{س}^2 - \text{س}}$

٦ 📖 $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + 9}{\text{س}^2 - 16}$

٧ 📖 $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 1}{\text{س}^2 + 1}$

٨ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + 25}{\text{س}^2 + 25\text{س}}$

٩ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س}^2 - \text{س} - 6}$

١٠ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 4\text{س} + 3}{8\text{س}^3 + 8}$

١١ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 5\text{س} + 6}{\text{س}^4 - 81}$

١٢ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 3}{\text{س}^2 - 3\text{س} + 5}$

٢ أوجد المجال المشترك للكسور الجبرية الآتية :

١ 📖 $\frac{\text{س}}{3}$ ، $\frac{3}{\text{س}}$

٢ 📖 $\frac{\text{س} + 2}{\text{س} + 5}$ ، $\frac{\text{س} - 4}{\text{س} - 7}$

٣ $\frac{3\text{س}}{\text{س} - 2}$ ، $\frac{\text{س} + 3}{\text{س}^2 - 9}$ (ش. سيناء ٠٩)

٤ 📖 $\frac{\text{س}}{\text{س}^2 - 4}$ ، $\frac{3}{2 - \text{س}}$

٥ $\frac{\text{س}^2 + 3\text{س}}{\text{س}^3 - 9\text{س}}$ ، $\frac{\text{س}^2 + 3\text{س} + 9}{\text{س}^3 - 27}$ (البحيرة ٠٩)

٦ $\frac{\text{س} - 4}{\text{س}^2 - 5\text{س} + 6}$ ، $\frac{2\text{س}}{\text{س}^3 - 9\text{س}}$ (أسيوط ٢٣ ، الأقصر ١٩)

٧ 📖 $\frac{\text{س}^2 + 4}{\text{س}^2 - 4}$ ، $\frac{7}{\text{س}^2 + 4\text{س} + 4}$

[٨] $\frac{س - ٢}{س + ٤}$ ، $\frac{٧}{س - ٣}$ ، $\frac{س}{س^٢ + ٤}$

[٩] $\frac{س + ٣}{٢}$ ، $\frac{٣}{س^٢ - ٩}$ ، $\frac{٧ س}{س^٢ - ٣ س}$

[١٠] $\frac{س^٢ - ٤}{س^٢ - ٥ س + ٦}$ ، $\frac{٧}{س^٢ - ٩}$ ، $\frac{س^٢ - ٣ س - ٤}{س^٢ + س - ٢}$

---

[٣] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كان : $ن_١$ ، $ن_٢$ كسرين جبريين وكان مجال $ن_١ = ح - س_١$ (حيث $س_١$ مجموعة أصفار مقام $ن_١$) ، مجال $ن_٢ = ح - س_٢$ (حيث $س_٢$ مجموعة أصفار مقام $ن_٢$)

فإن المجال المشترك للكسرين $ن_١$ ، $ن_٢$ هو ح − ………… (بورسعيد ١٨)

(أ) $س_١ - س_٢$ (ب) $س_١ \cap س_٢$ (جـ) $س_١ \cup س_٢$ (د) $\emptyset$

[٢] مجال الدالة د : د (س) = $\frac{س + ١}{٢ س + ٤}$ هو …………

(أ) ح − {−١ ، −٢} (ب) ح − {−١}

(جـ) ح − {−٢} (د) ح − {−٤}

[٣] مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{س - ١}{س}$ هو ………… (القليوبية ٢٢)

(أ) {٠} (ب) {١} (جـ) ح − {٠} (د) ح − {١}

[٤] مجال الدالة د : د (س) = $س^٢ - ١$ هو ………… (الوادى الجديد ٢٣)

(أ) {١} (ب) ح − {١} (جـ) ح − {−١ ، ١} (د) ح

[٥] مجال الكسر الجبرى $\frac{س - ٥}{٣}$ يساوى مجال الكسر الجبرى ………… (القليوبية ١٦)

(أ) $\frac{س}{س^٢ + ١}$ (ب) $\frac{س}{س - ٣}$ (جـ) $\frac{٣}{س - ٥}$ (د) $\frac{س - ٥}{س - ٣}$

٦ إذا كانت : د (س) = $\frac{س}{س - ٢}$ فإن : د (٢) .... (قنا ٠٦)

(أ) = ٢ (ب) = ١ (جـ) = صفر (د) ليس لها وجود.

٧ إذا كان مجال الكسر الجبرى ن هو ح - {٢ ، ٣ ، ٤}

فإن : ن (٣) .... (الشرقية ١٩)

(أ) = ٣ (ب) = ٢ (جـ) = ٤ (د) ليس لها وجود.

٨ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س - ٣}{س + ٢}$ هى .... (الغربية ٢٣)

(أ) {٣} (ب) {-٢} (جـ) ح - {-٢} (د) ∅

٩ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{٢ - س}{٧}$ هى .... (القاهرة ١٦)

(أ) {٧} (ب) {٢ ، ٧} (جـ) {٢} (د) ∅

١٠ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س + ١}{س^٢ - ١}$ هى .... (بنى سويف ٢٣)

(أ) {١ ، -١} (ب) {١} (جـ) {-١} (د) ∅

١١ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س^٢ - س - ٢}{س^٢ + ٤}$ هى .... (الغربية ١٧)

(أ) {٢ ، -٢} (ب) {-٢ ، -١}

(جـ) {٢ ، -١} (د) {١ ، -١}

١٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س^٢ - ٩}{س - ٢}$ هى .... (البحر الأحمر ٢٣ ، مطروح ١٧)

(أ) {٢} (ب) ح - {٢}

(جـ) {٣ ، -٣} (د) {٣ ، -٣ ، ٢}

١٣ المجال المشترك للكسرين $\frac{٢ س}{س - ٣}$ ، $\frac{س}{س + ٥}$ هو .... (بورسعيد ٢٣)

(أ) {٣ ، -٥} (ب) ح - {٠ ، ٣ ، -٥}

(جـ) ح - {٣ ، -٥} (د) ∅

١٤ المجال المشترك للكسرين $\frac{٢}{س^٢ - ١}$ ، $\frac{٥ س}{س^٢ - س}$ هو .... (الفيوم ١٨)

(أ) ح - {١}　　(ب) ح - {٠ ، ١}

(جـ) ح - {٠ ، ١ ، -١}　　(د) ح - {١ ، -١}

١٥ إذا كانت : ن (س) = $\frac{٧}{س + أ}$ وكان مجال الدالة ن هو ح - {-٢}

فإن : أ = ...

(أ) -٢　　(ب) ٢　　(جـ) ± ٢　　(د) $-\frac{٧}{٢}$

١٦ إذا كان مجال الدالة د : د (س) = $\frac{س - ٥}{س^٢ - ك}$ هو ح - {٥ ، -٥} فإن : ك = ...

(أ) ٥　　(ب) -٥　　(جـ) -٢٥　　(د) ٢٥

١٧ إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{-٧}{س + ٢}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س}{س - ك}$ وكان المجال المشترك للدالتين $ن_١$ ، $ن_٢$ هو ح - {-٢ ، ٧} فإن : ك = ...

(أ) ٧　　(ب) -٧　　(جـ) ٢　　(د) -٢

١٨ إذا كان مجال ن حيث ن (س) = $\frac{س - ٢}{س^٢ + أ}$ هو ح فإن : أ .... صفر (الدقهلية ١٦)

(أ) =　　(ب) <　　(جـ) ≥　　(د) >

١٩ إذا كانت : س = ٣ أحد أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س^٢ - ٢ س - ك}{س^٢ - ٢٥}$ (كفر الشيخ ١٨)

فإن : ك = ...

(أ) ٣　　(ب) ٦　　(جـ) -٣　　(د) -٦

٢٠ إذا كانت : د (س) = $\frac{٧ + س}{٧ - س}$ حيث س ∈ ح - {٧ ، -٧} (الدقهلية ١٦)

فإن : د (-٢) = ...

(أ) $\frac{-١}{د (-٢)}$　　(ب) $\frac{-١}{د (٢)}$　　(جـ) $\frac{١}{د (٢)}$　　(د) $\frac{١}{د (-٢)}$

٤ عين مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{٢ س + ١}{س^٢ - ٥ س + ٦}$

ثم أوجد : ن (٠) ، ن (٢) (الوادى الجديد ٠٨)

---

٥ إذا كان مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{س - ١٠}{س^٢ - ٩ س + ٩}$ هو ح - {٣}

فأوجد : قيمة ٩ (الإسماعيلية ١٩ ، سوهاج ١٨ ، بنى سويف ١٧) «٦»

---

٦ إذا كان : ن كسرًا جبريًا حيث ن (س) = $\frac{١١}{٤ س^٢ - ١٢ س + ٩}$ وكانت ن (٩) غير معرفة

فأوجد : قيمة ٩ «$\frac{٣}{٢}$»

---

٧ إذا كان مجال الدالة د حيث د (س) = $\frac{س}{س^٢ - ٥ س + م}$ هو ح - {٢ ، حـ}

فأوجد : قيمة كل من الثابتين م ، حـ (الشرقية ١٦) «٦ ، ٣»

---

٨ إذا كان مجال الدالة د حيث د (س) = $\frac{س + ب}{س + ٩}$ هو ح - {-٢} وكان د (٠) = ٣

فأوجد : قيمة كل من ٩ ، ب (الفيوم ١٦) «٢ ، ٦»

---

٩ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = $\frac{٩ س^٢ - ٦ س + ٨}{ب س - ٤}$ هى {٤}

، مجالها هو ح - {٢} أوجد : ٩ ، ب (الشرقية ١٧) «١ ، ٢»

للمتفوقين

١ إذا كان مجال الدالة ن هو ح - {١ ، ٣} حيث ن (س) = $\frac{س + ١}{س^٢ + هـ س + و}$

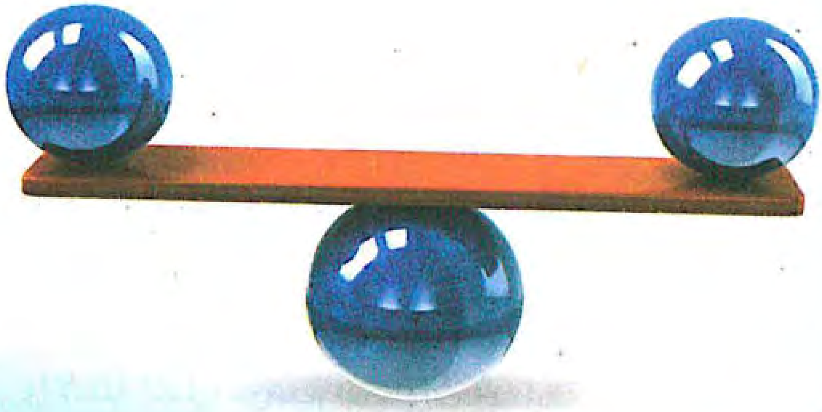
فأوجد : قيمة كل من هـ ، و «-٤ ، ٣»

---

٢ إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{س}{س^٢ + ٩}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{٥}{س^٢ - ٦ س - ٩}$

، المجال المشترك للكسرين $ن_١$ ، $ن_٢$ هو ح - {٣}

فأوجد : قيمة ٩ «-٩»



الدرس 3

تساوى كسرين جبريين

قبل دراسة تساوى كسرين جبريين ، يجب أن نتعلم كيفية اختزال الكسر الجبرى.

اختزال الكسر الجبرى

اختزال الكسر الجبرى هو وضع الكسر الجبرى فى أبسط صورة.

تعريف

يُقال إن الكسر الجبرى فى أبسط صورة له إذا لم توجد عوامل مشتركة بين بسطه ومقامه بخلاف الواحد الصحيح.

فمثلًا : • **كل من الكسور الجبرية الآتية فى أبسط صورة :**

$$\frac{س - ١}{س + ١} \quad ، \quad \frac{س^{٢}}{س^{٢} + ١} \quad ، \quad \frac{س^{٢} + ٢ س - ١}{س^{٣} + ٥}$$

لأنه لا توجد عوامل مشتركة بين بسط ومقام كل منها.

• **كل من الكسور الجبرية الآتية ليس فى أبسط صورة :**

$$\frac{س}{س (س + ١)} \quad ، \quad \frac{س^{٢} + ١}{س (س^{٢} + ١)} \quad ، \quad \frac{س^{٢} (٢ س - ١)}{س^{٣}}$$

لأنه يوجد عامل مشترك بين بسط ومقام كل منها.

كيفية اختزال الكسر الجبرى

لاختزال الكسر الجبرى اتبع ما يأتى :

١ حلل كلاً من بسط الكسر الجبرى ومقامه تحليلاً تامًا.

٢ عيِّن مجال الكسر الجبرى قبل حذف العوامل المشتركة بين البسط والمقام.

٣ احذف العوامل المشتركة بين بسط ومقام الكسر الجبرى وبذلك نحصل على أبسط صورة للكسر الجبرى.

والأمثلة التالية توضح الخطوات السابقة :

مثال ١

اختزل كلاً من الكسرين الجبريين الآتيين واذكر مجال كل منهما :

١ $ن_1(س) = \frac{٢س + ٤}{س^٢ - ٤}$

٢ $ن_2(س) = \frac{س^٣ + ٢س^٢ - ٣٥س}{س^٣ - ٢٥س}$

الحل

١ ∵ $ن_1(س) = \frac{٢(س + ٢)}{(س - ٢)(س + ٢)}$ ∴ مجال $ن_1 = ح - \{٢ ، -٢\}$

وبحذف (س + ٢) من البسط والمقام ∴ $ن_1(س) = \frac{٢}{س - ٢}$

٢ ∵ $ن_2(س) = \frac{س(س^٢ + ٢س - ٣٥)}{س(س^٢ - ٢٥)} = \frac{س(س + ٧)(س - ٥)}{س(س + ٥)(س - ٥)}$

∴ مجال $ن_2 = ح - \{٠ ، -٥ ، ٥\}$

وبحذف س(س - ٥) من البسط والمقام ∴ $ن_2(س) = \frac{س + ٧}{س + ٥}$

حاول بنفسك ١

اختصر الكسرين الجبريين الآتيين لأبسط صورة واذكر مجال كل منهما :

١ $ن_1(س) = \frac{س^٢ - ٩}{س^٢ + ٤س + ٣}$

٢ $ن_2(س) = \frac{س^٣ - ٨}{س^٣ + ٢س^٢ + ٤س}$

تساوى كسرين جبريين

• إذا كان $ن_١$ ، $ن_٢$ كسرين جبريين حيث : $ن_١(س) = ٣$ ، $ن_٢(س) = \frac{٣س}{س}$

السؤال هو : هل $ن_٢ = ن_١$ ؟ الإجابة هى : لا

لأن : $ن_١(س) = ٣$ لجميع قيم س الحقيقية

ولكن : $ن_٢(س) = ٣$ إذا كانت : $س \neq$ صفر

، $ن_٢(س)$ غير معرفة إذا كانت : س = صفر

أى أن :

$ن_٢(س) = ن_١(س)$ إذا كانت : $س \neq$ صفر

، $ن_٢(س) \neq ن_١(س)$ إذا كانت : س = صفر

نقول إن الدالتين $ن_١$ ، $ن_٢$ متساويتان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :

(١) مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$ (٢) $ن_١(س) = ن_٢(س)$ لكل $س \in$ المجال المشترك

مثال ٢

في كل مما يأتى إذا كان $ن_١$ ، $ن_٢$ كسرين جبريين فهل $ن_١ = ن_٢$ ؟ ولماذا ؟

١ $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٥س}{س^٢ - ٧س + ١٠}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٣س - ١٥}{٣س^٢ - ٢١س + ٣٠}$

٢ $ن_١(س) = \frac{س^٢ + س - ٦}{س^٢ - ٣س + ٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ - ٢س - ١٥}{س^٢ - ٦س + ٥}$

٣ $ن_١(س) = \frac{س^٢ - س}{س^٣ - ٢س^٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ - ٣س + ٢}{س^٣ - ٤س^٢ + ٤س}$

الحل

١ ∵ $ن_١(س) = \frac{س(س - ٥)}{(س - ٢)(س - ٥)}$

∴ مجال $ن_١ = ح - \{٢ ، ٥\}$ ، $ن_١(س) = \frac{س}{س - ٢}$ (١)

، ∵ $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{٣(\text{س} - ٥)}{٣(\text{س}^2 - ٧\text{س} + ١٠)} = \frac{٣(\text{س} - ٥)}{٣(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٥)}$

∴ مجال ن_2 = ح − {٢ ، ٥} ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{١}{\text{س} - ٢}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\text{ن}_1 \neq \text{ن}_2$

فعلى الرغم من أن : مجال ن_1 = مجال ن_2 إلا أن : $\text{ن}_1(\text{س}) \neq \text{ن}_2(\text{س})$

٢ ∵ $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٢)}{(\text{س} - ١)(\text{س} - ٢)}$

∴ مجال ن_1 = ح − {١ ، ٢} ، $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س} + ٣}{\text{س} - ١}$ (١)

، ∵ $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{(\text{س} - ٥)(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ٥)(\text{س} - ١)}$

∴ مجال ن_2 = ح − {١ ، ٥} ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س} + ٣}{\text{س} - ١}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\text{ن}_1 \neq \text{ن}_2$

فعلى الرغم من أن : $\text{ن}_1(\text{س}) = \text{ن}_2(\text{س})$ فى أبسط صورة إلا أن : مجال ن_1 ≠ مجال ن_2

٣ ∵ $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}(\text{س} - ١)}{\text{س}^2(\text{س} - ٢)}$

∴ مجال ن_1 = ح − {٠ ، ٢} ، $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س} - ١}{\text{س}(\text{س} - ٢)}$ (١)

، ∵ $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{(\text{س} - ١)(\text{س} - ٢)}{\text{س}(\text{س}^2 - ٤\text{س} + ٤)} = \frac{(\text{س} - ١)(\text{س} - ٢)}{\text{س}(\text{س} - ٢)^2}$

∴ مجال ن_2 = ح − {٠ ، ٢} ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س} - ١}{\text{س}(\text{س} - ٢)}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\text{ن}_1 = \text{ن}_2$ لأن : مجال ن_1 = مجال ن_2 ، $\text{ن}_1(\text{س}) = \text{ن}_2(\text{س})$

ملاحظة

ليكن $ن_1$ ، $ن_2$ كسرين جبريين مجالهما $م_1$ ، $م_2$ فإذا أمكن اختزال $ن_1(س)$ ، $ن_2(س)$ إلى نفس الكسر فيقال إن : $ن_1$ ، $ن_2$ يأخذان نفس القيم فى المجال المشترك $م_1 \cap م_2$

مثال ٣

إذا كان : $ن_1(س) = \frac{س^2 + ٣س}{س^2 - ٣س}$ ، $ن_2(س) = \frac{س^2 + ١٠س + ٢١}{س^2 + ٤س - ٢١}$

فأثبت أن : $ن_1(س) = ن_2(س)$ لجميع قيم س التى تنتمى إلى المجال المشترك وأوجد هذا المجال.

الحل

$\because ن_1(س) = \frac{س(س + ٣)}{س(س - ٣)} = \frac{س + ٣}{س - ٣}$ حيث مجال $ن_1 = ح - \{٠ ، ٣\}$

، $ن_2(س) = \frac{(س + ٧)(س + ٣)}{(س + ٧)(س - ٣)} = \frac{س + ٣}{س - ٣}$ حيث مجال $ن_2 = ح - \{-٧ ، ٣\}$

$\therefore ن_1(س) = ن_2(س)$ لجميع قيم س التى تنتمى للمجال المشترك للدالتين $ن_1$ ، $ن_2$

وهو : $ح - \{٠ ، ٣ ، -٧\}$

بمعنى آخر : $ح - \{٠ ، ٣ ، -٧\}$ هو المجال المشترك الذى تتساوى فيه الدالتان $ن_1$ ، $ن_2$

حاول بنفسك ٢

فى كل مما يأتى إذا كان $ن_1$ ، $ن_2$ كسرين جبريين ، فهل $ن_1 = ن_2$ ؟ ولماذا ؟

١ $ن_1(س) = \frac{٢س^2 + ٤}{س^3 + ٢س}$ ، $ن_2(س) = \frac{٤س^2 + ٨}{٢س^3 + ٤س}$

٢ $ن_1(س) = \frac{س^2 - ٢س}{س^2 + س - ٦}$ ، $ن_2(س) = \frac{س^2 - ٣س}{س^2 - ٩}$

على تساوى كسرين جبريين

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ⁂ حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختصر كلاً من الكسور الجبرية الآتية لأبسط صورة مبيناً مجال كل منها :

١ $ن(\text{س}) = \frac{٢\text{س} + ٨}{\text{س} + ٤}$

٢ $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٢\text{س}}{\text{س}^٢ + ٣\text{س}}$

٣ $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٤\text{س}}{\text{س}^٢ - ١٦}$

٤ 📖 $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٤}{\text{س}^٣ - ٨}$

٥ $ن(\text{س}) = \frac{١٢\text{س}^٢ - ٨\text{س}}{٦\text{س}^٢ - ٤\text{س}}$

٦ 📖 $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٤}{\text{س}^٢ - ٥\text{س} + ٦}$

٧ 📖 $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٦\text{س} + ٩}{٢\text{س}^٣ - ١٨\text{س}}$

٨ $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ + \text{س} - ٦}{\text{س}^٢ - ٢\text{س} - ١٥}$

٩ 📖 $ن(\text{س}) = \frac{٢\text{س}^٢ + ٧\text{س} + ٦}{٤\text{س}^٢ + ٤\text{س} - ٣}$

١٠ 📖 $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^٣ + ١}{\text{س}^٣ - \text{س}^٢ + \text{س}}$

١١ $ن(\text{س}) = \frac{٦ + \text{س} - \text{س}^٢}{\text{س}^٢ - ٥\text{س} + ٦}$

١٢ 📖 $ن(\text{س}) = \frac{(\text{س} - ٢)^٢ - ١}{\text{س}(\text{س} - ٣)}$

١٣ $ن(\text{س}) = \frac{\text{س} + \frac{١}{\text{س}}}{٤\text{س} + \frac{٤}{\text{س}}}$ (دمياط ١٧)

١٤ 📖 $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^٣ + \text{س}^٢ - ٢}{\text{س} - ١}$

---

٢ فى كل مما يأتى أثبت أن : $ن_١(\text{س}) = ن_٢(\text{س})$ لجميع قيم س التى تنتمى إلى المجال المشترك وأوجد هذا المجال (بمعنى آخر أوجد المجال المشترك الذى تتساوى فيه الدالتان $ن_١$ ، $ن_٢$) :

١ $ن_١(\text{س}) = \frac{٤\text{س}^٢ - ٩}{٦\text{س} - ٩}$ ، $ن_٢(\text{س}) = \frac{٢\text{س}^٢ + ٣\text{س}}{٣\text{س}}$ (بورسعيد ١٥)

٢ $ن_١(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٣\text{س} + ٩}{\text{س}^٣ + ٢٧}$ ، $ن_٢(\text{س}) = \frac{٢}{٢\text{س} + ٦}$ (الشرقية ٠٧)

٣ $ن_١(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٤}{\text{س}^٢ + \text{س} - ٦}$ ، $ن_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}^٣ - \text{س}^٢ - ٦\text{س}}{\text{س}^٣ - ٩\text{س}}$ (كفر الشيخ ١٨)

٤ 📖 $ن_١(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ + \text{س} - ١٢}{\text{س}^٢ + ٥\text{س} + ٤}$ ، $ن_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٢\text{س} - ٣}{\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ١}$ (الإسكندرية ١٩ ، دمياط ١٧)

٣ في كل مما يأتي أثبت أن $ن_١ = ن_٢$:

١ $ن_١(س) = \frac{٣س}{٣س - ٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٢س}{٢س - ٤}$ (سوهاج ٠٦)

٢ $ن_١(س) = \frac{س}{س^٢ - ١}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٥س}{٥س^٢ - ٥}$ (الأقصر ١٩)

٣ $ن_١(س) = \frac{٢س}{٢س + ٤}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ + ٤س + ٤}$ (الفيوم ٢٣ ، البحيرة ١٩ ، المنيا ١٧)

٤ $ن_١(س) = \frac{س^٣ - ١}{س^٣ + س^٢ + س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{(س - ١)(س^٢ + ١)}{س^٣ + س}$ (الجيزة ٢٣)

٥ $ن_١(س) = \frac{س^٢ - س}{س^٣ - ٢س^٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ - ٣س + ٢}{س^٣ - ٤س^٢ + ٤س}$ (الدقهلية ١٩)

٦ $ن_١(س) = \frac{س^٢}{س^٣ - س^٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٣ + س^٢ + س}{س^٤ - س}$ (المنوفية ٢٣)

٧ $ن_١(س) = \frac{س^٣ + س}{س^٣ + س^٢ + س + ١}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س}{س + ١}$

---

٤ في كل مما يأتي بيِّن ما إذا كان $ن_١ = ن_٢$ أم لا مع ذكر السبب :

١ $ن_١(س) = \frac{س - ١}{س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{(س - ١)(س^٢ + ١)}{س(س^٢ + ١)}$

٢ $ن_١(س) = \frac{٢س^٣ + ٦س}{(س - ١)(س^٢ + ٣)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٢س}{س - ١}$

٣ $ن_١(س) = \frac{س + ٥}{س^٢ - ٢٥}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٣}{٣س - ١٥}$ (أسيوط ١٨)

٤ $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٩}{س^٢ + ٤س + ٣}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$ (الجيزة ١٦)

٥ $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + س - ٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ - س - ٦}{س^٢ - ٩}$ (الغربية ١٩ ، قنا ١٨)

٦ $ن_١(س) = \frac{س^٣ + ١}{س^٣ - س^٢ + س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٣ + س^٢ + س + ١}{س^٣ + س}$

٧ $ن_١(س) = ١ - \frac{١}{س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{١ - س}{س}$ (الشرقية ١٩)

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أبسط صورة للكسر الجبرى $\frac{س^٢ - ٥ س + ٦}{س - ٣}$ هى .... (حيث س ≠ ٣) (بورسعيد ٢٣)

(أ) س − ٣ (ب) $\frac{س - ٢}{س - ٣}$ (جـ) س − ٢ (د) $\frac{١}{س - ٢}$

٢ أبسط صورة للدالة د : د (س) = $\frac{٤ - س}{س - ٤}$ حيث س ≠ ٤ هى .... (دمياط ١٨)

(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ١ (د) −١

٣ أبسط صورة للدالة ن : ن (س) = $\frac{٤ س^٢ - ٢ س}{٢ س}$ ، س ≠ ٠

هى .... (ج.سيناء ١٨ ، قنا ١٧)

(أ) ٤ $س^٢$ (ب) ٤ س (جـ) ٢ س (د) ٢ س − ١

٤ الكسر الجبرى $\frac{١}{س}$ يساوى الكسر الجبرى .... (حيث س ≠ صفر) (القاهرة ٢٣)

(أ) $\frac{س}{س^٢}$ (ب) $\frac{١}{س^٢}$ (جـ) $\frac{س}{٢}$ (د) $\frac{س + ١}{س}$

٥ إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{س + ١}{س - ٢}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٢ + س}{س^٢ - ٢ س}$

فإن المجال المشترك الذى تتساوى فيه الدالتان $ن_١$ ، $ن_٢$ هو ....

(أ) ح − {٠} (ب) ح − {٠ ، ٢}

(جـ) ح − {٠ ، −٢} (د) ح − {٠ ، −١ ، ٢}

٦ إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{س}{س^٢ + س}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{١}{س + ١}$

فإن : $ن_١$ = $ن_٢$ عندما س ∈ .... (الوادى الجديد ٠٩)

(أ) ح − {٠} (ب) ح − {٠ ، ١}

(جـ) ح − {−١} (د) ح − {٠ ، −١}

٧ إذا كان مجال $ن_١$: $ن_١$ (س) = $\frac{٥}{س - ٨}$ يساوى مجال $ن_٢$: $ن_٢$ (س) = $\frac{س - ٣}{س + ك}$

فإن : ك = ... (الدقهلية ٠٨)

(أ) ٨ (ب) −٨ (جـ) −٣ (د) ٢٤

8 إذا كان : $ن_1$ (س) = $\frac{س^2 - 4}{س - 2}$ ، $ن_2$ (س) = س + 2

فإن : $ن_1$ = $ن_2$ عندما يكون لهما نفس المجال وهو .... (الفيوم ٠٣)

(أ) ح (ب) ح - {2} (جـ) ح - {-2} (د) ح - {1}

9 إذا كانت : $ن_1$ (س) = $\frac{1}{س - 3}$ ، $ن_2$ (س) = $\frac{1}{3 - س}$

فإن : $ن_1 \neq ن_2$ لأن .... (سوهاج ٠٤)

(أ) $ن_1$ (س) = $ن_2$ (س) (ب) مجال $ن_1$ = مجال $ن_2$

(جـ) $ن_1$ (س) $\neq$ $ن_2$ (س) . (د) مجال $ن_1 \neq$ مجال $ن_2$

10 إذا كان : ى (س) = $\frac{س^2 - 2 س}{(س + 2)(س - 2)}$ ، هـ (س) = $\frac{س}{س + 2}$

فإن : ى = هـ عندما .... (الشرقية ٠٣)

(أ) ى (س) = هـ (س) لكل س $\in$ ح - {-2}

(ب) ى (س) = هـ (س) فى أبسط صورة.

(جـ) ى (س) = هـ (س) لكل س $\in$ ح - {2 ، -2}

(د) ى (س) = هـ (س) لكل س $\in$ ح

---

6 إذا كانت أبسط صورة للكسر الجبرى ن (س) = $\frac{س^2 - 4 س + 4}{س^2 - أ}$

هى ن (س) = $\frac{س - 2}{س + 2}$ **فأوجد** : قيمة أ «4»

للمتفوقين

1 اختزل الكسر الجبرى ن (س) = $\frac{(5 س + 3)^2 - (3 س - 1)^2}{32 س + 8}$ إلى أبسط صورة موضحًا

المجال ، ثم أوجد ن (0) وأوجد قيم س التى تجعل $(ن (س))^2 = 4$ «1 ، 2 أو -6»

---

2 إذا كان : $ن_1$ (س) = $\frac{س}{س + أ}$ ، $ن_2$ (س) = $\frac{س^3 + ب س}{س^3 + أ س^2 + س + 5}$

وكان $ن_1$ = $ن_2$ **فأوجد** : قيمة كل من أ ، ب «5 ، 1»



الدرس 4

العمليات على الكسور الجبرية

جمع وطرح الكسور الجبرية

جمع وطرح الكسور الجبرية يماثل جمع وطرح الكسور العددية ، ولذلك فمن المفيد أن تتذكر كيفية جمع وطرح الكسور العددية.

١ جمع وطرح كسرين متحدى المقام :

- $\frac{أ}{ب} + \frac{ج}{ب} = \frac{أ + ج}{ب}$ (حيث ب $\neq$ ٠)
- $\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{ب} = \frac{أ - ج}{ب}$ (حيث ب $\neq$ ٠)

فمثلًا : • $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٢ + ١}{٥} = \frac{٣}{٥}$ • $\frac{-٢}{٧} - \frac{٤}{٧} = \frac{-٢ - ٤}{٧} = -\frac{٦}{٧}$

٢ جمع وطرح كسرين مختلفى المقام :

- $\frac{أ}{ب} + \frac{ج}{د} = \frac{أد + جب}{بد}$ (حيث ب د $\neq$ ٠)
- $\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{د} = \frac{أد - جب}{بد}$ (حيث ب د $\neq$ ٠)

فمثلًا : • $\frac{١}{٥} + \frac{٢}{٧} = \frac{١ \times ٧ + ٢ \times ٥}{٥ \times ٧} = \frac{٧ + ١٠}{٣٥} = \frac{١٧}{٣٥}$

• $\frac{١}{٤} - \frac{-٣}{٥} = \frac{١ \times ٥ - (-٣) \times ٤}{٤ \times ٥} = \frac{٥ - (-١٢)}{٢٠} = \frac{٥ + ١٢}{٢٠} = \frac{١٧}{٢٠}$

ويمكن بنفس الطريقة إجراء عمليتى جمع وطرح كسرين جبريين متحدى المقام ومختلفى المقام كالتالى :

١ جمع وطرح كسرين جبريين متحدى المقام :

إذا كانت $س \in$ المجال المشترك للكسرين الجبريين $ن_١$ ، $ن_٢$ حيث :

$ن_١(س) = \frac{د(س)}{ك(س)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{و(س)}{ك(س)}$ فإن :

- $ن_١(س) + ن_٢(س) = \frac{د(س)}{ك(س)} + \frac{و(س)}{ك(س)} = \frac{د(س) + و(س)}{ك(س)}$
- $ن_١(س) - ن_٢(س) = \frac{د(س)}{ك(س)} - \frac{و(س)}{ك(س)} = \frac{د(س) - و(س)}{ك(س)}$

فمثلًا : إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س}{س - ٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س - ١}{س - ٢}$

فإن : • $ن_١(س) + ن_٢(س) = \frac{س}{س - ٢} + \frac{س - ١}{س - ٢} = \frac{س + س - ١}{س - ٢} = \frac{٢س - ١}{س - ٢}$

حيث مجال ناتج الجمع هو $ح - \{٢\}$

• $ن_١(س) - ن_٢(س) = \frac{س}{س - ٢} - \frac{س - ١}{س - ٢} = \frac{س - (س - ١)}{س - ٢}$

$= \frac{س - س + ١}{س - ٢} = \frac{١}{س - ٢}$

حيث مجال ناتج الطرح هو $ح - \{٢\}$

٢ جمع وطرح كسرين جبريين مختلفى المقام :

فإن : إذا كانت $س \in$ المجال المشترك للكسرين الجبريين $ن_١$ ، $ن_٢$ حيث :

$ن_١(س) = \frac{د(س)}{ر(س)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{و(س)}{ك(س)}$ فإن :

- $ن_١(س) + ن_٢(س) = \frac{د(س)}{ر(س)} + \frac{و(س)}{ك(س)} = \frac{د(س) \times ك(س) + و(س) \times ر(س)}{ر(س) \times ك(س)}$
- $ن_١(س) - ن_٢(س) = \frac{د(س)}{ر(س)} - \frac{و(س)}{ك(س)} = \frac{د(س) \times ك(س) - و(س) \times ر(س)}{ر(س) \times ك(س)}$

فمثلًا : إذا كان : $ن_1$ (س) = $\frac{٥}{س - ٣}$ ، $ن_2$ (س) = $\frac{٣}{س + ٢}$ فإن :

• $ن_1$ (س) + $ن_2$ (س) = $\frac{٥}{س - ٣} + \frac{٣}{س + ٢} = \frac{٥ (س + ٢) + ٣ (س - ٣)}{(س - ٣) (س + ٢)}$

$= \frac{٥ س + ١٠ + ٣ س - ٩}{(س - ٣) (س + ٢)} = \frac{٨ س + ١}{(س - ٣) (س + ٢)}$

حيث مجال ناتج الجمع هو ح - {٣ ، -٢}

وهو المجال المشترك للكسرين الجبريين $ن_1$ ، $ن_2$

• $ن_1$ (س) - $ن_2$ (س) = $\frac{٥}{س - ٣} - \frac{٣}{س + ٢} = \frac{٥ (س + ٢) - ٣ (س - ٣)}{(س - ٣) (س + ٢)}$

$= \frac{٥ س + ١٠ - ٣ س + ٩}{(س - ٣) (س + ٢)} = \frac{٢ س + ١٩}{(س - ٣) (س + ٢)}$

حيث مجال ناتج الطرح هو ح - {٣ ، -٢}

وهو المجال المشترك للكسرين الجبريين $ن_1$ ، $ن_2$.

وفيما يلى خطوات جمع أو طرح كسرين جبريين :

١ ترتيب حدود كل من بسط ومقام كل كسر على حدة تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أى رمز فيه.

٢ تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن ذلك.

٣ إيجاد المجال المشترك ليكون هو مجال الناتج.

٤ اختزال كل كسر على حدة لتسهيل إجراء عمليتى الجمع أو الطرح.

٥ توحيد المقامات.

٦ إجراء عملية الجمع أو الطرح لحدود البسوط.

٧ وضع الناتج النهائى فى أبسط صورة ممكنة.

مثال ١

في كل مما يأتى أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

١ $ن(س) = \frac{س^2 + 3س}{س^2 + 4س + 3} + \frac{س - 5}{س^2 - 4س - 5}$

٢ $ن(س) = \frac{س - 1}{س^2 - س} - \frac{س - 3}{س^2 + 6 - 5س}$

الحـــل

١ $\because ن(س) = \frac{س^2 + 3س}{س^2 + 4س + 3} + \frac{س - 5}{س^2 - 4س - 5}$

$\therefore ن(س) = \frac{س(س + 3)}{(س + 3)(س + 1)} + \frac{س - 5}{(س - 5)(س + 1)}$ «التحليل»

$\therefore$ مجال ن $= ح - \{-3 ، -1 ، 5\}$ «إيجاد المجال المشترك»

، $ن(س) = \frac{س}{س + 1} + \frac{1}{س + 1}$ «اختزال كل كسر على حدة»

$= \frac{س + 1}{س + 1} = 1$ «إجراء عملية الجمع ووضع الناتج فى أبسط صورة»

٢ $\because ن(س) = \frac{س - 1}{س^2 - س} - \frac{س - 3}{س^2 + 6 - 5س}$

$\therefore ن(س) = \frac{س - 1}{س^2 - س} - \frac{س - 3}{س^2 - 5س + 6}$ «الترتيب»

$\therefore ن(س) = \frac{س - 1}{س(س - 1)} - \frac{س - 3}{(س - 2)(س - 3)}$ «التحليل»

$\therefore$ مجال ن $= ح - \{0 ، 1 ، 2 ، 3\}$ «إيجاد المجال المشترك»

، $ن(س) = \frac{1}{س} - \frac{1}{س - 2}$ «اختزال كل كسر على حدة»

$= \frac{س - 2 - س}{س(س - 2)}$ «توحيد المقامات»

$= \frac{-2}{س(س - 2)}$. «إجراء عملية الطرح»

مثال ٢

فى كل مما يأتى أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

١ $$ن(س) = \frac{١٠ س - ١٠}{٢ س^٢ - ٢ س - ١٢} + \frac{س^٢ - ٢ س - ١٥}{س^٢ - ٩}$$

٢ $$ن(س) = \frac{س + ١}{س^٢ - ٢ س - ٣} - \frac{٤ س - ٧}{٢ س^٢ - ٧ س + ٣}$$

الحل

١ ∵ $$ن(س) = \frac{١٠ (س - ١)}{٢ (س^٢ - س - ٦)} + \frac{س^٢ - ٢ س - ١٥}{س^٢ - ٩}$$

$$= \frac{١٠ (س - ١)}{٢ (س - ٣)(س + ٢)} + \frac{(س - ٥)(س + ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)}$$

∴ مجال ن = ح − $\{٣ ، -٣ ، -٢\}$ ، $$ن(س) = \frac{٥ (س - ١)}{(س - ٣)(س + ٢)} + \frac{س - ٥}{س - ٣}$$

، ∵ م . م . أ للمقامين = $(س - ٣)(س + ٢)$

∴ $$ن(س) = \frac{٥ (س - ١) + (س - ٥)(س + ٢)}{(س - ٣)(س + ٢)} = \frac{٥ س - ٥ + س^٢ - ٣ س - ١٠}{(س - ٣)(س + ٢)}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢ س - ١٥}{(س - ٣)(س + ٢)} = \frac{(س + ٥)(س - ٣)}{(س - ٣)(س + ٢)} = \frac{س + ٥}{س + ٢}$$

٢ ∵ $$ن(س) = \frac{س + ١}{(س - ٣)(س + ١)} - \frac{٤ س - ٧}{(٢ س - ١)(س - ٣)}$$

∴ مجال ن = ح − $\{٣ ، -١ ، \frac{١}{٢}\}$

، $$ن(س) = \frac{١}{س - ٣} - \frac{٤ س - ٧}{(٢ س - ١)(س - ٣)}$$

، ∵ م . م . أ للمقامين = $(س - ٣)(٢ س - ١)$

∴ $$ن(س) = \frac{(٢ س - ١) - (٤ س - ٧)}{(س - ٣)(٢ س - ١)} = \frac{٢ س - ١ - ٤ س + ٧}{(س - ٣)(٢ س - ١)}$$

$$= \frac{-٢ س + ٦}{(س - ٣)(٢ س - ١)} = \frac{-٢ (س - ٣)}{(س - ٣)(٢ س - ١)} = \frac{-٢}{٢ س - ١}$$

خواص عمليتى جمع وطرح الكسور الجبرية

١ الإبدال.

٢ الدمج (أو التجميع).

٣ الصفر هو المحايد الجمعى لأى كسر جبرى.

٤ توفر المعكوسات الجمعية : فالمعكوس الجمعى للكسر الجبرى $\frac{ن(س)}{ك(س)}$

هو $-\frac{ن(س)}{ك(س)}$ ، أ $\frac{-ن(س)}{ك(س)}$ ، أ $\frac{ن(س)}{-ك(س)}$

ويكون مجال الكسر الجبرى يساوى مجال معكوسه الجمعى.

*** لاحظ أن : عملية طرح الكسور الجبرية لا يتحقق فيها أى من الخواص السابقة.**

مثال ٣

إذا كان ن كسرًا جبريًا حيث : ن (س) = $\frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٤}$

فأوجد فى أبسط صورة المعكوس الجمعى للكسر ن موضحًا مجاله.

الحل

∵ ن (س) = $\frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٤}$ ∴ ن (س) = $\frac{س(س + ٢)}{(س - ٢)(س + ٢)}$

∴ مجال ن = ح - {٢ ، -٢} ، ن (س) = $\frac{س}{س - ٢}$

∴ المعكوس الجمعى للكسر ن هو : $-\frac{س}{س - ٢}$ ، أ $\frac{-س}{س - ٢}$ ، أ $\frac{س}{٢ - س}$

، مجاله = مجال ن = ح - {٢ ، -٢}

مثال ٤

أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن إذا كان :

ن (س) = $\frac{٢س + ٤}{س^٢ - ٤} + \frac{س}{٢س - س^٢}$ **ثم أوجد : ن (١) ، ن (-٢)**

الحـــل

$$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٢}(\text{س}+\text{٢})}{(\text{س}-\text{٢})(\text{س}+\text{٢})} + \frac{\text{س}}{-\text{س}(\text{س}-\text{٢})}$$

$$= \frac{\text{٢}(\text{س}+\text{٢})}{(\text{س}-\text{٢})(\text{س}+\text{٢})} - \frac{\text{س}}{\text{س}(\text{س}-\text{٢})}$$

«لاحظ تغيير الإشارة»

$\therefore$ مجال ن $= \text{ح} - \{\text{٢}\text{، }-\text{٢}\text{، }\text{٠}\}$ ، $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٢}}{\text{س}-\text{٢}} - \frac{\text{١}}{\text{س}-\text{٢}} = \frac{\text{١}}{\text{س}-\text{٢}}$

$\therefore \text{ن}(\text{١}) = \frac{\text{١}}{\text{١}-\text{٢}} = -\text{١}$ ، ن $(-\text{٢})$ غير معرفة لأن $-\text{٢} \notin$ مجال ن

حاول بنفسك

فى كل مما يأتى أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

١ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}-\text{٣}}{\text{س}^{\text{٢}}-\text{٢}\text{س}-\text{٣}} + \frac{\text{س}^{\text{٢}}-\text{س}}{\text{س}^{\text{٢}}-\text{١}}$

٢ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}+\text{٤}}{\text{س}^{\text{٢}}+\text{س}-\text{١٢}} - \frac{\text{١}}{\text{س}^{\text{٢}}-\text{٥}\text{س}+\text{٦}}$

٣ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٣}\text{س}-\text{١٥}}{\text{س}^{\text{٢}}-\text{٨}\text{س}+\text{١٥}} - \frac{\text{س}^{\text{٢}}-\text{٣}\text{س}-\text{١٨}}{\text{٩}-\text{س}^{\text{٢}}}$

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ن (س) = $\frac{٣}{س} + \frac{س}{٣}$ فإن مجال ن هو .... (الشرقية ١٨)

(أ) ح - {٣ ، ٠} (ب) ح - {٠} (جـ) ح - {٣} (د) ح

٢ مجال ن : ن (س) = $\frac{٣س + ٤}{س^٢ + ٢٥} + \frac{س - ٢}{س^٢ + ٧}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح - {٥}

(جـ) ح - {-٥ ، ٥} (د) ح - {-٥ ، ٥ ، -٧}

٣ أبسط صورة للمقدار $\frac{س^٢ + ١}{س^٢ + ٤} + \frac{٣}{س^٢ + ٤}$ هى .... (الفيوم ١٥)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{س^٢ + ٤}$

٤ إذا كان : س ∈ ح - {٢} فإن : $\frac{س}{س - ٢} + \frac{٢}{٢ - س}$ = ... (أسوان ١٣)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) س (د) -١

٥ المعكوس الجمعى للكسر الجبرى $\frac{٢}{س - ١}$ حيث س ≠ ١ هو .... (القليوبية ٢٣)

(أ) $\frac{-٢}{س + ١}$ (ب) $\frac{س - ١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{١ - س}$ (د) $\frac{-٢}{-س + ١}$

٦ المعكوس الجمعى للكسر : $\frac{س + ٧}{س - ٥}$ هو .... (الفيوم ١٢)

(أ) $\frac{٧ - س}{س + ٥}$ (ب) $\frac{س + ٧}{٥ - س}$ (جـ) $\frac{-(س + ٧)}{٥ - س}$ (د) $\frac{س - ٧}{٥ - س}$

٧ يكون للدالة د : د (س) = $\frac{س - ٢}{س - ٥}$ معكوس جمعى فى المجال .... (كفر الشيخ ١٦)

(أ) ح - {٢} (ب) ح - {٥}

(جـ) ح - {-٢} (د) ح

٨ إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} - ٣} - \frac{١}{\text{س} - ٣}$

فإن : مجموعة أصفار الدالة ن هى .... (حلوان ١١)

(أ) $\{٣\}$ (ب) $\{١\}$ (جـ) $\{-١\}$ (د) $\{-٣\}$

---

٢ في كل مما يأتى أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

١ 📖 $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٢\text{س}}{\text{س} + ٢} + \frac{٤}{\text{س} + ٢}$

٢ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س}}{\text{س} - ٣} - \frac{٩}{\text{س} - ٣}$

٣ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٢\text{س}^٢}{٢\text{س} + ٥} + \frac{٢\text{س}^٢ - ٢٥}{٥ + ٢\text{س}}$

٤ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢}{\text{س}^٢ - ١} - \frac{\text{س}}{\text{س}^٢ - ١}$

---

٣ في كل مما يأتى أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

١ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س}^٢ + ٢\text{س}} + \frac{\text{س} + ١}{\text{س} + ٢}$

٢ 📖 $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} - ٤} - \frac{\text{س} + ٤}{\text{س}^٢ - ١٦}$ (البحيرة ٢٣ ، القليوبية ١٨ ، ش. سيناء ١٧ ، أسوان ١٦)

٣ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ + \text{س} - ٦}{\text{س} + ٣} + \frac{\text{س}^٢ - ٤}{\text{س} + ٢}$ (القليوبية ١٦)

٤ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ + ٣\text{س}}{\text{س}^٢ + ٢\text{س} - ٣} - \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^٢ - ٣\text{س} + ٢}$ (السويس ١٨ ، الدقهلية ١٧)

٥ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^٣ + ٨} + \frac{\text{س}^٢ - ١}{\text{س}^٢ + \text{س} - ٢}$ (دمياط ١٩ ، أسيوط ٠٨)

٦ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٢\text{س} + ٦}{\text{س}^٢ + \text{س} - ٦} - \frac{\text{س}^٢ - ٦\text{س}}{\text{س}^٢ - ٨\text{س} + ١٢}$ (المنوفية ١٣)

٧ 📖 $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٦}{٢\text{س}^٢ - ١٥\text{س} + ١٨} + \frac{\text{س} - ٥}{١٥ - ١٣\text{س} + ٢\text{س}^٢}$ (الدقهلية ١١)

٨ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ + \text{س} - ٢}{\text{س}^٢ - ١} - \frac{\text{س} + ٥}{\text{س}^٢ + ٦\text{س} + ٥}$ (دمياط ١٤)

٩ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س} + ١٥}{\text{س}^٢ + ٧\text{س} + ١٠} + \frac{٢\text{س}^٢ - ٣\text{س} - ٢}{\text{س}^٢ - ٤}$ (الدقهلية ١٥)

١٠ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س} - ٦}{\text{س}^٢ - ٤} - \frac{\text{س}^٢ - ٣\text{س}}{\text{س}^٣ - \text{س}^٢ - ٦\text{س}}$ (قنا ١٢)

٤ في كل مما يأتي أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن :

١ $ن(س) = \frac{س - ٢}{س} + \frac{٣ + س}{٢ س}$

٢ $ن(س) = \frac{س}{س - ٢} - \frac{س}{س + ٢}$ (الغربية ١٩)

٣ $ن(س) = \frac{٢}{س + ٣} + \frac{س + ٣}{س^{٢} + ٣ س}$ (القاهرة ٢٣ ، ش. سيناء ١٤)

٤ $ن(س) = \frac{س + ٣}{٢ س} - \frac{س}{٢ س - ١}$

٥ $ن(س) = \frac{س}{س^{٢} + ٢ س} + \frac{س + ٢}{س^{٢} - ٤}$ (سوهاج ١٥ ، الشرقية ١٤)

٦ $ن(س) = \frac{٢ س - ١}{س^{٢} - س - ٢} - \frac{١}{س - ٢}$ (دمياط ٠٦)

٧ $ن(س) = \frac{٣ س - ٤}{س^{٢} - ٥ س + ٦} + \frac{٢ س + ٦}{س^{٢} + س - ٦}$ (قنا ١٧ ، البحيرة ١٤ ، القاهرة ١١)

٨ $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢ س + ٤}{س^{٣} - ٨} + \frac{س^{٢} - س - ١٢}{س^{٢} - ٩}$ (٦ أكتوبر ٠٩)

٩ $ن(س) = \frac{٣ س - ٢}{٣ س^{٢} + س - ٢} - \frac{٣ س - ٤}{٢ س^{٢} - ٣ س - ٥}$

١٠ $ن(س) = (س + ٣) - \frac{س^{٢}}{س - ٣}$

---

٥ في كل مما يأتي أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن :

١ $ن(س) = \frac{س^{٢}}{س - ١} + \frac{س}{١ - س}$ (الجيزة ١٩ ، الأقصر ١٨)

٢ $ن(س) = \frac{٣ س^{٢} + ٦ س}{س^{٢} - ٤} + \frac{٦}{٢ - س}$ (القليوبية ٠٥)

٣ $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢ س + ٤}{س^{٣} - ٨} - \frac{٩ - س^{٢}}{س^{٢} + س - ٦}$ (قنا ٢٣ ، المنوفية ١٨ ، الإسكندرية ١٧)

٤ $ن(س) = \frac{س^{٢} + س}{س^{٢} - ١} - \frac{٥ - س}{س^{٢} - ٦ س + ٥}$ (الدقهلية ١٩ ، المنيا ١٨ ، الأقصر ١٧)

٥ $ن(س) = \frac{٢ س^{٢} - ٨ س}{٢ س^{٢} - ١١ س + ١٢} + \frac{٣ (٢ س + ٣)}{٩ - ٤ س^{٢}}$ (الشرقية ٠٣)

٦ $ن(س) = \frac{س + ٣}{س^{٢} - ٩} + \frac{٢س + ٢}{٣ + ٢س - س^{٢}}$ (كفر الشيخ ٠٢)

٧ $ن(س) = \frac{٣س - ٦}{س^{٢} - ٤} - \frac{٩}{٢ - س - س^{٢}}$ (الدقهلية ١٨ ، الفيوم ١٢)

٨ 📖 $ن(س) = \frac{س - ٥}{٢س^{٢} - ١٣س + ١٥} + \frac{س + ٣}{١٥س - ١٨ - ٢س^{٢}}$ (أسوان ٠٨)

٩ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + س - ٢} + \frac{٥ - ١٠س}{٣س - ١ - ٢س^{٢}}$

١٠ 📖 $ن(س) = \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٧س + ١٢} - \frac{س - ٣}{٣ - س}$ (أسيوط ١٩ ، الأقصر ١٩)

---

٦ إذا كانت : $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٥س}{س^{٢} - ٨س + ١٥} - \frac{س^{٢} + ٣س + ٩}{س^{٣} - ٢٧}$

فأوجد : ن(س) فى أبسط صورة ثم احسب : ن(١) ، ن(٥) إن أمكن. (الشرقية ٠٩)

---

٧ **أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :**

$ن(س) = \frac{س + ٣}{س^{٢} + ٦س + ٩} + \frac{س + ٢}{س + ٣}$

ثم أوجد : ن(−٣) ، ن(٢٠١٦) إن أمكن ذلك. (الشرقية ١٦)

---

٨ 📖 **أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :**

$ن(س) = \frac{١٢}{١٢س^{٢} - ٣} + \frac{٢}{٢س - ٤س^{٢}}$ **ثم أوجد :** ن(٠) ، ن(−١) إن أمكن ذلك.

---

٩ إذا كان : $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س}{س^{٤} - ٣س^{٣} + ٢س^{٢}} - \frac{٤ - س^{٢}}{س^{٢} + س - ٢}$ **أوجد :**

١ ن(س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن

٢ مجموعة حل المعادلة : ن(س) = ٠ . (الوادى الجديد ١٣) «∅»

---

١٠ 📖 **أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبينًا المجال حيث :**

$ن(س) = \frac{س^{٢} + س + ١}{س^{٤} - س} + \frac{س + ٣}{٣ - ٢س - س^{٢}}$

وإذا كان : ن(أ) = −٢ فأوجد قيمة : أ (المنوفية ١٧) «$\frac{١}{٢}$»

١١ إذا كان : $\frac{\text{ك} + 5 - \text{س}^2}{\text{س}^2 - 3\text{س}}$ معكوسًا جمعيًا للكسر $\frac{\text{س}}{\text{س} - 3}$ **أوجد :** قيمة ك (الدقهلية ٢٢) «−٥»

١٢ إذا كانت $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س} - \text{أ}}{\text{س} + \text{ب}}$ ، ومجموعة أصفار د_1 هى $\{5\}$ ، ومجال د_1 هو $\text{ح} - \{3\}$

، **فأوجد قيمتى كل من : أ ، ب** ، وإذا كانت : $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{\text{س} - 1}{\text{س} - 3}$

، **فأوجد :** $\text{د}_1(\text{س}) + \text{د}_2(\text{س})$ فى أبسط صورة. (الدقهلية ١٧) «٥ ، −٣»

١٣ إذا كان مجال الدالة ن حيث $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{ب}}{\text{س}} + \frac{9}{\text{س} + \text{أ}}$ هو $\text{ح} - \{0 ، 4\}$

، ن (٥) = ٢ **أوجد قيمة كل من : أ ، ب**

(الجيزة ٢٣ ، كفر الشيخ ١٦ ، البحيرة ١٥ ، المنيا ١٤) «−٤ ، −٣٥»

للمتفوقين

١ إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{5\text{س} + 10}{\text{س}^2 - \text{س} - 6}$ ، ك (س) هو المعكوس الجمعى له

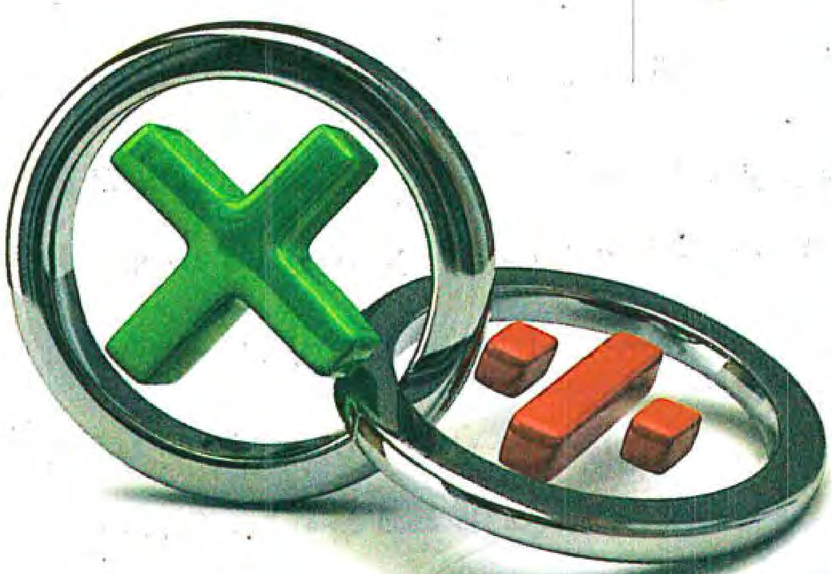
أوجد : ك (٢) ، ك (٣) «٥ ، غير معرفة»

٢ **أوجد قيمة س إذا كان :**

١) $\frac{4\text{س}}{\text{س} - 1} = \frac{3\text{س}}{\text{س} + 1} + 1$ «$\frac{-1}{7}$»

٢) $\frac{3}{\sqrt{\text{س}} - \sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{\text{س}} + \sqrt{7}} + \frac{1}{2\sqrt{7}}$ «٩١»

٣) $\frac{1}{\text{س}^2 - 4\text{س} - 5} + \frac{4\text{س} + 5}{5\text{س}^2 + 4\text{س}^3 - \text{س}^4} = 1$ «١»



الدرس 5

تابع العمليات على الكسور الجبرية

ضرب وقسمة الكسور الجبرية

١ ضرب الكسور الجبرية

ضرب الكسور الجبرية يماثل ضرب الكسور العددية لذلك فمن المفضل أن تتذكر كيفية ضرب الكسور العددية.

تذكر أن

$\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$ (حيث ب د ≠ ٠)

فمثلًا :

- $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٧} = \frac{٢ \times ٥}{٣ \times ٧} = \frac{١٠}{٢١}$
- $\frac{٦}{٨} \times \frac{١}{٥} = \frac{٣}{٤} \times \frac{١}{٥}$

 $= \frac{٣ \times ١}{٤ \times ٥} = \frac{٣}{٢٠}$
- $\frac{\cancel{٣}^{١}}{\cancel{٤}_{٢}} \times \frac{\cancel{٢}^{١}}{\cancel{٩}_{٣}} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣}$

 $= \frac{١ \times ١}{٢ \times ٣} = \frac{١}{٦}$

لاحظ :
وضع الكسر فى أبسط صورة قبل إجراء عملية الضرب.

لاحظ :
اختصار بسط الكسر الأول مع مقام الثانى ، واختصار بسط الكسر الثانى مع مقام الأول.

ويمكن بنفس الطريقة ضرب كسرين جبريين كالتالى :

ضرب كسرين جبريين :

إذا كانت $س \in$ المجال المشترك للكسرين الجبريين $ن_١$ ، $ن_٢$ حيث :

$$ن_١(س) = \frac{د(س)}{ر(س)} \quad ، \quad ن_٢(س) = \frac{ق(س)}{ك(س)}$$

فإن : $ن_١(س) \times ن_٢(س) = \frac{د(س)}{ر(س)} \times \frac{ق(س)}{ك(س)} = \frac{د(س) \times ق(س)}{ر(س) \times ك(س)}$

فمثلًا : إذا كان : $ن_١(س) = \frac{٢}{س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س}{س - ١}$

فإن : $ن_١(س) \times ن_٢(س) = \frac{٢}{س} \times \frac{س}{س - ١} = \frac{٢ \times \cancel{س}}{\cancel{س}(س - ١)}$

حيث مجال حاصل الضرب = $ح - \{٠ ، ١\}$

، $ن_١(س) \times ن_٢(س) = \frac{٢}{س - ١}$

لاحظ أن :
مجال حاصل الضرب هو المجال المشترك للكسرين الجبريين ويتم إيجاده قبل الاختزال.

لإجراء عملية ضرب الكسور الجبرية نتبع الخطوات التالية :

١. ترتيب حدود كل من بسط ومقام كل كسر على حدة تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أى رمز فيه.
٢. تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن ذلك.
٣. إيجاد المجال المشترك.
٤. حذف العوامل المشتركة بين بسط ومقام كل كسر ، وبين بسط أحد الكسور ومقام كسر آخر.
٥. إجراء عملية الضرب ووضع الناتج فى أبسط صورة.

والمثال التالى يوضح الخطوات السابقة :

مثال ١

أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن(س) = \frac{س^٢ + ٥س}{س^٢ + س - ٦} \times \frac{س^٢ - ٧س + ١٠}{س^٢ - ٢٥}$$

الحـــل

$\because$ ن (س) = $\frac{س (س + ٥)}{(س + ٣) (س - ٢)} \times \frac{(س - ٥) (س - ٢)}{(س - ٥) (س + ٥)}$

$\therefore$ مجال ن = ح - {-٣ ، ٢ ، ٥ ، -٥}

وبحذف العوامل المشتركة : $\therefore$ ن (س) = $\frac{س}{س + ٣}$

حاول بنفسك ١

أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

١ ن (س) = $\frac{٣ س - ١٥}{س + ٣} \times \frac{٤ س + ١٢}{٥ س - ٢٥}$ ٢ ن (س) = $\frac{س^٢ - س}{س^٢ + ٢ س} \times \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ - ١}$

خـواص عمليـة ضـرب الكسـور الجبرية

١ الإبدال. ٢ الدمج (أو التجميع).

٣ الواحد هو المحايد الضربى. ٤ توفر المعكوسات الضربية.

المعكوس الضربى للكسر الجبرى

إذا كان : ن كسرًا جبريًا حيث ن (س) = $\frac{ق (س)}{ك (س)}$ $\neq$ ٠

فإن ن يكون له معكوس ضربى هو الكسر الجبرى $ن^{-١}$ حيث $ن^{-١}$ (س) = $\frac{ك (س)}{ق (س)}$

ويكون : مجال $ن^{-١}$ هو ح - مجموعة أصفار بسط ومقام أى من الكسرين.

فمثلًا : إذا كان : ن (س) = $\frac{س + ١}{س - ٥}$ فإن : $ن^{-١}$ (س) = $\frac{س - ٥}{س + ١}$

حيث مجال ن = ح - {٥}

، مجال $ن^{-١}$ = ح - {٥ ، -١}

لاحظ أن :

ن (س) ، $ن^{-١}$ (س) كل منهما مقلوب الآخر بمعنى أن بسط كل منهما هو مقام الآخر.

مثال ٢

إذا كان : $ن(س) = \frac{س^٣ - ٤س^٢ - ٥س}{س^٢ - ٢٥}$

١ أوجد : $ن^{-١}(س)$ وعين مجال $ن^{-١}$ ٢ أوجد : $ن^{-١}(-١)$

٣ إذا كان : $ن^{-١}(س) = \frac{١}{٣}$ فأوجد قيمة : س

الحل

١ ∵ $ن(س) = \frac{س(س^٢ - ٤س - ٥)}{(س - ٥)(س + ٥)} = \frac{س(س - ٥)(س + ١)}{(س - ٥)(س + ٥)}$

∴ مجال $ن^{-١} = ح - \{٠ ، ٥ ، -١ ، -٥\}$

، $ن^{-١}(س) = \frac{(س - ٥)(س + ٥)}{س(س - ٥)(س + ١)} = \frac{س + ٥}{س(س + ١)}$

٢ $ن^{-١}(-١)$ غير معرف لأن $-١ \notin$ مجال $ن^{-١}$

٣ ∵ $ن^{-١}(س) = \frac{١}{٣}$ ∴ $\frac{س + ٥}{س(س + ١)} = \frac{١}{٣}$

∴ $س(س + ١) = ٣(س + ٥)$ ∴ $س^٢ + س - ٣س - ١٥ = ٠$

∴ $س^٢ - ٢س - ١٥ = ٠$ ∴ $(س - ٥)(س + ٣) = ٠$

∴ س = ٥ مرفوض لأن $٥ \notin$ مجال $ن^{-١}$ أ، س = -٣

حاول بنفسك ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $ن(س) = \frac{س - ١}{س}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو .... (دمياط ٢٢)

(أ) ح (ب) ح - \{١\} (جـ) ح - \{٠\} (د) ح - \{٠ ، ١\}

٢ إذا كان : $ن(س) = \frac{س - ٥}{س + ٣}$ فإن : $ن^{-١}(٤) =$ ....

(أ) $-\frac{١}{٧}$ (ب) -٧ (جـ) ٧ (د) غير معرف.

٣ إذا كان : $ن(س) = \frac{٢س - ٤}{س + ٢}$ فإن : $ن^{-١}(-٢) =$ ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $-\frac{١}{٢}$ (جـ) صفر (د) غير معرف.

٢ قسمة كسر جبرى على آخر

قسمة كسرين جبريين تماثل قسمة كسرين عددين لذلك فمن المفضل أن تتذكر كيفية قسمة كسرين عددين.

تذكر أن

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ج}{د}$ كسرين عددين ، ب $\neq$ ٠ ، $\frac{ج}{د} \neq$ ٠

فإن : $\frac{أ}{ب} \div \frac{ج}{د} = \frac{أ}{ب} \times$ المعكوس الضربى للعدد $\frac{ج}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{ج}$ (حيث ب د $\neq$ ٠)

فمثلًا : • $\frac{١}{٤} \div \frac{٣}{٥} = \frac{١}{٤} \times \frac{٥}{٣} = \frac{٥}{١٢}$

• $\frac{٥}{٨} \div \frac{-١٥}{٤} = \frac{٥}{٨} \times \frac{٤}{-١٥} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{-٣} = -\frac{١}{٦}$

ونظرًا لتوفر المعكوسات الضربية للكسور الجبرية فإن عملية القسمة تصبح ممكنة وتُعرف كما يلى :

قسمة كسر جبرى على آخر :

إذا كان $ن_١$ ، $ن_٢$ كسرين جبريين حيث : $ن_١(س) = \frac{د(س)}{ر(س)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{ق(س)}{ك(س)}$

فإن : $ن_١(س) \div ن_٢(س) = ن_١(س) \times ن_٢^{-١}(س) = \frac{د(س)}{ر(س)} \times \frac{ك(س)}{ق(س)}$

حيث مجال $(ن_١ \div ن_٢)$ = المجال المشترك لكل من $ن_١$ ، $ن_٢^{-١}$

= ح − مجموعة أصفار مقام $ن_١$ أو مقام $ن_٢$ أو بسط $ن_٢$

= ح − (ص (ر) ∪ ص (ق) ∪ ص (ك))

فمثلًا : إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س}{س - ١}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٢س}{س - ١}$

فإن : $ن_١(س) \div ن_٢(س) = \frac{س}{س - ١} \div \frac{٢س}{س - ١} = \frac{س}{س - ١} \times \frac{س - ١}{٢س} = \frac{١}{٢}$

حيث س $\notin$ {١ ، ٠}

مثال ٣

أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن(س) = \frac{س^٢ - ٧س + ١٠}{س^٢ - ٤س - ٥} \div \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ + ٢س + ٤}$$

ثم أوجد : ن (٢) ، ن (٣) إن أمكن.

الحل

$$\because ن(س) = \frac{(س - ٢)(س - ٥)}{(س - ٥)(س + ١)} \div \frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)}{س^٢ + ٢س + ٤}$$

$$\therefore \text{مجال ن} = ح - \{٥ ، -١ ، ٢\}$$

$$، ن(س) = \frac{س - ٢}{س + ١} \times \frac{١}{س - ٢} = \frac{١}{س + ١}$$

، ن (٢) غير معرف لأن ٢ $\notin$ مجال ن ، $ن(٣) = \frac{١}{٣ + ١} = \frac{١}{٤}$

حاول بنفسك ٣

أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن(س) = \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ + س - ٦} \div \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{٣س + ٩}$$

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات ● أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ن (س) = $\frac{س - ٢}{س + ٥}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو .... (بورسعيد ١٩ ، سوهاج ١٨)

(أ) ح (ب) ح − {٢} (جـ) ح − {−٥} (د) ح − {٢ ، −٥}

٢ إذا كان : ن (س) = $\frac{١}{(س - ٢)^٢}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو .... (القاهرة ١٨)

(أ) ح − {١ ، ٢} (ب) ح (جـ) ح − {٢} (د) {٢}

٣ إذا كان : ن (س) = $\frac{س}{س^٢ + ٩}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو .... (الشرقية ١٦)

(أ) ∅ (ب) ح − {−٣ ، ٣} (جـ) ح (د) ح − {٠}

٤ إذا كان : ن (س) = $\frac{س - ٢}{س^٢ - س - ٦}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو .... (البحيرة ١٧)

(أ) ح − {٢} (ب) ح − {−٢ ، ٣}

(جـ) ح − {−٢ ، ٢} (د) ح − {−٢ ، ٢ ، ٣}

٥ إذا كان : ن (س) = $\frac{٣}{س - ٤}$ فإن : $ن^{-١}$ (٤) ....

(أ) تساوى صفر. (ب) تساوى ٤ (جـ) تساوى ٨ (د) غير معرفة.

٦ إذا كان : ن (س) = $\frac{س - ١}{س + ٢}$ فإن : $ن^{-١}$ (١) .... (بنى سويف ١٧)

(أ) تساوى −١ (ب) تساوى صفر (جـ) تساوى ٣ (د) غير معرفة.

٧ إذا كانت الدالة ن : ن (س) = $\frac{٢ - س}{س - ٢}$ لها معكوس ضربى فإن مجال ن هو ....

(أ) ح − {٢} (ب) ح − {−٢} (جـ) ح − {٢ ، −٢} (د) ح

٨ إذا كانت : س ∉ {٢ ، −٢} فإن المعكوس الضربى للكسر الجبرى $\frac{س + ٢}{س^٢ - ٤}$ هو ....

(أ) س + ٢ (ب) س − ٢ (جـ) $\frac{-س - ٢}{س^٢ - ٤}$ (د) $-\frac{١}{س + ٢}$

٩ إذا كان : ن $(س) = \frac{س}{س - ٥} + \frac{٣}{س - ٥}$ فإن المجال الذى يكون فيه للدالة ن معكوس ضربى هو ح − ....

(أ) {٠ ، ٥} (ب) {٠ ، ٣ ، ٥} (جـ) {٥} (د) {٥ ، −٣}

١٠ إذا كانت : س ≠ صفر فإن : $\frac{٣ س}{س^٢ + ٥} \div \frac{س}{س^٢ + ٥} =$ .... (القليوبية ٢٢)

(أ) −٣ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٣

١١ إذا كان : ن $(س) = \frac{س}{س - ٢} \div \frac{٢}{س - ٢}$ فإن مجال ن هو ....

(أ) ح − {−٢} (ب) ح − {٢}

(جـ) ح − {٢ ، −٢} (د) ح − {٠ ، ٢ ، −٢}

١٢ مجال الكسر الجبرى ن : ن $(س) = \frac{س - ٢}{س - ٥} \div (س - ٢)$ هو ....

(أ) ح − {٥} (ب) ح − {٥ ، ٢}

(جـ) ح − {−٥ ، −٢} (د) {٥ ، ٢}

١٣ إذا كانت : س ∉ {٢ ، ٠} فإن : $\frac{س}{س - ٢} \div \frac{س}{٢ - س} =$ ....

(أ) $\frac{س^٢}{س - ٢}$ (ب) $-\frac{س^٢}{س - ٢}$ (جـ) ١ (د) −١

١٤ إذا كان للكسر الجبرى : $\frac{س - أ}{س + ٥}$ معكوس ضربى هو $\frac{س + ٥}{س + ٣}$ (دمياط ١٧)

فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) −٥ (جـ) −٣ (د) ٥

١٥ إذا كان : ن $(س) = \frac{س - ٣}{س + ٢}$ ، $ن^{-١}(ك) = \frac{٧}{٢}$ فإن : ك = ... (الدقهلية ٢٢)

حيث س ∉ {٣ ، −٢}

(أ) −٤ (ب) ٥ (جـ) −٥ (د) $-\frac{٨}{٩}$

---

٢ فى كل مما يأتى أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

١ ن $(س) = \frac{س + ٢}{س^٢ - ٤} \times \frac{٢ س - ٤}{س - ٣}$ (الأقصر ٠٥)

٢ $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س + ١}{٢س - ٨} \times \frac{س - ٤}{س + ١}$ (السويس ١٧ ، القاهرة ١٦ ، الإسماعيلية ١٥)

٣ $ن(س) = \frac{س^{٣} - ١}{س^{٢} - ٢س + ١} \times \frac{٢س - ٢}{س^{٢} + س + ١}$ (الإسكندرية ٢٣ ، الدقهلية ١٩ ، القليوبية ١٨)

٤ $ن(س) = \frac{٢س - ١٠}{س^{٢} - ٢٥} \times \frac{س^{٢} + ٥س}{س - ٣}$ (قنا ٠٩)

٥ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٣س - ٤}{س^{٢} - ١} \times \frac{س^{٢} - س}{س^{٢} + ٣س}$ (القليوبية ١٦)

٦ $ن(س) = \frac{٦س^{٢} + ٣س}{س + ٢} \times \frac{س^{٢} + ٤س + ٤}{٦س + ٣}$ (أسيوط ١٥)

٧ $ن(س) = \frac{س^{٣} - ١}{س^{٢} - س} \times \frac{س + ٣}{س^{٢} + س + ١}$ (الإسكندرية ١٩)

٨ $ن(س) = \frac{٥س + ٥}{س + ٦} \times \frac{س^{٢} + ٣س - ١٨}{س^{٢} - ٢س - ٣}$ ثم أوجد : ن (٢) إن أمكن. (الإسماعيلية ٠٦)

٩ $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٣} - ٢٧} \times \frac{س^{٢} + ٣س + ٩}{س + ٢}$

ثم أوجد : ن (٦) ، ن (−٢) إن أمكن. (ج. سيناء ١٧)

١٠ $ن(س) = \frac{س + ١}{س^{٢} - س - ٢} \times \frac{س^{٢} + ٣س - ١٠}{٣س^{٢} + ١٦س + ٥}$

ثم أوجد : ن (٠) ، ن (−١) إن أمكن ذلك. (الجيزة ٢٣)

١١ $ن(س) = \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} + ٣س - ١٠} \times \frac{٢س + ٦}{س^{٢} + ٢س + ٤}$

ثم أوجد : $ن^{-١}(س)$ عندما س = ١ (بورسعيد ٠٤)

١٢ $ن(س) = \frac{٢س^{٣} - ١٦}{س^{٢} - ٧س + ١٠} \times \frac{٣س^{٢} - ١٠س - ٢٥}{س^{٢} + ٢س + ٤}$ (الإسماعيلية ٠٩)

١٣ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ٣}{٥س^{٣} - ١٣٥} \times \frac{٥س^{٢} + ١٥س + ٤٥}{س + ١}$

١٤ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ١٢س + ٣٦}{س^{٢} - ٦س} \times \frac{٤س + ٢٤}{٣٦ - س^{٢}}$

١٥ $ن(س) = \frac{(س - ٢)^{٣}}{س^{٣} - ٨} \times \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{س^{٢} - ٤}$ (الإسماعيلية ٢٣)

٣ في كل مما يأتي أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن :

١ ن (س) $= \frac{٣س - ١٥}{س + ٣} \div \frac{٥س - ٢٥}{٤س + ١٢}$ (الأقصر ١٨ ، بنى سويف ١٤)

٢ ن (س) $= \frac{س - ١}{س^{٢} - ١} \div \frac{س^{٢} - ٥س}{س^{٢} - ٤س - ٥}$ (مطروح ١٩ ، المنيا ١٦ ، البحيرة ١٥ ، أسوان ١٤)

٣ ن (س) $= \frac{س^{٢} + ٢س - ٣}{س + ٣} \div \frac{س^{٢} - ١}{س + ١}$ (بورسعيد ١٨ ، الإسكندرية ١٣)

٤ ن (س) $= \frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{س^{٢} - ٩} \div \frac{٢س - ١٠}{س^{٢} - ٦س + ٩}$

(الغربية ٢٣ ، الغربية ١٨ ، البحيرة ١٨ ، الإسكندرية ١٦)

٥ ن (س) $= \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} + س - ٦} \div \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{٢س + ٦}$ (الإسكندرية ٠٩)

٦ ن (س) $= \frac{س^{٢} - ٢س + ١}{س^{٣} - ١} \div \frac{س - ١}{س^{٢} + س + ١}$ (السويس ١٩ ، الدقهلية ١٨ ، الغربية ١٧)

٧ ن (س) $= \frac{س^{٣} - ٢٧}{س^{٢} - ٩} \div \frac{س^{٣} + ٣س^{٢} + ٩س}{٢س}$ (الفيوم ٠٩)

٨ ن (س) $= \frac{س^{٢} - ٣س}{٢س^{٢} - س - ٦} \div \frac{٢س^{٢} - ٣س}{٤س^{٢} - ٩}$ (الأقصر ١٩)

٩ ن (س) $= \frac{س^{٢} - س - ٢}{س^{٢} + س - ٦} \div \frac{س^{٢} - ٤س - ٥}{س^{٢} - ٢س - ١٥}$

١٠ ن (س) $= \frac{س^{٢} - ٩}{٢س^{٢} + ٣س} \div \frac{٣س^{٢} + ٦س - ٤٥}{٤س^{٢} - ٩}$ (أسوان ٠٨)

١١ ن (س) $= \frac{س^{٢} - ٤}{٣س^{٢} + س - ١٠} \div \frac{٦س^{٢} - ٥س - ١٤}{٣س^{٢} - ٥س}$

١٢ ن (س) $= \frac{س^{٢} - ٣س + ٢}{١ - س^{٢}} \div \frac{٣س - ١٥}{س^{٢} - ٦س + ٥}$

١٣ ن (س) $= \frac{٣س - ٩}{س^{٢} - ٥س + ٦} \div \frac{٢س + ٦}{٦ - س - س^{٢}}$

١٤ ن (س) = $\frac{\text{س} - ٢}{٢\text{س}^{٢} - ٣\text{س}} \div \frac{٦ + \text{س} - ٢\text{س}^{٢}}{٩ - ٤\text{س}^{٢}}$

١٥ ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}{\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٦} \div \frac{\text{س}^{٣} - ٢ + \text{س} - ٢\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٣} + ٢\text{س}^{٢} + \text{س} + ٢}$

---

٤ إذا كان مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ١)}{\text{س}^{٢} - \text{ك}}$ هو ح − {١ ، −١} أوجد :

١ قيمة ك

٢ ن$^{-١}$ (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن$^{-١}$ (قنا٢٣)

---

٥ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}{(\text{س} - ٢)(\text{س}^{٢} + ٢)}$

١ أوجد : ن$^{-١}$ (س) وعين مجال ن$^{-١}$

٢ إذا كان : ن$^{-١}$ (س) = ٣ فما قيمة س ؟ (المنيا ٢٢ ، الإسكندرية ١٩ ، القليوبية ١٨ ، الغربية ١٧) «١»

---

٦ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س}^{٣} + ٣\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}$ فأوجد : ن$^{-١}$ (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال ن$^{-١}$ ثم أوجد : ن$^{-١}$ (−٢) إن أمكن (الإسماعيلية ٠٨) «غير معرفة»

---

٧ إذا كانت : ن (س) = س + $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٢}$ أوجد : ن$^{-١}$ (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال ن$^{-١}$ (الغربية ١٩)

---

٨ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٤٩}{\text{س}^{٣} - ٨} \div \frac{\text{س} + ٧}{\text{س} - ٢}$ فأوجد : ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن ، واحسب قيمة : ن (١) (أسيوط ١٩ ، البحيرة ١٧ ، الغربية ١٢) « $\frac{-٦}{٧}$ »

---

٩ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س}^{٣} - \text{س}^{٢} - ٢\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦} \div \frac{\text{س}^{٣} + ٦\text{س}^{٢} + ٥\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ١٥}$

أوجد : ن (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال ن

ثم أوجد إن أمكن : ن (٧) ، ن (٣) «١ ، غير معرفة»

١٠ إذا كان : د (س) = $\frac{س^٢ - ٢س - ١٥}{س^٢ - ٩} \div \frac{س^٢ - ٢٥}{س^٢ - ٣س}$

فأوجد : د (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال د

وإذا كان : د (أ) = $\frac{١}{٣}$ **فأوجد قيمة : أ** (أسيوط ٠٨) «$\frac{٥}{٢}$»

---

١١ أوجد ن$_١$ (س) ، ن$_٢$ (س) ، ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال كل من ن$_١$ ، ن$_٢$ ، ن حيث :

ن$_١$ (س) = $\frac{٢س + ٧}{٤س^٢ - ١} \div \frac{٤س^٢ + ١٢س - ٧}{٨س^٣ - ١}$

، ن$_٢$ (س) = $\frac{١٢س^٢ - ٣}{١٢س^٢ + ٦س + ٣}$ ، ن (س) = ن$_١$ (س) × ن$_٢$ (س) .

---

١٢ أوجد فى أبسط صورة :

ن (س) = $\left(\frac{٣س + ١٥}{س^٢ + ٧س + ١٠} + \frac{٢س + ١}{س + ٢}\right) \times \frac{س^٣ - ٢٧}{س^٢ + ٣س + ٩}$ مبينًا مجال ن

، وإذا كانت : ن (س) = ٢ **أوجد قيمة : س** (السويس ٠٥) «٤»

للمتفوقين

١ إذا كان : ن (س) = $\frac{س^٢ - أس + ١٢}{س^٢ - ٣س - ٤}$ ، ن$^{-١}$ (س) = $\frac{س + ١}{س - ٣}$

فأوجد قيمة أ «٧»

---

٢ إذا كانت : ن (س) = $\frac{س + \frac{١}{س - ٢}}{٤س + \frac{٤}{س - ٢}}$ **فأوجد :** ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن

، **ثم أوجد :** ن (١) ، ن (٨) إن أمكن. «غير معرفة ، $\frac{١}{٤}$»

الوحدة

3 الاحتمال



الدرس الأول

العمليات على الأحداث (تقاطع واتحاد حدثين).

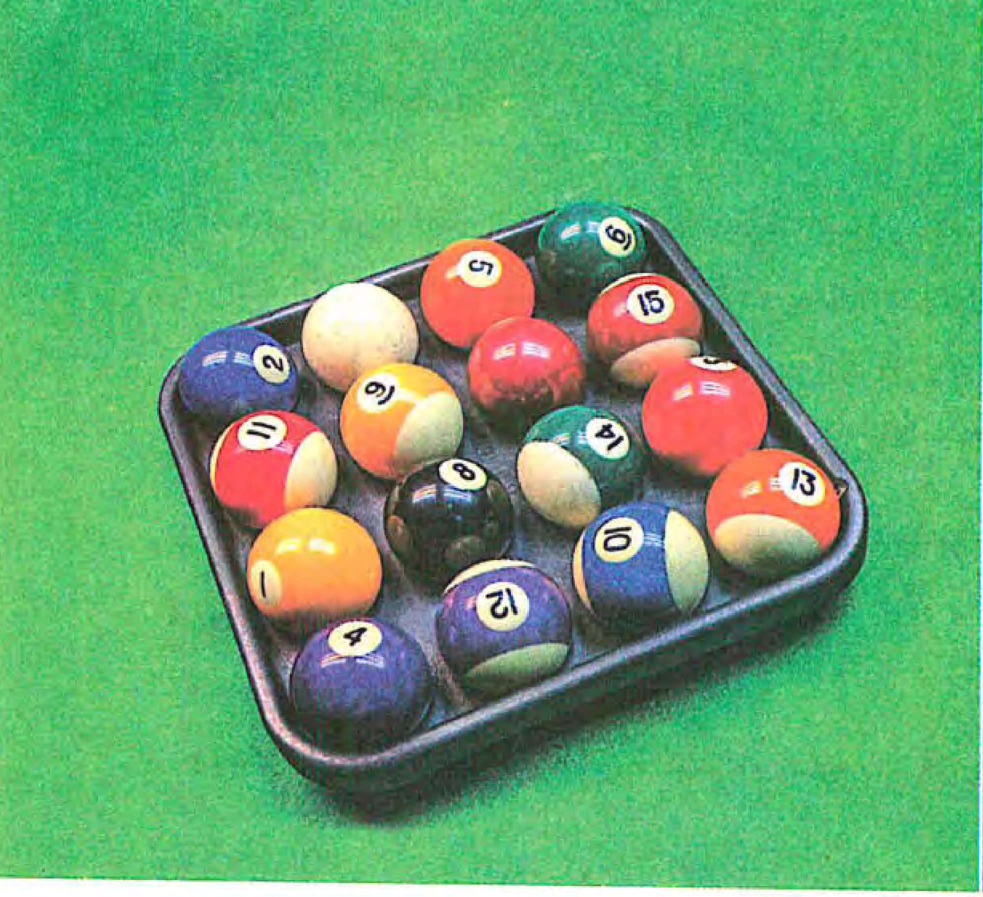
الدرس الثانى

تابع العمليات على الأحداث
(الحدث المكمل والفرق بين حدثين).

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح **QR code** الخاص بكل امتحان

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستدعى ما سبق دراسته عن حساب الاحتمال نظريًا.
- يحسب احتمال وقوع حدثين معًا فى نفس فضاء العينة (تقاطع حدثين).
- يتعرف الأحداث المتنافية.
- يحسب احتمال وقوع أحد حدثين على الأقل فى نفس فضاء العينة (اتحاد حدثين).
- يتعرف الحدث المكمل.
- يحسب احتمال عدم وقوع حدث ما فى فضاء العينة (الحدث المكمل).
- يحسب احتمال وقوع حدث ما وعدم وقوع حدث آخر فى نفس فضاء العينة (الفرق بين حدثين).



الدرس **1**

العمليات على الأحداث

قبل دراستنا للعمليات على الأحداث سوف نتذكر بعض المفاهيم والمصطلحات الأساسية التى سبق دراستها فى الاحتمال.

١) التجربة العشوائية :

هى تجربة نستطيع تحديد جميع نواتجها قبل إجرائها ، وإن كنا لا نستطيع تحديد أى هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند إجرائها.

٢) فضاء العينة (ف) :

هو مجموعة كل النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية.

٣) الحدث :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

٤) احتمال وقوع الحدث :

- يقال إن حدثًا ما قد وقع إذا كان ناتج التجربة العشوائية أحد عناصر هذا الحدث.
- ويمكن حساب احتمال وقوع حدث ما وليكن أ الذى يرمز له بالرمز ل (أ) من العلاقة :

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة ف}} = \frac{ن(أ)}{ن(ف)}$$

فمثلًا : فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى

إذا كان : ف هو فضاء العينة ، أ هو حدث الحصول على عدد زوجى فإن :

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ن (ف) = ٦

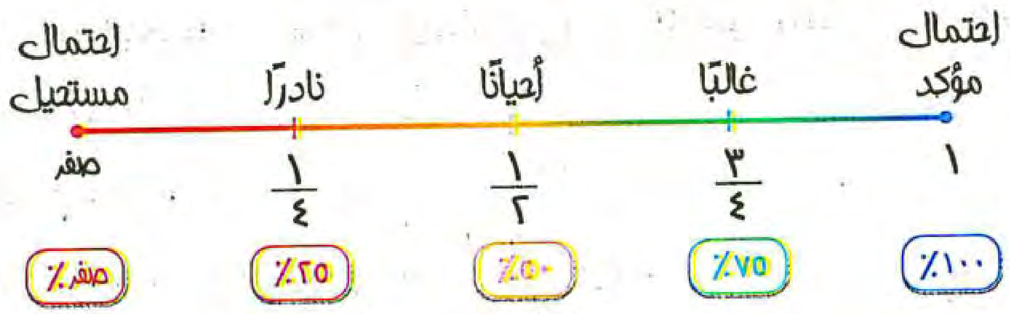
، أ = {٢ ، ٤ ، ٦} ، ن (أ) = ٣

ويكون : ل (أ) = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$ (أى احتمال وقوع الحدث أ = $\frac{١}{٢}$)

! ملاحظتان

- ٠ ≤ احتمال وقوع أى حدث ≤ ١
- يمكن كتابة الاحتمال فى صورة كسر أو نسبة مئوية.

والشكل التالى يوضح إمكانية وقوع الحدث وفقًا لقيمة احتماله :



العمليات على الأحداث

حيث إن الحدث هو **مجموعة جزئية** من فضاء العينة (ف) فإننا يمكن أن نجرى على الأحداث نفس العمليات التى نجريها على المجموعات مثل التقاطع والاتحاد والمكملة والفرق باعتبار أن المجموعة الشاملة لهذه الأحداث هى فضاء العينة (ف) ، كما يمكننا التعبير عن هذه الأحداث بأشكال ڤن.

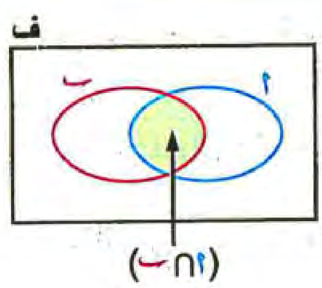
١ تقاطع حدثين :

لأى حدثين أ ، ب من فضاء العينة ف يكون :

حدث وقوع الحدثين أ و ب معًا = أ ∩ ب ويكون :

احتمال وقوع الحدثين أ و ب معًا = ل (أ ∩ ب)

= $\frac{\text{ن (أ ∩ ب)}}{\text{ن (ف)}}$



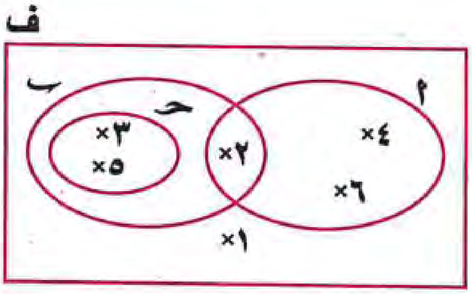
مثال ١

فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى إذا كان ؟ هو حدث الحصول على عدد زوجى ، ب هو حدث الحصول على عدد أولى ، حـ هو حدث الحصول على عدد أولى فردى **فأوجد مستعينًا بشكل ڤن :**

١ احتمال وقوع الحدثين ؟ و ب معًا.

٢ احتمال وقوع الحدثين ب و حـ معًا.

٣ احتمال وقوع الحدثين ؟ و حـ معًا.



الحـــل

فضاء العينة (ف) = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

∴ ن (ف) = ٦

، ؟ = {٢ ، ٤ ، ٦} ، ب = {٢ ، ٣ ، ٥} ، حـ = {٣ ، ٥}

١ ∵ حدث وقوع الحدثين ؟ و ب معًا = ؟ ∩ ب = {٢} ∴ ن (؟ ∩ ب) = ١

∴ احتمال وقوع الحدثين ؟ و ب معًا = ل (؟ ∩ ب) = $\frac{\text{ن (؟ ∩ ب)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{١}{٦}$

٢ ∵ حدث وقوع الحدثين ب و حـ معًا = ب ∩ حـ = {٣ ، ٥} ∴ ن (ب ∩ حـ) = ٢

∴ احتمال وقوع الحدثين ب و حـ معًا = ل (ب ∩ حـ) = $\frac{\text{ن (ب ∩ حـ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

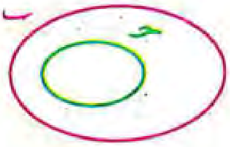
٣ ∵ حدث وقوع الحدثين ؟ و حـ معًا = ؟ ∩ حـ = ∅ (لأن : ؟ ، حـ مجموعتان منفصلتان).

∴ ن (؟ ∩ حـ) = صفر

∴ احتمال وقوع الحدثين ؟ و حـ معًا = ل (؟ ∩ حـ) = $\frac{\text{ن (؟ ∩ حـ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{\text{صفر}}{٦}$ = صفر

! ملاحظات

من المثال السابق نلاحظ أن :



① حـ ⊂ ب ولذلك نجد أن : ب ∩ حـ = حـ

ومن ذلك يمكن أن نستنتج أن :

احتمال وقوع الحدثين ب و حـ معًا = احتمال وقوع الحدث حـ

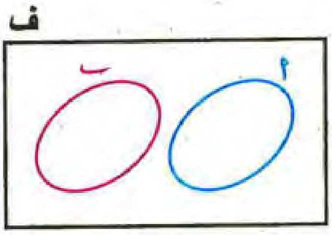
أى أن : ل (ب ∩ حـ) = ل (حـ) = ن (حـ) / ن (ف)



② أ ∩ حـ = ∅ ولذلك يقال إن الحدثين أ ، حـ متنافيان

أى وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر.

الأحداث المتنافية



* يقال إن الحدثين أ ، ب متنافيان إذا كان : أ ∩ ب = ∅

ويكون : ل (أ ∩ ب) = ٠

أى أن : احتمال وقوعهما معًا = احتمال الحدث المستحيل = صفر.

* يقال لعدة أحداث إنها متنافية إذا كانت متنافية مثنى مثنى

فمثلًا : لأى ثلاثة أحداث أ ، ب ، حـ من فضاء العينة ف



إذا كان :

أ ∩ ب = ∅ ، ب ∩ حـ = ∅ ، أ ∩ حـ = ∅

فإن : أ ، ب ، حـ أحداث متنافية.

حاول بنفسك ١

فى تجربة سحب بطاقة عشوائيًا من ٩ بطاقات متماثلة ومرقمة بالأرقام من ١ إلى ٩
إذا كان أ هو حدث البطاقة المسحوبة تحمل عددًا زوجيًا ، ب هو حدث البطاقة المسحوبة
تحمل عددًا أقل من ٧ فأوجد احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معًا.

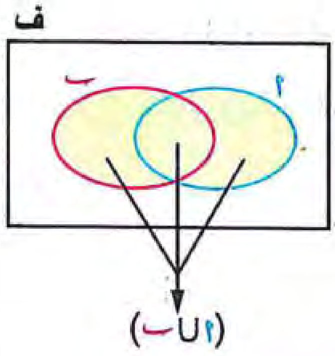
٢ اتحاد حدثين :

لأى حدثين ٩ ، ب من فضاء العينة ف يكون :

حدث وقوع الحدثين ٩ أو ب أو كلاهما

أى وقوع أحدهما على الأقل = ٩ ∪ ب

ويكون : احتمال وقوع الحدثين ٩ أو ب أو كلاهما



أى احتمال وقوع أحدهما على الأقل = ل (٩ ∪ ب) = $\frac{\text{ن (٩ ∪ ب)}}{\text{ن (ف)}}$

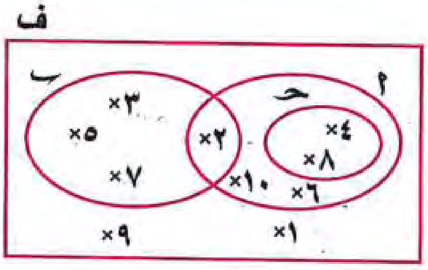
مثال ٢

فى تجربة سحب بطاقة واحدة عشوائيًا من ١٠ بطاقات متماثلة ومخلوطة جيدًا ومرقمة بالأرقام من ١ إلى ١٠ إذا كان ٩ هو حدث أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًا ، ب هو حدث أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا أوليًا ، حـ هو حدث أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًا يقبل القسمة على ٤ **فأوجد مستعينًا بشكل ڤن :**

١ احتمال وقوع الحدثين ٩ أو ب

٢ احتمال وقوع الحدثين ب أو حـ

٣ احتمال وقوع الحدثين ٩ أو حـ



الحـل

∵ ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠}

∴ ن (ف) = ١٠

، ٩ = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} ، ب = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧} ، حـ = {٤ ، ٨}

١ ∵ حدث وقوع الحدثين ٩ أو ب = ٩ ∪ ب = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ١٠}

∴ ن (٩ ∪ ب) = ٨

∴ احتمال وقوع الحدثين ٩ أو ب = ل (٩ ∪ ب) = $\frac{\text{ن (٩ ∪ ب)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

٢ ∵ حدث وقوع الحدثين ب أو حـ = ب ∪ حـ = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٨}

∴ ن (ب ∪ حـ) = ٦

∴ احتمال وقوع الحدثين ب أو حـ = ل (ب ∪ حـ) = $\frac{\text{ن (ب ∪ حـ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٦}{١٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

٣ ∵ حدث وقوع الحدثين أ أو حـ = أ ∪ حـ = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠}

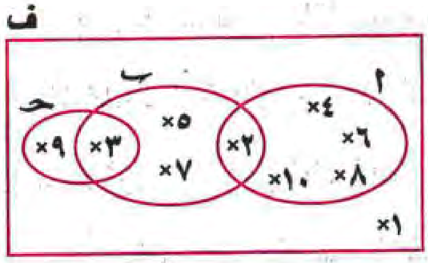
∴ ن (أ ∪ حـ) = ٥

∴ احتمال وقوع الحدثين أ أو حـ = ل (أ ∪ حـ) = $\frac{\text{ن (أ ∪ حـ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٥}{١٠}$ = $\frac{١}{٢}$

لاحظ أن : حـ ⊂ أ أى أن : أ ∪ حـ = أ ولذلك نقول : ل (أ ∪ حـ) = ل (أ) = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$

مثال ٣

فى شكل ڤن المقابل :



إذا كان أ ، ب ، حـ ثلاثة أحداث من فضاء العينة (ف) لتجربة عشوائية فأوجد :

١ ل (أ ∪ ب) ، ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

هل ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب) ؟

٢ ل (أ ∪ حـ) ، ل (أ) + ل (حـ)

هل ل (أ ∪ حـ) = ل (أ) + ل (حـ) ؟

الحـــل

∵ ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠} ∴ ن (ف) = ١٠

، ∵ أ = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} ∴ ن (أ) = ٥

∴ ل (أ) = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٥}{١٠}$ = $\frac{١}{٢}$

، ∵ ب = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧} ∴ ن (ب) = ٤

∴ ل (ب) = $\frac{\text{ن (ب)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٤}{١٠}$ = $\frac{٢}{٥}$

، ∵ حـ = {٣ ، ٩} ∴ ن (حـ) = ٢

∴ ل (حـ) = $\frac{\text{ن (حـ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٢}{١٠}$ = $\frac{١}{٥}$

١ ∵ أ ∪ ب = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ١٠} ∴ ن (أ ∪ ب) = ٨

∴ ل (أ ∪ ب) = $\frac{\text{ن (أ ∪ ب)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٨}{١٠}$ = $\frac{٤}{٥}$ (١)

، ∵ أ ∩ ب = {٢} ∴ ن (أ ∩ ب) = ١

∴ ل (أ ∩ ب) = $\frac{\text{ن (أ ∩ ب)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{١}{١٠}$

∴ ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{٢}{٥}$ − $\frac{١}{١٠}$ = $\frac{٨}{١٠}$ = $\frac{٤}{٥}$ (٢)

من (١) ، (٢) نلاحظ أن : **ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)**

٢ ∵ أ ∪ ح = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ١٠} ∴ ن (أ ∪ ح) = ٧

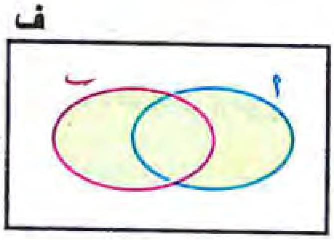
∴ ل (أ ∪ ح) = $\frac{\text{ن (أ ∪ ح)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٧}{١٠}$ (١)

، ∵ ل (أ) + ل (ح) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٥}$ = $\frac{٧}{١٠}$ (٢)

من (١) ، (٢) نلاحظ أن : **ل (أ ∪ ح) = ل (أ) + ل (ح)**

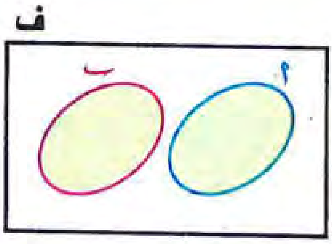
يمكن تعميم ما سبق فيما يلى :

قاعدة



• لأى حدثين أ ، ب من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية يكون :

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)



• وإذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين

فإن : ل (أ ∩ ب) = صفر فيكون :

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)

مثال ٤

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٢ **فأوجد :**

١ ل (أ ∪ ب) إذا كان : ل (أ ∩ ب) = ٠,١

٢ ل (أ ∪ ب) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين.

٣ ل (أ ∩ ب) إذا كان : ل (أ ∪ ب) = ٠,٣

الحل

١ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب) = ٠,٣ + ٠,٢ − ٠,١ = ٠,٤

٢ ∵ أ ، ب حدثان متنافيان

∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) = ٠,٣ + ٠,٢ = ٠,٥

٣ ∵ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

∴ ٠,٣ = ٠,٣ + ٠,٢ − ل (أ ∩ ب) ∴ ٠,٣ = ٠,٥ − ل (أ ∩ ب)

∴ ل (أ ∩ ب) = ٠,٥ − ٠,٣ = ٠,٢

حاول بنفسك ٢

إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية

وكان : ل (أ) = ٠,٨ ، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٦

فأوجد احتمال وقوع الحدثين أ أو ب

على تقاطع واتحاد حدثين

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ احتمال الحدث المستحيل يساوى .... (بورسعيد ٢٣ ، كفر الشيخ ١٧ ، القاهرة ١٥)

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) $\frac{1}{٢}$ (د) ١

٢ احتمال الحدث المؤكد يساوى .... (ش. سيناء ٢٣ ، قنا ١٥)

(أ) صفر (ب) ∅ (جـ) ١ (د) −١

٣ 📖 إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (أ ∩ ب) = ... (الفيوم ٢٣ ، الغربية ١٥)

(أ) ∅ (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) صفر

٤ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف

فإن : ل (أ ∪ ب) = ... (المنيا ١٦ ، الفيوم ١٥)

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب) (جـ) ل (أ ∩ ب) (د) ل (أ) + ل (ب)

٥ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، أ ⊂ ب

فإن : ل (أ ∩ ب) = ... (الجيزة ٢٣ ، القاهرة ١٦)

(أ) ل (ب) (ب) ل (أ) (جـ) صفر (د) ∅

٦ 📖 إذا كان : أ ⊂ ب فإن : ل (أ ∪ ب) = ... (مطروح ٢٣ ، البحيرة ١٩ ، القليوبية ١٨)

(أ) صفر. (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) ل (أ ∩ ب)

٧ 📖 إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة أو كتابة

يساوى .... (الإسكندرية ١٤ ، الدقهلية ١٣)

(أ) ١٠٠ ٪ (ب) ٥٠ ٪ (جـ) ٢٥ ٪ (د) صفر ٪

٨ إذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من بين ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠

فإن احتمال أن يكون الرقم المسحوب مضاعفًا للعدد ٧ هو .... (البحيرة ١٧)

(أ) ١٠٪ (ب) ١٫٥٪ (جـ) ٢٠٪ (د) ٢٥٪

[٩] إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجى وظهور عدد فردى معًا يساوى .... (الإسكندرية ٢٣ ، الإسكندرية ١٦ ، البحيرة ١٤ ، الفيوم ١٢)

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

[١٠] ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإذا كان الحدث أ هو «ظهور عدد أولى» والحدث ب هو «ظهور عدد فردى» فإن : ل (أ ∩ ب) = ... (الشرقية ١١)

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

[١١] ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإذا كان الحدث أ هو «ظهور عدد فردى»، والحدث ب هو «ظهور عدد أقل من ٥» فإن احتمال وقوع أحدهما على الأقل هو ....

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

---

[٢] إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ، أكمل :

[١]	[٢]	[٣]
ل (أ) = ٠,٣	ل (أ) = ٠,٥٥	ل (أ) = ...
ل (ب) = ٠,٦	ل (ب) = $\frac{٣}{١٠}$	ل (ب) = $\frac{١}{٤}$
ل (أ ∩ ب) = ٠,٢	ل (أ ∩ ب) = ...	ل (أ ∩ ب) = صفر
ل (أ ∪ ب) = ...	ل (أ ∪ ب) = $\frac{١٣}{٢٠}$	ل (أ ∪ ب) = ٠,٩

---

[٣] إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ، أجب عن الآتى :

[١] ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٣}$

فأوجد : ل (أ ∪ ب) (بورسعيد ١٣) « $\frac{٥}{٦}$ »

[٢] ل (أ) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٥}{٨}$

فأوجد : ل (أ ∩ ب) (مطروح ٢٣ ، دمياط ١١) « $\frac{١}{٤}$ »

[٣] ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ فأوجد ل (أ ∪ ب) فى كل مما يأتى :

(أ) ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$ (ب) أ ، ب حدثان متنافيان.

(أسيوط ٢٣ ، أسوان ٢٣ ، الغربية ١٨ ، قنا ١٨ ، أسوان ١٧) « $\frac{١٧}{٢٤}$ ، $\frac{٥}{٦}$ »

٤ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان :

ل (ب) = $\frac{١}{١٢}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$ فأوجد ل (أ) إذا كان :

[١] أ ، ب حدثين متنافيين. [٢] ب ⊂ أ (بورسعيد ١٨ ، الأقصر ١٧ ، ش. سيناء ١٤) « $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ »

---

٥ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٦}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٨}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٤}{٩}$

فأوجد : ل (ب) « $\frac{١}{٣}$ »

---

٦ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، وكان :

أ ⊃ ب ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{٢}{٥}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٤}{٥}$

فأوجد : [١] ل (أ) [٢] ل (ب) « $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ »

---

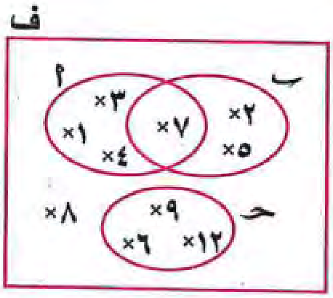
٧ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨ ، ل (ب) = ٢ س فأوجد قيمة س إذا كان :

[١] أ ⊃ ب [٢] ل (أ ∩ ب) = ٠,١ (كفر الشيخ ١٦) « ٠,٤ ، ٠,٢ »

---

٨ باستخدام شكل ڤن المقابل أوجد :



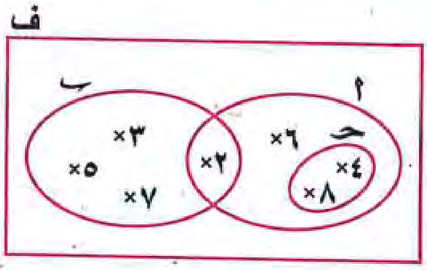
[١] ل (أ ∩ ب) ، ل (أ ∪ ب)

[٢] ل (أ ∩ ح) ، ل (أ ∪ ح)

[٣] ل (ب ∩ ح) ، ل (ب ∪ ح) (أسيوط ١١)

---

٩ باستخدام شكل ڤن المقابل أوجد :



[١] ل (أ ∩ ب) [٢] ل (أ ∪ ب)

[٣] ل (أ ∩ ح) [٤] ل (أ ∪ ح)

[٥] ل (ب ∩ ح) [٦] ل (ب ∪ ح)

[٧] ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

١٠ ف فضاء عينة لتجربة عشوائية جميع نواتجها متساوية الإمكانات ، وكان أ ، ب حدثين من ف ، فإذا كان عدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث أ يساوى ١٣ ، وعدد جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية يساوى ٢٤ وكان : ل (أ ∪ ب) = $\frac{٥}{٦}$ ، ل (ب) = $\frac{٥}{١٢}$ **فأوجد :**

[١] احتمال وقوع الحدث أ
[٢] احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معًا.

(المنيا ١٧ ، الغربية ١٦) « $\frac{١٣}{٢٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ »

---

١١ صندوق يحتوى على ١٢ كرة متماثلة منها ٥ كرات زرقاء ، ٤ كرات حمراء ، وباقى الكرات بيضاء. سحبت كرة واحدة عشوائيًا من الصندوق. **أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :**

[١] زرقاء.
[٢] ليست حمراء.
[٣] زرقاء أو حمراء.

(سوهاج ١٨ ، الأقصر ١٨ ، الإسكندرية ١٣) « $\frac{٥}{١٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ »

---

١٢ كيس يحتوى على ٢٥ كرة متماثلة منها ٤ كرات صفراء ، ٧ كرات حمراء ، والباقى أسود اللون ، فإذا سحبت كرة عشوائيًا ، **فأوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :**

[١] سوداء.
[٢] صفراء أو سوداء.
[٣] ليست صفراء.
[٤] خضراء.

« $\frac{١٤}{٢٥}$ ، $\frac{١٨}{٢٥}$ ، $\frac{٢١}{٢٥}$ ، صفر»

---

١٣ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة إذا كان : أ حدث الحصول على عدد زوجى ، ب حدث الحصول على عدد فردى ، حـ حدث الحصول على عدد أولى زوجى **فأوجد :**

[١] احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معًا.
[٢] احتمال وقوع الحدثين أ أو حـ

«صفر ، $\frac{١}{٢}$ »

---

١٤ مجموعة بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٨ بدون تكرار خلطت جيدًا فإذا سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا :

أولًا : اكتب :

[١] فضاء العينة ف
[٢] أ حدث أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًا.
[٣] ب حدث أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا أوليًا.
[٤] حـ حدث أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا يقبل القسمة على ٤

ثانيًا : باستخدام شكل ڤن احسب احتمال :

[١] حدث وقوع الحدثين أ ، ب معًا.
[٢] حدث وقوع أحد الحدثين ب أو حـ على الأقل.

« $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{٣}{٤}$ »

١٥ سحبت بطاقة عشوائيًا من ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة بالأرقام من ١ إلى ٢٠

احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا :

١ يقبل القسمة على ٣ ٢ يقبل القسمة على ٥

٣ يقبل القسمة على ٣ ويقبل القسمة على ٥

٤ يقبل القسمة على ٣ أو يقبل القسمة على ٥ (أسوان ١١) « $\frac{٣}{١٠}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٢٠}$ ، $\frac{٩}{٢٠}$ »

---

١٦ صندوق به ٣٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٣٠ ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة :

١ فرديًا ويقبل القسمة على ٥ ٢ أوليًا أو يقبل القسمة على ٧ « $\frac{١}{١٠}$ ، $\frac{١٣}{٣٠}$ »

---

١٧ مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٣٠ خلطت جيدًا ، فإذا سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا. **احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :**

١ عددًا مضاعفًا للعدد ٦ ٢ عددًا مضاعفًا للعدد ٨

٣ عددًا مضاعفًا للعدد ٦ ، ٨ معًا. ٤ عددًا مضاعفًا للعدد ٦ أو ٨

« $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{١٠}$ ، $\frac{١}{٣٠}$ ، $\frac{٧}{٣٠}$ »

---

١٨ صندوق به ١٥ كرة منها ٦ كرات حمراء مرقمة بالأرقام من ١ إلى ٦ ، ٩ كرات خضراء مرقمة بالأرقام من ٧ إلى ١٥ ، سحبت كرة واحدة عشوائيًا من هذا الصندوق.

أوجد احتمال كل من الحدثين الآتيين :

١ حدث أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو تحمل عددًا فرديًا.

٢ حدث أن تكون الكرة المسحوبة خضراء وتحمل عددًا زوجيًا. « $\frac{١١}{١٥}$ ، $\frac{٤}{١٥}$ »

---

١٩ حجر نرد غير منتظم ، احتمال ظهور كل من الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ متساوى واحتمال ظهور العدد ٦ يساوى ٣ مرات احتمال ظهور العدد ١ ، فإذا ألقى هذا الحجر مرة واحدة.

احسب احتمال :

١ ظهور العدد ٦ ٢ ظهور عدد فردى أولى. « $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٤}$ »

٢٠ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية بحيث كان احتمال وقوع الحدث ب يساوى ثلاثة أمثال احتمال وقوع الحدث أ ، واحتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل يساوى ٠,٦٤

أوجد احتمال وقوع الحدث أ واحتمال وقوع الحدث ب «٠,١٦ ، ٠,٤٨»

للمتفوقين

١ اشترك ثلاثة لاعبين أ ، ب ، حـ فى مسابقة لرفع الأثقال ، فإذا كان احتمال فوز اللاعب أ يساوى ضعف احتمال فوز اللاعب ب ، واحتمال فوز اللاعب ب يساوى احتمال فوز اللاعب حـ

فأوجد احتمال فوز اللاعب ب أو حـ علمًا بأن لاعبًا واحدًا سيفوز فى المسابقة.

(مطروح ١٨) «$\frac{١}{٢}$»

---

٢ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ، وكان :

ل (أ ∪ ب) = $\frac{٤}{٥}$ ، ل (أ) = $\frac{٢}{٥}$ ، ٧ ل (أ ∩ ب) = ٢ − ل (ب)

فأوجد : ل (ب) «$\frac{٣}{٥}$»



الدرس 2

تابع العمليات على الأحداث

٣ الحدث المكمل :



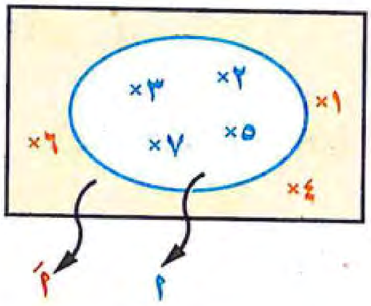
إذا كان أ حدثًا من فضاء العينة ف (أ ⊂ ف) فإن :

الحدث المكمل للحدث أ يرمز له بالرمز أَ ، وهو حدث عدم وقوع أ

حيث أ ∪ أَ = ف ، أ ∩ أَ = ∅

ويكون احتمال عدم وقوع الحدث أ = ل (أَ) = $\frac{\text{ن (أَ)}}{\text{ن (ف)}}$

فمثلًا : فى تجربة سحب بطاقة واحدة عشوائيًا من ٧ بطاقات متماثلة ومرقمة بالأرقام من ١ إلى ٧ وملاحظة الرقم المكتوب عليها :



إذا كان : أ هو حدث الحصول على عدد أولى

فإن : أ = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧} ∴ ن (أ) = ٤

ويكون : أَ = {١ ، ٤ ، ٦} هو الحدث المكمل للحدث أ

وهو يمثل حدث عدم وقوع الحدث أ

وحيث إن : ن (أ) = ٤ ، ن (أَ) = ٣ ، ن (ف) = ٧

فإن : احتمال وقوع الحدث أ = ل (أ) = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٤}{٧}$

، احتمال عدم وقوع الحدث أ = ل (أَ) = $\frac{\text{ن (أَ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٣}{٧}$

ملاحظات

لأى حدث أ من فضاء العينة ف يكون :

(١) $أ \cap أَ = \emptyset$

أى أن : الحدثان أ ، أَ حدثان متنافيان

بمعنى أن وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر ، ويكون : ل (أ $\cap$ أَ) = صفر

(٢) $أ \cup أَ =$ ف

أى أن : اتحاد أى حدث مع الحدث المكمل له = فضاء العينة ف

ويكون : ل (أ $\cup$ أَ) = ل (أ) + ل (أَ) = ل (ف) = ١

ومن ذلك يمكن استنتاج أن :

ل (أ) = ١ − ل (أَ) ، ل (أَ) = ١ − ل (أ)

لاحظ أن :

ل (ف) = $\frac{\text{ن (ف)}}{\text{ن (ف)}}$ = ١

مثال ١

إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما

وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٦}$ ، ل (أ $\cap$ ب) = $\frac{١}{١٨}$ ، ل (أ $\cup$ ب) = $\frac{٤}{٩}$

فأوجد : ١ احتمال عدم وقوع الحدث أ ٢ ل (بَ)

الحل

١ احتمال عدم وقوع الحدث أ = ل (أَ)

، $\because$ ل (أ) = $\frac{١}{٦}$ $\therefore$ ل (أَ) = ١ − ل (أ) = ١ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٥}{٦}$

٢ $\because$ ل (أ $\cup$ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ $\cap$ ب)

$\therefore$ $\frac{٤}{٩}$ = $\frac{١}{٦}$ + ل (ب) − $\frac{١}{١٨}$ $\therefore$ ل (ب) = $\frac{٤}{٩}$ + $\frac{١}{١٨}$ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٦}{١٨}$ = $\frac{١}{٣}$

، $\because$ ل (بَ) = ١ − ل (ب) $\therefore$ ل (بَ) = ١ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

مثال ٢

اشترك ٤٠ تلميذًا فى إحدى المدارس بالأنشطة الرياضية بالمدرسة فإذا اشترك منهم ٢٥ تلميذًا بفريق كرة القدم ، ١٠ تلاميذ بفريق كرة السلة ، ٤ تلاميذ فى الفريقين معًا والباقى فى فرق أخرى واختير تلميذ من هؤلاء التلاميذ عشوائيًا

فأوجد مستعينًا بشكل ڤن احتمال أن يكون التلميذ المختار :

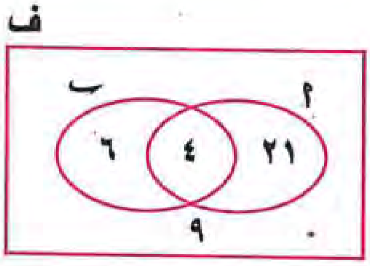
١ مشتركًا فى فريق كرة القدم.

٢ غير مشترك فى فريق كرة القدم.

٣ مشتركًا فى الفريقين معًا.

٤ مشتركًا فى فريق كرة القدم أو السلة.

الحل



بفرض أن :

أ هو حدث أن يكون التلميذ مشتركًا فى كرة القدم

، ب هو حدث أن يكون التلميذ مشتركًا فى كرة السلة

، ف هو فضاء العينة لهذه التجربة

∴ ن (أ) = ٢٥ ، ن (ب) = ١٠ ، ن (ف) = ٤٠

١ احتمال أن يكون التلميذ مشتركًا فى كرة القدم = ل (أ) = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٢٥}{٤٠}$ = $\frac{٥}{٨}$

٢ احتمال أن يكون التلميذ غير مشترك فى كرة القدم = ل ($\bar{\text{أ}}$) = ١ − ل (أ)

= ١ − $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{٣}{٨}$

حل آخر :

∵ ن (أ) = ٢٥ ∴ ن ($\bar{\text{أ}}$) = ٤٠ − ٢٥ = ١٥

∴ احتمال أن يكون التلميذ غير مشترك فى كرة القدم = ل ($\bar{\text{أ}}$) = $\frac{\text{ن }(\bar{\text{أ}})}{\text{ن (ف)}}$

= $\frac{١٥}{٤٠}$ = $\frac{٣}{٨}$

٣ ∵ حدث أن يكون التلميذ مشتركًا فى الفريقين معًا = أ ∩ ب

∴ ن (أ ∩ ب) = عدد التلاميذ المشتركين فى الفريقين معًا = ٤

∴ احتمال أن يكون التلميذ مشتركًا فى الفريقين معًا = ل (أ ∩ ب)

$= \frac{ن (أ ∩ ب)}{ن (ف)} = \frac{٤}{٤٠} = \frac{١}{١٠}$

٤ ∵ حدث أن يكون التلميذ مشتركًا فى فريق كرة القدم أو السلة = أ ∪ ب

، ∵ ن (أ ∪ ب) = ٢١ + ٦ + ٤ = ٣١

∴ احتمال أن يكون التلميذ مشتركًا فى فريق كرة القدم أو السلة = ل (أ ∪ ب)

$= \frac{ن (أ ∪ ب)}{ن (ف)} = \frac{٣١}{٤٠}$

حـل آخـر :

∵ ل (ب) $= \frac{ن (ب)}{ن (ف)} = \frac{١٠}{٤٠} = \frac{١}{٤}$

∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب) $= \frac{٥}{٨} + \frac{١}{٤} - \frac{١}{١٠} = \frac{٣١}{٤٠}$

حاول بنفسك ١

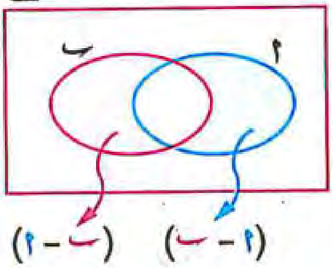
إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ،

وكان : ل (أ) = ٠,٥ ، ل ($\bar{ب}$) = ٠,٧ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,١

فأوجد : ١ ل (ب) ٢ ل (أ ∪ ب) .

٤ الفرق بين حدثين :

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف فإن :



• حدث وقوع أ وعدم وقوع ب (حدث وقوع أ فقط) = أ − ب

ويكون احتمال وقوع الحدث أ وعدم وقوع الحدث ب

= ل (أ − ب) $= \frac{ن (أ − ب)}{ن (ف)}$

• حدث وقوع ب وعدم وقوع أ (حدث وقوع ب فقط) = ب − أ

ويكون احتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث أ = ل (ب − أ) $= \frac{ن (ب − أ)}{ن (ف)}$

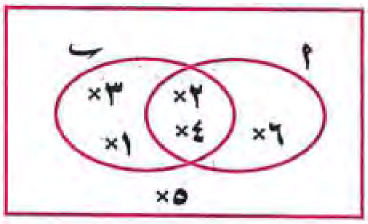
مثال ٣

فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى إذا كان أ هو حدث الحصول على عدد زوجى ، ب هو حدث الحصول على عدد أقل من ٥

فأوجد مستعينًا بشكل ڤن :

١ احتمال وقوع الحدث أ فقط.
٢ احتمال وقوع الحدث ب فقط.

الحــل



∵ ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}   ∴ ن (ف) = ٦

، ∵ أ = {٢ ، ٤ ، ٦}   ، ب = {٤ ، ٣ ، ٢ ، ١}

١ حدث وقوع الحدث أ فقط = حدث وقوع أ وعدم وقوع ب = أ − ب = {٦}

∴ ن (أ − ب) = ١

∴ احتمال وقوع الحدث أ فقط = ل (أ − ب) = $\frac{\text{ن (أ − ب)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{١}{٦}$

٢ حدث وقوع الحدث ب فقط = حدث وقوع ب وعدم وقوع أ = ب − أ = {٣ ، ١}

∴ ن (ب − أ) = ٢

∴ احتمال وقوع ب فقط = ل (ب − أ) = $\frac{\text{ن (ب − أ)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

مثال ٤

فصل دراسى به ٤٥ تلميذًا منهم ٢٠ تلميذًا يحبون قراءة الروايات البوليسية ، ١٥ يحبون قراءة الروايات الرومانسية ، ٥ يحبون قراءة الاثنين معًا فإذا اختير تلميذ عشوائيًا من الفصل

احسب احتمال أن يكون التلميذ المختار :

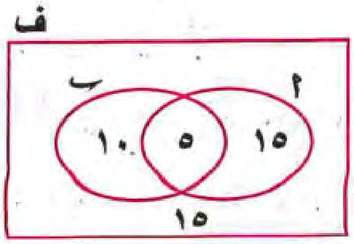
١ يحب قراءة الروايات البوليسية.
٢ يحب قراءة الروايات البوليسية فقط.
٣ لا يحب قراءة الروايات البوليسية.
٤ يحب قراءة الاثنين معًا.

الحــل

بفرض أن : أ هو حدث أن يحب قراءة الروايات البوليسية

، ب هو حدث أن يحب قراءة الروايات الرومانسية

، ف هو فضاء العينة لهذه التجربة.



∴ ن (أ) = ٢٠ ، ن (ب) = ١٥ ، ن (ف) = ٤٥

١ احتمال أن يحب قراءة الروايات البوليسية = ل (أ) = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{٢٠}{٤٥} = \frac{٤}{٩}$

٢ احتمال أن يحب قراءة الروايات البوليسية فقط

= احتمال أن يحب قراءة الروايات البوليسية دون غيرها = ل (أ − ب)

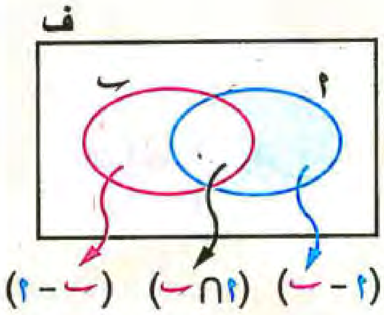
= $\frac{\text{ن (أ − ب)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{١٥}{٤٥} = \frac{١}{٣}$

٣ احتمال أن لا يحب قراءة الروايات البوليسية = ل (أ̅) = ١ − ل (أ) = ١ − $\frac{٤}{٩} = \frac{٥}{٩}$

٤ احتمال أن يحب قراءة الاثنين معًا = ل (أ ∩ ب) = $\frac{\text{ن (أ ∩ ب)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{٥}{٤٥} = \frac{١}{٩}$

! ملاحظات

إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف فإن :



• (أ − ب) ∪ (أ ∩ ب) = أ

أي أن : ل (أ − ب) + ل (أ ∩ ب) = ل (أ)

ومنها : ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب)

وكذلك :

• (ب − أ) ∪ (أ ∩ ب) = ب

أي أن : ل (ب − أ) + ل (أ ∩ ب) = ل (ب)

ومنها : ل (ب − أ) = ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

مثال ٥

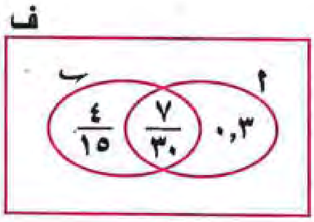
إذا كان : أ ، ب حدثين من أحداث تجربة عشوائية حيث :

ل (أ − ب) = ٠,٣ ، ل (ب − أ) = $\frac{٤}{١٥}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{٧}{٣٠}$

فأوجد احتمال :

١ حدث عدم وقوع أ

٢ حدث وقوع أ أو ب أو كلاهما.



الحل

١ ∵ ل (أ − ب) = ٠,٣ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{٧}{٣٠}$

∴ ل (أ) = ل (أ − ب) + ل (أ ∩ ب) = ٠,٣ + $\frac{٧}{٣٠}$ = $\frac{١٦}{٣٠}$ = $\frac{٨}{١٥}$

∴ احتمال عدم وقوع أ = ل (أ̀) = ١ − ل (أ) = ١ − $\frac{٨}{١٥}$ = $\frac{٧}{١٥}$

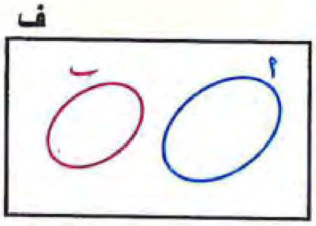
٢ ∵ ل (ب) = ل (ب − أ) + ل (أ ∩ ب) = $\frac{٤}{١٥}$ + $\frac{٧}{٣٠}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ احتمال حدث وقوع أ أو ب أو كلاهما = ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= $\frac{٨}{١٥}$ + $\frac{١}{٢}$ − $\frac{٧}{٣٠}$ = $\frac{٤}{٥}$

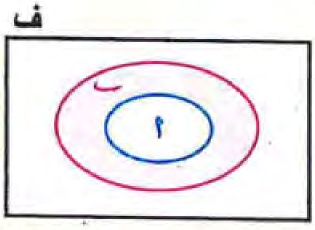
ملاحظات

١ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن :



- أ − ب = أ   أى أن : ل (أ − ب) = ل (أ)
- ب − أ = ب   أى أن : ل (ب − أ) = ل (ب)

٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان أ ⊂ ب فإن :



أ − ب = ∅

أى أن : ل (أ − ب) = ل (∅) = $\frac{ن\ (∅)}{ن\ (ف)}$ = صفر

مثال ٦

إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ − ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٥}$ فأوجد :

١ ل (أ) ٢ ل ($\overline{ب}$)

٣ احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معًا.

الحـــل

١ ∵ أ ، ب حدثان متنافيان ∴ ل (أ − ب) = ل (أ) = $\frac{١}{٢}$

٢ ∵ أ ، ب حدثان متنافيان ∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)

∴ $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{١}{٢}$ + ل (ب) ∴ ل (ب) = $\frac{٣}{٥}$ − $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{١٠}$

∴ ل ($\overline{ب}$) = ١ − ل (ب) = ١ − $\frac{١}{١٠}$ = $\frac{٩}{١٠}$

٣ ∵ أ ، ب حدثان متنافيان ∴ ل (أ ∩ ب) = صفر

∴ احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معًا = ل $\overline{(أ ∩ ب)}$ = ١ − ل (أ ∩ ب) = ١ − ٠ = ١

مثال ٧

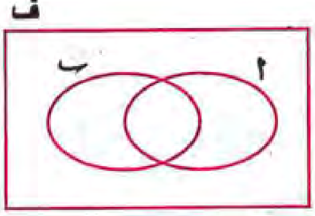
إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما ، وكان :

ل (أ) = $\frac{٥}{٩}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٩}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٩}$ فأوجد :

١ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل. ٢ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين.

٣ احتمال وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر.

الحـــل



وقوع أحد الحدثين على الأقل

١ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل = ل (أ ∪ ب)

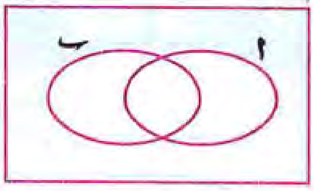
= ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= $\frac{٥}{٩}$ + $\frac{٢}{٩}$ − $\frac{١}{٩}$ = $\frac{٢}{٣}$

٢ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين

= ل $(أ \cup ب)'$ = ١ − ل $(أ \cup ب)$

= ١ − $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$



عدم وقوع أى من الحدثين

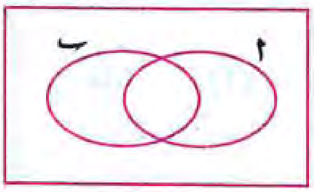
٣ احتمال وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر

= ل $(أ - ب)$ + ل $(ب - أ)$

، ∵ ل $(أ - ب)$ = ل $(أ)$ − ل $(أ \cap ب)$ = $\frac{٥}{٩} - \frac{١}{٩} = \frac{٤}{٩}$

، ل $(ب - أ)$ = ل $(ب)$ − ل $(أ \cap ب)$ = $\frac{٢}{٩} - \frac{١}{٩} = \frac{١}{٩}$

∴ احتمال وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر = $\frac{٤}{٩} + \frac{١}{٩} = \frac{٥}{٩}$



وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر

حاول بنفسك ٢

فصل دراسى به ٤٠ طالبًا نجح منهم ٣٠ طالبًا فى الرياضيات ، ٢٤ طالبًا فى العلوم ، ٢٠ طالبًا فى الامتحانين فإذا اختير طالب عشوائيًا ، **أوجد احتمال أن يكون الطالب المختار :**

١ ناجحًا فى الرياضيات.

٢ ناجحًا فى العلوم فقط.

٣ ناجحًا فى أحد الامتحانين على الأقل.

اختبار تفاعلي

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان : أ ، ب حدثين من ف فإن حدث وقوع أ فقط هو .... (المنيا ١٥)

(أ) أ َ (ب) أ − ب (جـ) أ ∩ ب (د) أ ∪ ب

2 إذا كان : أ حدثًا من فضاء العينة لتجربة عشوائية

فإن : ل (أ َ) = ... (الدقهلية ١٧)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ١ − ل (أ) (د) ل (أ) − ١

3 إذا كان : أ ⊂ ف لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$

فإن : ل (أ َ) = ... (القليوبية ٢٢)

(أ) $\frac{-١}{٣}$ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

4 إذا كان : ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما فإن : ل (ف َ) = ... (دمياط ١٨)

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) −١

5 إذا كان : أ َ هو الحدث المكمل للحدث أ فإن : أ َ ∪ أ = ... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) ∅ (د) ف

6 إذا كان : أ حدثًا من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية فإن : أ ∩ أ َ = ...

(أ) أ (ب) أ َ (جـ) ∅ (د) ١

7 إذا كان : أ ⊂ ف ، أ َ هو الحدث المكمل للحدث أ فإن : ل (أ ∪ أ َ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ف (د) ∅

8 إذا كان : س ⊂ ف ، س َ هو الحدث المكمل للحدث س

فإن : ل (س ∩ س َ) = ... (أسيوط ١٩)

(أ) صفر (ب) ف (جـ) ∅ (د) ١

9 إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف حيث أ ⊂ ب

فإن : ل (أ − ب) = ... (القليوبية ٢٣ ، الشرقية ٢٣)

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب) (جـ) ∅ (د) صفر

١٠ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف
فإن : ل (أ − ب) = ... (بنى سويف ٢٣ ، الفيوم ١٩)

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب) (جـ) ل (أ̄) (د) ل (ب̄)

١١ إذا كان : أ حدثًا من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ل (أ̄)
فإن : ل (أ) = ... (المنوفية ٢٣)

(أ) ١ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٣}$

١٢ إذا كان : أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما ، وكان : ل (أ) + ل (أ̄) = ٢ ك
فإن : ك = ... (أسيوط ٢٣)

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

١٣ إذا كان احتمال نجاحك فى امتحان الشهادة الإعدادية ٨٥ ٪ فإن احتمال رسوبك
يساوى .... (الإسماعيلية ٢٣)

(أ) $\frac{٣}{٢٠٠}$ (ب) $\frac{٣}{٢٠}$ (جـ) $\frac{١٧}{٢٠}$ (د) ٠,٨٥

١٤ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية
فإن : ل (أ ∩ ب) = ... (قنا ٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) ∅

١٥ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ، وكان : ل (أ) = ٠,٦
، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤ فإن : ل (أ − ب) = ... (الوادى الجديد ١٤)

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٢ (د) ٠,١

١٦ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :
ل (أ) = ٠,٧ ، ل (أ − ب) = ٠,٥ فإن : ل (أ ∩ ب) = ... (الغربية ١٦)

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢

١٧ إذا كان : ل (أ) = ٤ ل (أ̄) فإن : ل (أ) = ... (الغربية ١٨ ، القليوبية ١٧)

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٢

١٨ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين فى تجربة عشوائية وكان : ل (أ̄) = ٠,٦
، ل (أ ∪ ب) = ٠,٩ فإن : ل (ب) = ... (كفر الشيخ ١٣)

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٦ (د) ٠,٣

١٩ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان : أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٢
، ل (ب) = ٠,٦ فإن : ل (ب − أ) = ... (الأقصر ١٩)

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٨ (د) ٠,٤

٢٠ لأى حدثين حـ ، ء فى تجربة عشوائية يكون : (حـ − ء) ∪ (حـ ∩ ء) = ...

(أ) ١ (ب) ف (جـ) ء (د) حـ (الدقهلية ١٤)

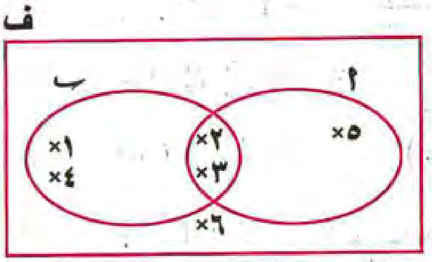
---

٢ إذا كان ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ، أ ⊂ ف ، أَ هو الحدث المكمل للحدث أ ،
ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} أكمل الجدول التالى وسجل ملاحظاتك :

الحدث أ	الحدث أَ	ل (أ)	ل (أَ)	ل (أ) + ل (أَ)
{٢ ، ٤ ، ٦}	....	....	....	....
....	{٣ ، ٦}	....	....	....
{٥}	....	....	....	....
{١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}	....	....	....	....

---

٣ فى الشكل المقابل :



إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف
لتجربة عشوائية فأوجد :

١ ل (أ ∩ ب) ٢ ل (أ − ب)

٣ احتمال عدم وقوع الحدث أ

(القاهرة ١٧) «$\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٢}$»

---

٤ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف وكان :
ل (أ) = $\frac{١}{٥}$ ، ل (ب) = $\frac{٣}{٥}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٠}$ أوجد :

١ ل (أَ) ٢ ل (بَ) ٣ ل (أ ∪ ب)

٤ ل (أ − ب) ٥ ل (ب − أ) ٦ ل (ف − ب)

«$\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٧}{١٠}$ ، $\frac{١}{١٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٥}$»

٥ إذا كان : س ، ص حدثين من فضاء عينة ف ، وكان :

ل (س) = ٠,٣٥ ، ل (ص) = ٠,٤٨ ، ل (س ∪ ص) = ٠,٦ **فأوجد :**

١ ل (سَ) ، ل (صَ) **٢** ل (س ∩ ص) **٣** ل (س − ص)

٤ ل (س ∩ ص)َ

«٠,٧٧ ، ٠,١٢ ، ٠,٢٣ ، ٠,٥٢ ، ٠,٦٥»

---

٦ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان :

ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ − ب) = $\frac{١}{٤}$ **أوجد قيمة ل (أ) إذا كان :**

١ ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٢}$ **٢** أ ، ب حدثين متنافيين. **٣** ب ⊂ أ «$\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٧}{١٢}$»

---

٧ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان : (الفيوم ١٩)

ل (أ) = ل (أَ) ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٦}$ ، ل (ب) = $\frac{٥}{٨}$ ل (أ) **أوجد :**

١ ل (ب) **٢** ل (أ ∪ ب) **٣** ل (أ − ب) «$\frac{٥}{١٦}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{١٦}$»

---

٨ كيس به ١٢ كرة متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٢ ، سحبت منه كرة عشوائيًا. فإذا كان أ هو حدث الحصول على عدد فردى ، ب هو حدث الحصول على عدد أولى **فأوجد :**

١ ل (أ) ، ل (ب) ، ل (أَ) **٢** ل (أ ∪ ب) ، ل (أ − ب) «$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{١٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧}{١٢}$ ، $\frac{١}{٦}$»

---

٩ صندوق به ٢٠ كرة لها نفس الشكل والحجم والوزن ، ومخلوطة جيدًا ، منها ٨ كرات حمراء ، ٧ كرات بيضاء ، وباقى الكرات خضراء. سحبت كرة واحدة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ حمراء. **٢** بيضاء أو خضراء. **٣** ليست بيضاء. «$\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{١٣}{٢٠}$»

---

١٠ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان :

ل (أ) = ٠,٨ ، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٦ **فأوجد :**

١ احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معًا.

٢ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل. «٠,٤ ، ٠,٩»

١١ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان :

ل (أ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤ أوجد :

١ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل.

٢ احتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث أ

٣ احتمال عدم وقوع الحدث أ

٤ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين.

٥ احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر.

٦ احتمال وقوع الحدث أ فقط.

«٠,٧ ، ٠,٢ ، ٠,٥ ، ٠,٣ ، ٠,٣ ، ٠,١»

---

١٢ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

، وكان احتمال عدم وقوع الحدث أ = $\frac{١}{٤}$ ، احتمال عدم وقوع الحدث ب = $\frac{١}{٢}$

، واحتمال وقوع أحدهما على الأكثر = $\frac{٣}{٥}$ أوجد كلًا مما يأتى :

١ احتمال وقوع الحدث أ

٢ احتمال وقوع الحدثين معًا.

٣ احتمال وقوع أى من الحدثين.

٤ احتمال وقوع الحدث أ فقط.

٥ احتمال وقوع أحد الحدثين فقط.

«$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١٧}{٢٠}$ ، $\frac{٧}{٢٠}$ ، $\frac{٩}{٢٠}$»

---

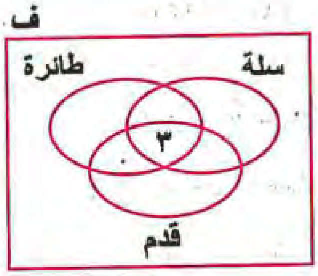
١٣ فصل به ٣٢ طالبًا ، يلعب كرة القدم ٢٢ طالبًا

، يلعب كرة السلة ١٠ طلاب ، ويلعب الكرة الطائرة ١٢ طالبًا

، فإذا كان من هؤلاء اللاعبين ٣ طلاب يلعبون الثلاث ألعاب

، ٥ يلعبون كرتى القدم والسلة

، ٨ يلعبون كرتى القدم والطائرة ، ٦ يلعبون السلة والطائرة.



أكمل شكل فن ثم أجب :

١ كم طالبًا يلعبون كرتى القدم والسلة فقط معًا ؟

٢ كم طالبًا لا يلعبون أيًا من هذه الألعاب ؟

٣ إذا اختير طالب من الفصل بطريقة عشوائية، فما احتمال أن يكون من لاعبى كرة القدم فقط ؟

«٢ ، ٤ ، $\frac{٣}{٨}$»

١٤ فصل دراسى به ٤٠ تلميذًا منهم ١٨ تلميذًا يقرأون جريدة الأخبار ، ١٥ تلميذًا يقرأون جريدة الأهرام ، ٨ تلاميذ يقرأون الجريدتين معًا. فإذا اختير تلميذ عشوائيًا من هذا الفصل ، احسب احتمال أن يكون هذا التلميذ :

١ يقرأ جريدة الأخبار.

٢ لا يقرأ جريدة الأخبار.

٣ يقرأ جريدة الأهرام.

٤ يقرأ الجريدتين معًا.

٥ يقرأ جريدة الأخبار فقط.

٦ يقرأ جريدة الأهرام فقط.

٧ يقرأ جريدة الأخبار فقط أو الأهرام فقط. « $\frac{٩}{٢٠}$ ، $\frac{١١}{٢٠}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٧}{٤٠}$ ، $\frac{١٧}{٤٠}$ »

---

١٥ اشترك ٤٥ تلميذًا فى إحدى المدارس فى الأنشطة الرياضية منهم ٢٧ تلميذًا فى فريق كرة القدم، ١٥ تلميذًا فى فريق كرة السلة، ٩ تلاميذ فى كرة القدم وكرة السلة، اختير تلميذ من هذه المدرسة عشوائيًا. **مثّل ذلك بشكل ڤن ، ثم أوجد احتمال أن يكون التلميذ المختار :**

١ مشتركًا فى فريق كرة القدم.

٢ مشتركًا فى فريق كرة السلة.

٣ مشتركًا فى فريق كرة القدم وفريق كرة السلة.

٤ غير مشترك فى أى من الفريقين السابقين. « $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٤}{١٥}$ »

---

١٦ اشترك ٦٠ تلميذًا فى إحدى المدارس فى الأنشطة الرياضية منهم ٣٦ تلميذًا فى فريق كرة القدم، ٢٧ تلميذًا فى فريق كرة السلة، ١٢ تلميذًا فى كرة القدم وكرة السلة، اختير تلميذ من هذه المدرسة عشوائيًا. **مثّل ذلك بشكل ڤن ثم أوجد احتمال أن يكون التلميذ المختار :**

١ مشتركًا فى فريق كرة القدم وغير مشترك فى فريق كرة السلة.

٢ مشتركًا فى فريق واحد على الأقل من الفريقين.

٣ غير مشترك فى أى من الفريقين السابقين. « $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١٧}{٢٠}$ ، $\frac{٣}{٢٠}$ »

---

١٧ عدد النواتج الممكنة لتجربة عشوائية جميع نواتجها متساوية الإمكانات هو ٣٠ ناتجًا. فإذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لهذه التجربة، وكان عدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث ب يساوى ١٢ ناتجًا ، وكان : ل (أ ∪ ب) = $\frac{١٣}{١٥}$ ، ل (أ) = ٠,٦ **فأوجد :**

١ احتمال وقوع الحدثين معًا. ٢ احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر. « $\frac{٢}{١٥}$ ، $\frac{١١}{١٥}$ »

للمتفوقين



١ في إحدى الدراسات التي اشتملت على اختيار ٦٠٠٠ حالة ولادة في إحدى المحافظات اختيرت عشوائيًا ، اهتم الباحثون ببحث العلاقة بين عمر الأم عند الإنجاب ، ومكان إقامتها ، وكان أعداد المواليد في الحضر والريف كما هو مدون في الجدول التالي :

عمر الأم	مكان إقامة الأم	
	الحضر	الريف
أقل من ٢٠ عامًا	١٢٠	٢٤٠
من ٢٠ عامًا إلى أقل من ٢٢ عامًا	٢٤٠	٣٦٠
من ٢٢ عامًا إلى أقل من ٣٠ عامًا	١٧٤٠	١٤٤٠
٣٠ عامًا فأكثر	١٥٠٠	٣٦٠

١ إذا كان الحدث أ يعبر عن الأم التي أنجبت وتقيم في الحضر ، الحدث ب يعبر عن الأم التي أنجبت لا يزيد عمرها عن ٢٢ عامًا. **أوجد :**

(١) ل (أ) (٢) ل (ب)

« $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٢٥}$ »

٢ مثّل المجموعتين أ ، ب بشكل ڤن ثم أوجد كلًا من :

(١) ل (أ ∩ ب) (٢) ل (أ ∪ ب)

(٣) ل (أ − ب) (٤) ل $\overline{(أ ∪ ب)}$

« $\frac{٣}{٥٠}$ ، $\frac{٧}{١٠}$ ، $\frac{٢٧}{٥٠}$ ، $\frac{٣}{١٠}$ »

٣ تنبأ بعدد المواليد إذا كانت الأم تقيم في الحضر ، وعمرها ٣٠ عامًا فأكثر ، علمًا بأن عدد حالات الولادة ٩٠٠٠ حالة في المحافظة.

« ٢٢٥٠ حالة »

---

٢ مزرعة تحتوي على بقر من اللونين الأبيض والبني ، فإذا كان احتمال أن تكون البقرة بها أبيض = $\frac{٥}{٧}$ ، واحتمال أن تكون البقرة بها بني = $\frac{١١}{٢٨}$ ، **فأوجد احتمال كل مما يأتي :**

١ أن تكون البقرة خليط من اللونين.

٢ أن تكون البقرة بيضاء فقط.

« $\frac{٣}{٢٨}$ ، $\frac{١٧}{٢٨}$ »



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $(-١)^{٣٧} - (-١)^{٣٦} =$ .... (المنيا ١٧)

(أ) -٢ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

٢ $\sqrt[٣]{أ} + \sqrt[٣]{-أ} =$ .... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) $\sqrt[٣]{-أ^{٢}}$ (ب) $٢\sqrt[٣]{أ}$ (جـ) -١ (د) صفر

٣ إذا كان : $٢^{٧} \times ٣^{٧} = ٦^{ك}$ فإن : ك = ... (الفيوم ١٩ ، القليوبية ١٧ ، الشرقية ١٦)

(أ) ١٤ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) ٥

٤ إذا كان : $٢^{٥} \times ٣^{٥} = م \times ٦^{٤}$ فإن : م = ... (الشرقية ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

٥ مجموعة حل المتباينة : $س \leq ١$ فى ط هى .... (مطروح ١٧)

(أ) {١} (ب) {٠}

(جـ) {١ ، ٠} (د) {١ ، ٠ ، −١ ، ...}

٦ [٢ ، ٥] هى مجموعة حل المتباينة .... فى ح (الإسكندرية ١٦)

(أ) $١ \leq س - ١ \leq ٤$ (ب) $١ < س - ١ < ٤$

(جـ) $١ \leq س - ١ < ٤$ (د) $١ < س - ١ \leq ٤$

٧ إذا كان : $\frac{١}{٥} س = \frac{١}{١٠}$ فإن : ٢ س = ... (الوادى الجديد ١٧)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٥٠

٨ إذا كانت : س عددًا سالبًا فإن العدد الأكبر فى الأعداد التالية هو .... (البحيرة ٢٣ ، المنوفية ١٨ ، الجيزة ١٧ ، القليوبية ١٧ ، القاهرة ١٦)

(أ) ٥ − س (ب) ٥ + س (جـ) $\frac{٥}{س}$ (د) ٥ س

٩ إذا كان : $\sqrt{٦٤ + ٣٦}$ = ٨ + س فإن : س = ... (المنوفية ١٨ ، أسوان ١٧)

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) ١٠

١٠ إذا كان : (٥ ، س − ٤) = (ص + ٢ ، ٣)

فإن : س + ص = ... (الأقصر ١٧)

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ١٢

١١ إذا كان : س هو العنصر المحايد الجمعى ، ص هو العنصر المحايد الضربى .

فإن : $٢^{س} + ٣^{ص}$ = ... (الإسماعيلية ١٩)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

١٢ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ هو .... (ش. سيناء ١٧ ، المنيا ١٦)

(أ) $\frac{-\sqrt{٢}}{٣}$ (ب) $\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$ (جـ) $\frac{٢\sqrt{٣}}{٣}$ (د) $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$

١٣ $(س - ٥)^{صفر}$ = ١ لكل س ∈ .... (سوهاج ١٦)

(أ) ح (ب) ح − {٥} (جـ) ح − {−٥} (د) ح − {١}

١٤ إذا كان : أ ب = ٣ ، أ $ب^{٢}$ = ١٢ فإن : ب = ... (دمياط ١٩ ، كفر الشيخ ١٧)

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) −٢ (د) ± ٢

١٥ إذا كانت : ٢ س ص = ٦ ، $س^{٢}$ ص + س $ص^{٢}$ = ٦

فإن : س + ص = ... (سوهاج ١٦)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٦ (د) $\frac{١}{٢}$

١٦ إذا كان : $ص^{-٣}$ = ٨ فإن : ص = ... (الإسماعيلية ٢٣ ، الإسكندرية ١٦)

(أ) $\frac{١}{٥١٢}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

١٧ المنحنى ص = أ $س^{٢}$ + ب س + حـ يقطع محور الصادات فى النقطة ....

(الدقهلية ١٩)

(أ) (٠ ، ب) (ب) (ب ، ٠) (جـ) (حـ ، ٠) (د) (٠ ، حـ)

18 إذا كان : $س^٢ + ص^٢ = ٥ س ص$ فإن : $\frac{س}{ص} + \frac{ص}{س} = ...$ (الدقهلية ٢٣)

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) $\sqrt{٥}$ (د) $-\sqrt{٥}$

19 المعكوس الجمعي للعدد $(١ - \sqrt{٢})$ هو .... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) $١ + \sqrt{٢}$ (ب) $-١ - \sqrt{٢}$ (جـ) $\sqrt{٢} - ١$ (د) $\sqrt{٢}$

20 الوسط الحسابى للقيم : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٩ هو .... (الفيوم ١٦)

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٨

21 إذا كانت د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص

فإن مجال الدالة د هو .... (بنى سويف ١٦)

(أ) س (ب) ص (جـ) س × ص (د) ص × س

22 إذا كان : $أ^٢ - ب^٢ = أ + ب$ فإن : ب − أ = ...

حيث : أ + ب ≠ ٠ (الغربية ١٨)

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ١ (د) −١

23 إذا كان : س = ٢ ، ص = ٣

فإن : $(ص - ٢ س)^{١٠} = ...$ (دمياط ١٩ ، الإسكندرية ١٧ ، الأقصر ١٦)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ٥ (د) ١٠

24 إذا كان : س + ٣ ص = ٧ فإن : س + ٣ (ص + ٥) = ...

(الإسماعيلية ٢٣ ، البحيرة ١٨)

(أ) ٢٢ (ب) ٢١ (جـ) ٧ (د) ٣

25 $٤^{١٥} + ٤^{١٥} = ...$ (المنوفية ١٩)

(أ) $٤^{٣٠}$ (ب) $٤^{صفر}$ (جـ) $٨^{١٥}$ (د) $٢^{٣١}$

26 القاعدة التى تصف النمط $(\frac{١}{٢} ، \frac{٢}{٣} ، \frac{٣}{٤} ، \frac{٤}{٥} ، ...)$ بدلالة ن حيث ن ∈ $ص_+$

هى .... (الفيوم ١٩)

(أ) $\frac{٢}{ن + ١}$ (ب) $ن + \frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{ن}{ن + ١}$ (د) $\frac{٢ ن - ١}{ن + ١}$

27 إذا كان : $أ < \sqrt{٣} < ب$ فإن : (أ ، ب) يمكن أن تكون .... (المنوفية ١٧)

(أ) (٠ ، ١) (ب) (٢,٥ ، ٣,٥) (جـ) (١ ، ٢) (د) (٢ ، ٣)

28 إذا كان : أ ب = ١٢ ، ب حـ = ٢٠ ، أ حـ = ١٥ ، أ ، ب ، حـ ∈ $ع^+$

فإن : أ ب حـ = ... (دمياط ١٧)

(أ) ٣٦٠ (ب) ٣٦٠٠ (جـ) ٦٠ (د) ٣٦

ثانيًا | الهندسة



الوحدة

4 الدائـــــرة



الدرس الأول
تعاريف ومفاهيم أساسية على الدائرة .

الدرس الثانى
موضع نقطة ومستقيم بالنسبة لدائرة.

الدرس الثالث
موضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى.

الدرس الرابع
تعيين الدائرة.

الدرس الخامس
علاقة أوتار الدائرة بمركزها.

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف الدائرة ومفاهيم أساسية عليها (نصف القطر - القطر - الوتر).
- يحسب محيط الدائرة ومساحتها.
- يتعرف محور تماثل الدائرة وبعض النتائج الخاصة به.
- يحدد موضع نقطة بالنسبة لدائرة.
- يحدد موضع مستقيم بالنسبة لدائرة.
- يحدد موضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى.
- يحدد العلاقة بين المماس لدائرة ونصف قطر الدائرة المرسوم من نقطة التماس.
- يحدد العلاقة بين خط المركزين لدائرتين متماستين ، والمماس المشترك عند نقطة التماس.
- يحدد العلاقة بين خط المركزين لدائرتين متقاطعتين ، والوتر المشترك للدائرتين.
- يرسم دائرة بمعلومية مركزها ، وطول نصف قطرها.
- يرسم دائرة تمر بنقطة معلومة.
- يرسم دائرة تمر بنقطتين معلومتين.
- يرسم دائرة تمر بثلاث نقط معلومة ليست على استقامة واحدة.
- يتعرف الدائرة الخارجة لمثلث ويعين موقع مركزها بالنسبة للمثلث.
- يحدد العلاقة بين أوتار الدائرة ومركزها.



الدرس 1

تعاريف ومفاهيم أساسية على الدائــرة

الدائــرة

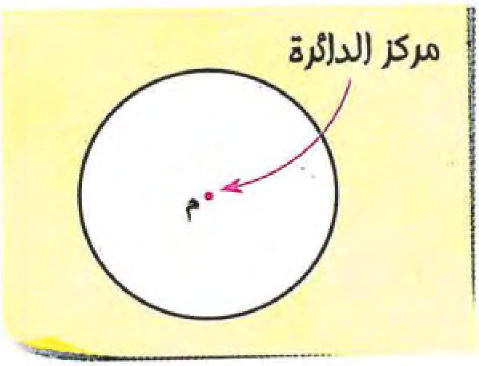
الدائرة هى مجموعة نقط المستوى التى تبعد بُعدًا ثابتًا عن نقطة ثابتة فى المستوى.

- تُسمى هذه النقطة الثابتة «مركز الدائرة»

ويُسمى البُعد الثابت «طول نصف قطر الدائرة»

- نرمز للدائرة عادة بمركزها

فنقول الدائرة م لنعنى الدائرة التى مركزها النقطة م



تجزئة المستوى بالدائرة

أى دائرة تجزئ المستوى إلى ثلاث مجموعات من النقط ، هى :

(١) مجموعة نقط الدائرة.　(٢) مجموعة النقط داخل الدائرة.

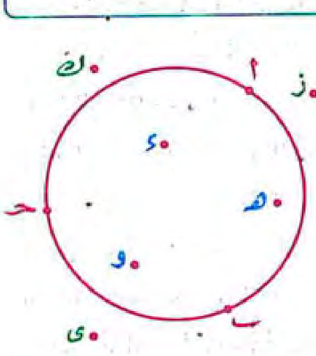
(٣) مجموعة النقط خارج الدائرة.

فمثلًا : **الدائرة المرسومة فى الشكل المقابل تقسم المستوى إلى :**

(١) مجموعة نقط الدائرة «على الدائرة» مثل : أ ، ب ، حـ ، ...

(٢) مجموعة النقط التى تقع داخل الدائرة مثل : ء ، هـ ، و ، ...

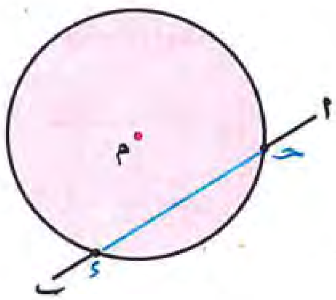
(٣) مجموعة النقط التى تقع خارج الدائرة مثل : ز ، ل ، ى ، ...



سطح الدائرة هو : مجموعة نقط الدائرة ∪ مجموعة النقط داخل الدائرة.

وعلى هذا فإن سطح الدائرة يختلف عن الدائرة.

فمثلاً فى الشكل المقابل :



- أب ∩ الدائرة = {حـ ، ء}

بينما أب ∩ سطح الدائرة = حـء

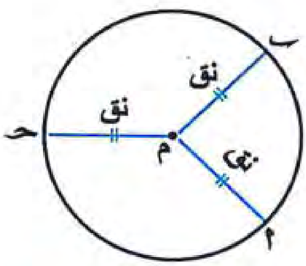
- مركز الدائرة م ∌ الدائرة

بينما مركز الدائرة م ∈ سطح الدائرة.

نصف قطر الدائرة

نصف قطر الدائرة هو قطعة مستقيمة طرفاها (نهايتاها) مركز الدائرة وأى نقطة على هذه الدائرة.

ففى الشكل المقابل :



إذا كانت : النقط أ ، ب ، حـ تنتمى إلى الدائرة م

فإن : م أ ، م ب ، م حـ تُسمى أنصاف أقطار للدائرة م

ويكون : م أ = م ب = م حـ = نق «حيث نق طول نصف القطر»

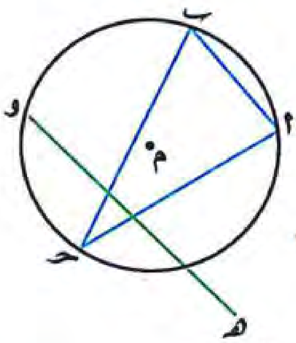
لاحظ أن :

1. للدائرة الواحدة عدد لا نهائى من أنصاف الأقطار وجميعها متساوية فى الطول.
2. إذا تساوى طولا نصفى قطرين فى دائرتين تكونان متطابقتين ، والعكس صحيح.

وتر الدائرة

وتر الدائرة هو قطعة مستقيمة طرفاها (نهايتاها) أى نقطتين على الدائرة.

ففى الشكل المقابل :



إذا كانت : النقط أ ، ب ، حـ تنتمى للدائرة م

فإن : كلاً من أب ، أحـ ، ب حـ وتر فى الدائرة م

* لاحظ أن : و هـ ليس وترًا فى الدائرة م لأن هـ ∌ الدائرة م

قطـر الـدائـرة

قطر الدائرة هو وتر مار بمركز الدائرة.



ففى الشكل المقابل :

إذا كانت : م دائرة ، $\overline{\text{أب}}$ وترًا فيها ، م $\in$ $\overline{\text{أب}}$

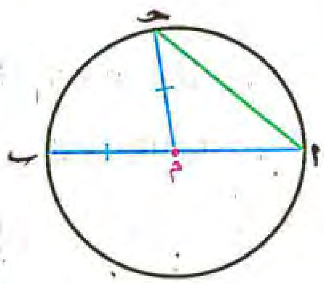
فإن : $\overline{\text{أب}}$ يكون قطرًا فى الدائرة م

لاحظ أن :

(١) للدائرة الواحدة عدد لا نهائى من الأقطار وجميعها متساوية فى الطول.

(٢) قطر الدائرة هو أكبر الأوتار طولاً فى الدائرة ، وطوله يساوى ٢ نق

ففى الشكل المقابل :



$\triangle$ أ م حـ فيه : أ م + م حـ > أ حـ (متباينة المثلث)

، $\because$ م حـ = م ب = نق $\therefore$ أ م + م ب > أ حـ

$\therefore$ أ ب > أ حـ

أى أن : القطر $\overline{\text{أب}}$ أكبر من الوتر $\overline{\text{أحـ}}$

محيط الدائرة ومساحتها

- **محيط الدائرة = ٢ π نق**
- **مساحة الدائرة = π نق^{٢}**

حيث : نق طول نصف قطر الدائرة.

، π نسبة ثابتة لأى دائرة ، تعبر عن النسبة بين محيط الدائرة وطول قطرها.

وتساوى تقريبًا ٣,١٤ أو تساوى تقريبًا $\frac{٢٢}{٧}$

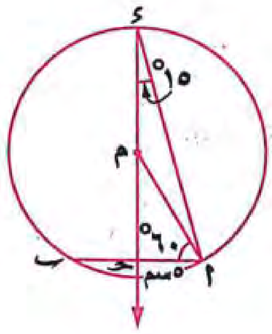
فمثلًا : الدائرة التى طول نصف قطرها ٧ سم يكون :

(١) محيطها = ٢ π نق $\approx$ ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ٤٤ سم

(٢) مساحتها = π نق^{٢} $\approx$ $\frac{٢٢}{٧}$ × (٧)^{٢} = ١٥٤ سم^{٢}

مثال ١

فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ ء م) = ١٥° ، ق (∠ م أ حـ) = ٦٠° ، أ حـ = ٥ سم

احسب : مساحة سطح الدائرة م ($\pi \approx$ ٣,١٤)

الحـــل

المعطيات | ق (∠ أ ء م) = ١٥° ، ق (∠ م أ حـ) = ٦٠° ، أ حـ = ٥ سم

المطلـوب | حساب : مساحة سطح الدائرة م

البرهـان | ∵ م أ = م ء = نق

∴ ق (∠ ء أ م) = ق (∠ ء) = ١٥°

، ∵ ق (∠ أ م حـ) = ق (∠ ء) + ق (∠ ء أ م) = ١٥° + ١٥° = ٣٠°

، ق (∠ م أ حـ) = ٦٠° ∴ ق (∠ أ حـ م) = ٩٠°

∴ أ م = ٢ أ حـ = ٢ × ٥ = ١٠ سم ∴ نق = ١٠ سم

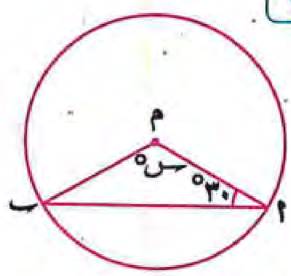
∴ مساحة سطح الدائرة م = π نق^2 ≈ ٣,١٤ × (١٠)^2 = ٣١٤ سم^2

(وهو المطلوب)

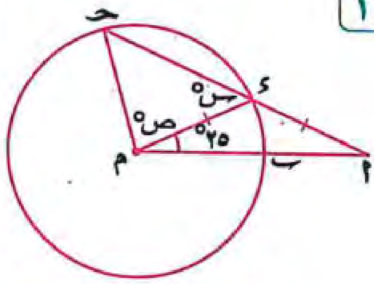
حاول بنفسك ١

فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس حيث م مركز الدائرة :

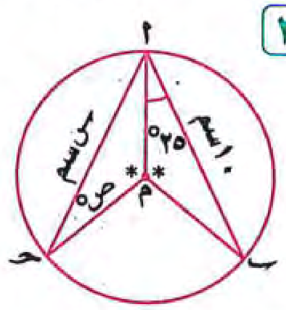
١



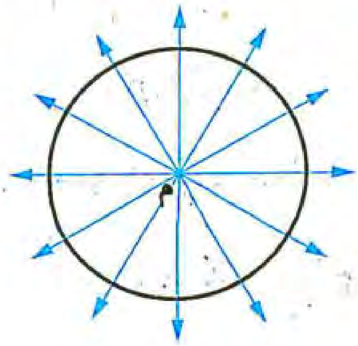
٢



٣



التماثل فى الدائرة



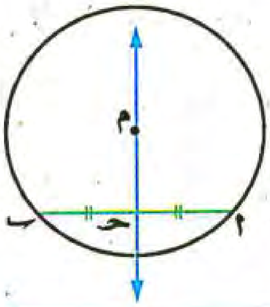
- كل مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لهذه الدائرة.
- وحيث إن عدد هذه المستقيمات لا نهائى

لذلك يكون للدائرة عدد لا نهائى من محاور التماثل.

نتائـج هـامـة

نتيجـة ١

المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عموديًا على هذا الوتر.



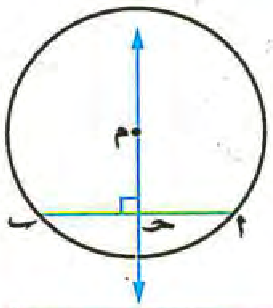
ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{\text{أب}}$ وترًا فى الدائرة م ، حـ منتصف $\overline{\text{أب}}$

فإن : $\overleftrightarrow{\text{م حـ}} \perp \overline{\text{أب}}$

نتيجـة ٢

المستقيم المار بمركز الدائرة عموديًا على أى وتر فيها ينصف هذا الوتر.



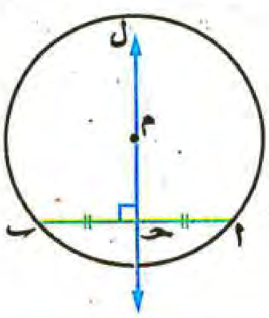
ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{\text{أب}}$ وترًا فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{\text{م حـ}} \perp \overline{\text{أب}}$ بحيث حـ $\in \overline{\text{أب}}$

فإن : حـ منتصف $\overline{\text{أب}}$

نتيجـة ٣

المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يمر بمركز هذه الدائرة.



ففى الشكل المقابل :

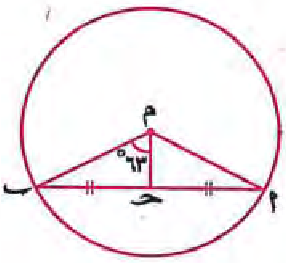
إذا كان : $\overline{\text{أب}}$ وترًا فى الدائرة م ، حـ منتصف $\overline{\text{أب}}$

، المستقيم ل $\perp \overline{\text{أب}}$ من نقطة حـ

فإن : م $\in$ المستقيم ل

مما سبق نستنتج أن : **محور أى وتر فى الدائرة يمر بمركزها وبالتالى يكون محور تماثل للدائرة.**

مثال ٢



فى الشكل المقابل :

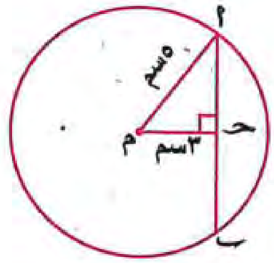
إذا كان : $\overline{أب}$ وترًا فى الدائرة م ، حـ منتصف $\overline{أب}$

، ق (∠ ب م حـ) = ٦٣° فأوجد : ق (∠ م أ ب)

الحـــل

المعطيات	$\overline{أب}$ وتر فى الدائرة م ، حـ منتصف $\overline{أب}$ ، ق (∠ ب م حـ) = ٦٣°
المطلـوب	**إيجاد :** ق (∠ م أ ب)
البرهـــان	∵ $\overline{أب}$ وتر فى الدائرة م ، حـ منتصف $\overline{أب}$
	∴ $\overline{مح} \perp \overline{أب}$ ∴ ق (∠ م حـ ب) = ٩٠°
	، ∵ ق (∠ ب م حـ) = ٦٣° ∴ ق (∠ م ب حـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٦٣°) = ٢٧°
	، ∵ م أ = م ب = نق ∴ Δ أ ب م متساوى الساقين
	∴ ق (∠ م أ ب) = ق (∠ م ب أ) = ٢٧° (وهو المطلوب)

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{أب}$ وترًا فى الدائرة م التى طول نصف قطرها = ٥ سم

، $\overline{مح} \perp \overline{أب}$ ، م حـ = ٣ سم

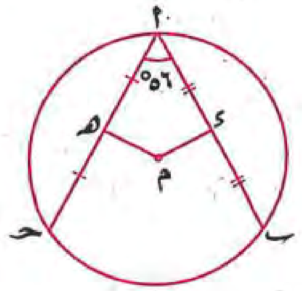
فأوجد : طول $\overline{أب}$

الحـــل

المعطيات	$\overline{أب}$ وتر فى الدائرة م ، $\overline{مح} \perp \overline{أب}$ ، م حـ = ٣ سم ، م أ = ٥ سم
المطلـوب	**إيجاد :** طول $\overline{أب}$
البرهـــان	∵ $\overline{مح} \perp \overline{أب}$ ∴ ق (∠ م حـ أ) = ٩٠°
	∴ $(أحـ)^2 = (أم)^2 - (محـ)^2$ = ٢٥ − ٩ = ١٦ (نظرية فيثاغورس)
	∴ أ حـ = ٤ سم
	، ∵ $\overline{مح} \perp \overline{أب}$ ∴ حـ منتصف $\overline{أب}$
	∴ أ ب = ٨ سم (وهو المطلوب)

مثال ٤

في الشكل المقابل :



أب ، أحـ وتران في الدائرة م حيث ق (∠ب أ حـ) = ٥٦°

فإذا كان ء ، هـ منتصفي أب ، أحـ على الترتيب

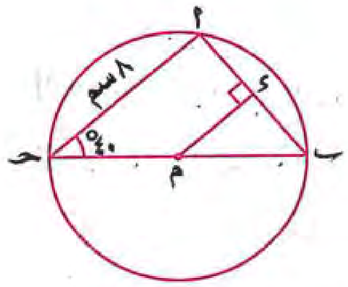
فأوجد : ق (∠ء م هـ)

الحـــل

المعطيات	أب ، أحـ وتران في الدائرة م ، ق (∠أ) = ٥٦° ، ء منتصف أب ، هـ منتصف أحـ
المطلوب	إيجاد : ق (∠ء م هـ)
البرهان	∵ ء منتصف أب ∴ مء ⊥ أب ∴ ق (∠م ء أ) = ٩٠° ، ∵ هـ منتصف أحـ ∴ مهـ ⊥ أحـ ∴ ق (∠م هـ أ) = ٩٠° ، ∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي أ ء م هـ الداخلة = ٣٦٠° ∴ ق (∠ء م هـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٥٦°) = ١٢٤° (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :



ب حـ قطر في الدائرة م ، مء ⊥ أب حيث مء ∩ أب = {ء}

، ق (∠حـ) = ٤٠° ، أحـ = ٨ سم

أوجد : [١] ق (∠ء م ب) [٢] طول مء

على المفاهيم الأساسية للدائرة ونتائج عليها

اختبـار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ القطعة المستقيمة التى طرفاها مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة هى .... فى الدائرة.

(أ) قطر (ب) نصف قطر (جـ) وتر (د) محور تماثل

٢ القطعة المستقيمة التى طرفاها أى نقطتين على الدائرة ولا تمر بالمركز تُسمى ....

(أ) قطر. (ب) محور تماثل. (جـ) نصف قطر. (د) وتر.

٣ القطر هو .... يمر بمركز الدائرة. (أسيوط ١٩)

(أ) مستقيم (ب) شعاع (جـ) مماس (د) وتر

٤ أكبر الأوتار طولاً فى الدائرة يُسمى .... (بورسعيد ١٩)

(أ) وترًا. (ب) قطرًا. (جـ) مماسًا. (د) نصف قطر.

٥ محور تماثل الدائرة هو .... (المنوفية ١٩)

(أ) القطر. (ب) الوتر.

(جـ) المستقيم المار بالمركز. (د) المماس.

٦ عدد محاور التماثل لأى دائرة هو .... (المنيا ٢٣ ، دمياط ١٩ ، القليوبية ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

٧ عدد محاور تماثل نصف الدائرة هو .... (الشرقية ٢٢ ، البحر الأحمر ١٩)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

٨ المستقيم المار بمركز الدائرة و بمنتصف أى وتر فيها يكون ....

(أ) وترًا فى الدائرة. (ب) قطرًا فى الدائرة

(جـ) مماسًا للدائرة. (د) عموديًا على هذا الوتر.

٩ المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يكون .... للدائرة. (الوادى الجديد ٢١)

(أ) وترًا (ب) مماسًا (جـ) قطرًا (د) محور تماثل

١٠ محيط الدائرة التى طول نصف قطرها ٧ سم يساوى .... سم.
(حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$) (الوادى الجديد ٢١)

(أ) ١١ (ب) ٢٢ (جـ) ٤٤ (د) ١٥٤

١١ دائرة طول أكبر وتر فيها ١٢ سم فإن محيط الدائرة يساوى .... سم. (الدقهلية ١٩)

(أ) ١٢ π (ب) ٦ π (جـ) ٢٤ π (د) ١٠ π

١٢ طول نصف قطر الدائرة التى مساحتها ٢٥ π سم^٢ هو .... سم (ج.سيناء ١٨)

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ٢٥ (د) ٤

١٣ دائرة محيطها ٨ π سم فإن طول قطرها يساوى .... سم (السويس ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

١٤ طول نصف قطر الدائرة التى مركزها نقطة الأصل والمارة بالنقطة (−٣ ، ٤)
يساوى .... وحدة طول. (البحر الأحمر ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٧

١٥ إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى الدائرة حيث أ (٣ ، −٥) ، ب (٥ ، ١)
فإن مركز الدائرة هو .... (البحيرة ١٧)

(أ) (٤ ، −٢) (ب) (٤ ، ٢) (جـ) (٢ ، ٢) (د) (٨ ، −٢)

١٦ $\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها نقطة الأصل فإذا كانت : أ = (٢ ، ٠)
فإن : ب = ... (دمياط ١٨)

(أ) (٢ ، ٢) (ب) (٠ ، −٢) (جـ) (−٢ ، ٠) (د) (−٢ ، ٢)

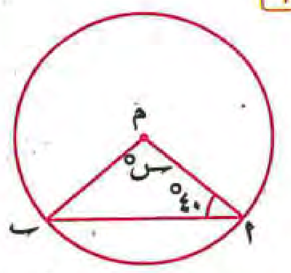
١٧ وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم
فإنه يبعد عن المركز .... سم (الغربية ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٦

---

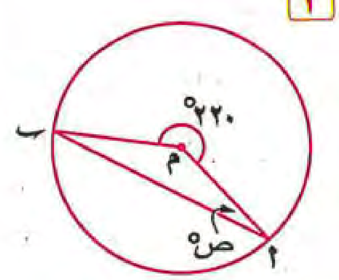
٢ فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس حيث م مركز الدائرة :

١



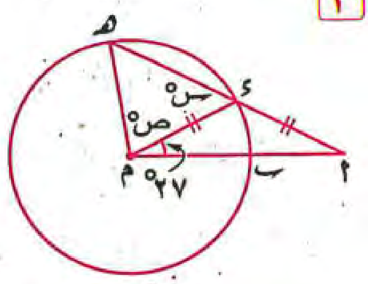
س = ...°

٢



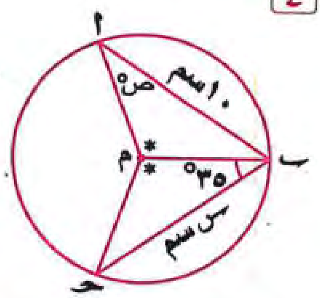
ص = ...°

٣



س = ...° ، ص = ...°

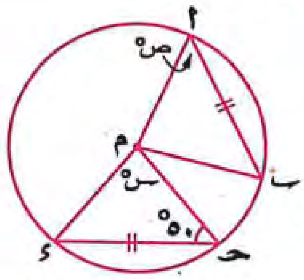
٤



س = ... سم

، ص = ...°

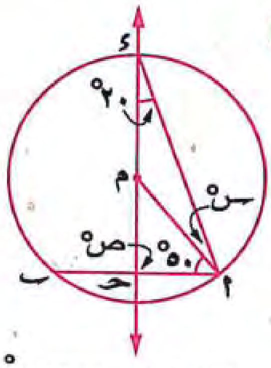
٥



س = ...°

، ص = ...°

٦



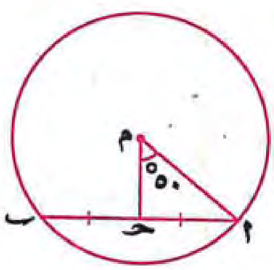
س = ...°

، ص = ...°

---

٣ في كل من الأشكال الآتية م دائرة ، أكمل :

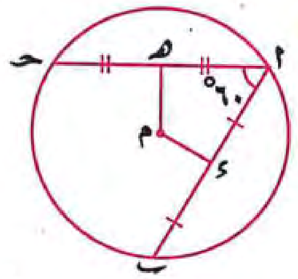
١



ق (∠ م أ حـ) = ...°

(الأقصر ١٤ ، أسيوط ١١)

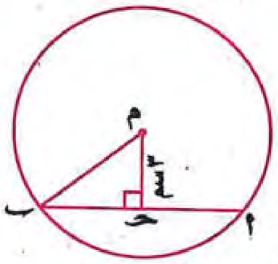
٢



ق (∠ ء م هـ) = ...°

(الجيزة ١٥ ، الأقصر ١٤)

٣



إذا كان : أب = ٨ سم

فإن : م ب = ... سم

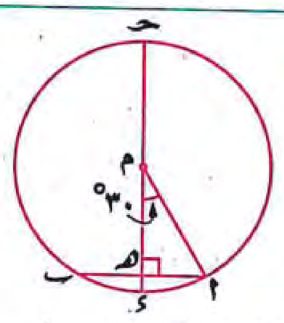
٤



أب = ... سم

(البحر الأحمر ١٢)

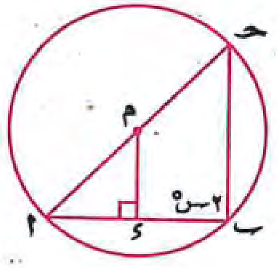
٥



إذا كان : أب = ١٠ سم

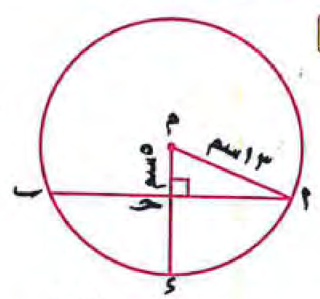
فإن : حـ ء = ... سم

٦



س = ...°

٧



أب = ... سم

، حـ ء = ... سم

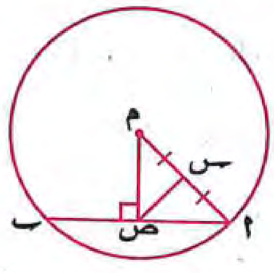
٨



ق (∠ أ) = ...°

، م أ = ... سم

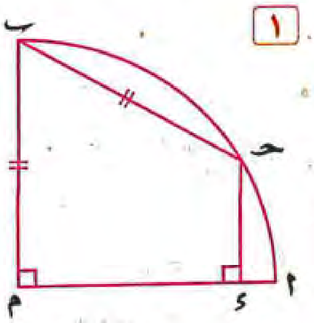
٩



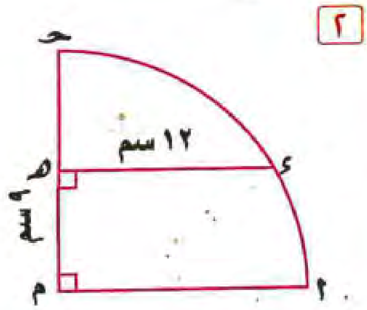
س ص = ٧ سم ، $\pi \approx \frac{22}{7}$

مساحة الدائرة = ... سم^2

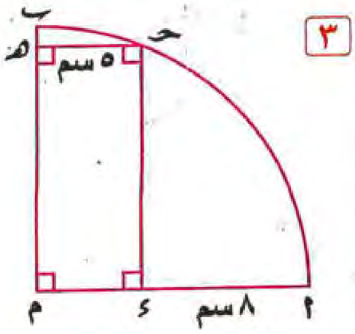
٤ في كل من الأشكال الآتية ، ربع دائرة م ، أكمل :



ق (∠ ب حـ ء) = ... °



طول $\overline{\text{هـ حـ}}$ = ... سم



مساحة المستطيل = ... سم٢

---

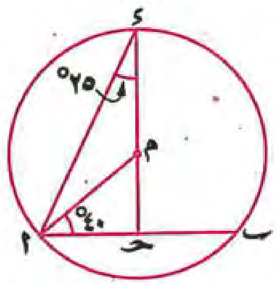
٥ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ب}}$ وتر في الدائرة م

، ق (∠ ء) = ٢٥°

، ق (∠ م أ حـ) = ٤٠°

برهن أن : حـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$



(كفر الشيخ ٠٩)

---

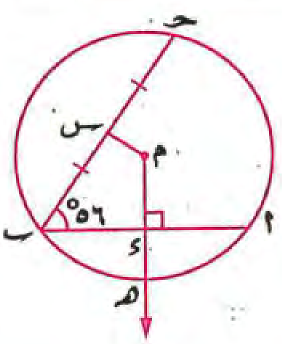
٦ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ وتران في دائرة م التي طول نصف قطرها ٥ سم

، $\overrightarrow{\text{م ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ يقطع $\overline{\text{أ ب}}$ في ء ويقطع الدائرة م في هـ

، س منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ب = ٨ سم ، ق (∠ أ ب حـ) = ٥٦°

أوجد : [١] ق (∠ ء م س) [٢] طول $\overline{\text{ء هـ}}$



(المنيا ١٩ ، الغربية ١٧ ، سوهاج ١٥) «١٢٤° ، ٢ سم»

---

٧ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتران في دائرة مركزها م

، ق (∠ ب أ حـ) = ٤٥°

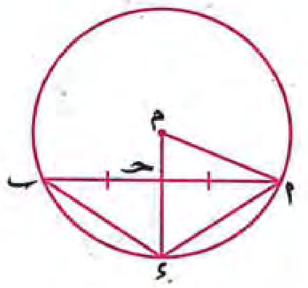
، ء ، هـ منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ على الترتيب

أثبت أن : المثلث ء و م متساوي الساقين.



(الوادي الجديد ٠٥)

٨ **فى الشكل المقابل :**



م دائرة طول نصف قطرها ١٣ سم

، $\overline{\text{أب}}$ وتر فيها طوله ٢٤ سم

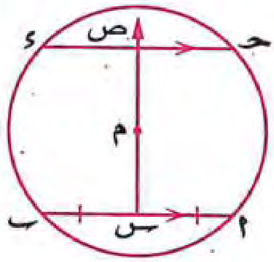
، حـ منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، م‌حـ ∩ الدائرة م = {ء}

أوجد : مساحة المثلث أ ء ب

(الدقهلية ١٣) «٩٦ سم²»

---

٩ **فى الشكل المقابل :**



م دائرة ، $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$

، س منتصف $\overline{\text{أب}}$

، رسم س‌م فقطع $\overline{\text{حـ ء}}$ فى ص

أثبت أن : ص منتصف $\overline{\text{حـ ء}}$

(الشرقية ٢٣ ، المنيا ١٨ ، أسيوط ١٨ ، أسوان ١٥ ، الإسكندرية ١٣)

---

١٠ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$ وتران فى الدائرة م يحصران زاوية قياسها °١٢٠

، ء ، هـ منتصفا $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$ على الترتيب

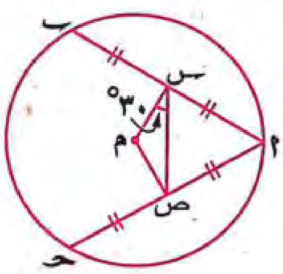
، رسم ء‌م ، هـ‌م فقطعا الدائرة فى س ، ص على الترتيب.

أثبت أن : المثلث س ص م متساوى الأضلاع.

(القليوبية ٢٢ ، أسوان ١٦ ، بنى سويف ١٥)

---

١١ **فى الشكل المقابل :**



أحـ = أب

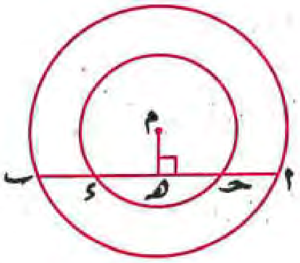
، س ، ص منتصفا $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$

، ق (∠ م س ص) = °٣٠

أثبت أن : Δ أ س ص متساوى الأضلاع.

(أسيوط ١٤)

١٢ 📖 **فى الشكل المقابل :**



دائرتان متحدتا المركز م

، أب وتر فى الدائرة الكبرى

ويقطع الدائرة الصغرى فى حـ ، ء

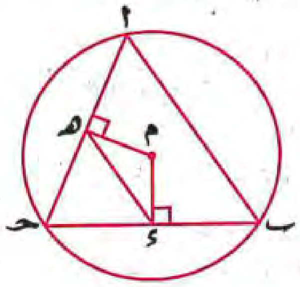
، مهـ ⊥ أب

أثبت أن : أحـ = بء

(الجيزة ٢٣ ، القليوبية ٢٢ ، الغربية ١٨ ، سوهاج ١٨ ، قنا ١٧)

---

١٣ 📖 **فى الشكل المقابل :**



أب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م

، مء ⊥ ب حـ ، مهـ ⊥ أحـ

أثبت أن :

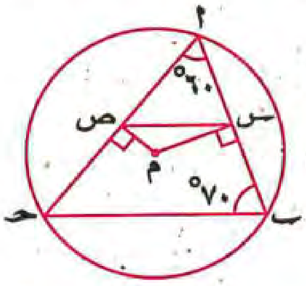
[١] هـ ء // أب

[٢] محيط Δ حـ ء هـ = $\frac{1}{2}$ محيط Δ أب حـ

(الغربية ٢٣ ، كفر الشيخ ١٦ ، البحيرة ١٣)

---

١٤ 📖 **فى الشكل المقابل :**



فى الدائرة م ، مس ⊥ أب

، مص ⊥ أحـ ، ق (∠ أ) = °٦٠

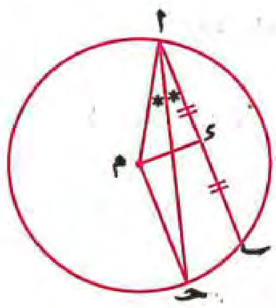
، ق (∠ ب) = °٧٠

أوجد : قياسات زوايا المثلث م س ص

«°١٢٠ ، °٢٠ ، °٤٠»

---

١٥ 📖 **فى الشكل المقابل :**



أب وتر فى الدائرة م

، أحـ ينصف ∠ ب أ م

ويقطع الدائرة م فى حـ

، إذا كانت ء منتصف أب

فأثبت أن : ءم ⊥ حـ م

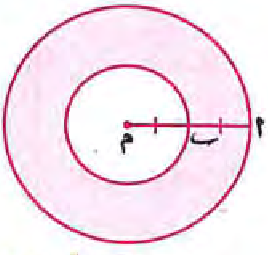
(البحيرة ١٩ ، الغربية ١٧ ، سوهاج ١٤)

١٦ في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، م ب = أ ب

إذا كانت مساحة الجزء المظلل = ٤٨ π سم^{2}

أوجد طول نصف قطر الدائرة الكبرى.



«٨ سم»

---

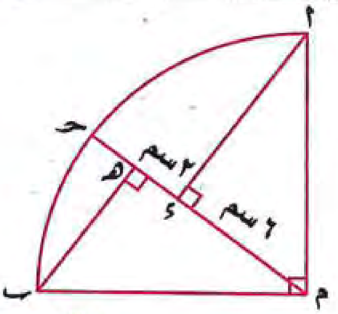
١٧ في الشكل المقابل :

ربع دائرة م ، م أ ⊥ م ب

، أ ء ⊥ م ح ، ب هـ ⊥ م ح

إذا كان : م ء = ٦ سم ، ء هـ = ٢ سم

أوجد : طول هـ ح



«٢ سم»

---

١٨ في الشكل المقابل :

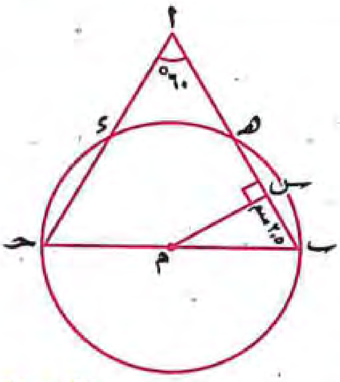
ب ح قطر في الدائرة م ، أ ب = أ ح

، ق (∠ ب أ ح) = ٦٠°

، ب س = ٢,٥ سم

، م س ⊥ أ ب

أوجد : طول أ هـ



«٥ سم»

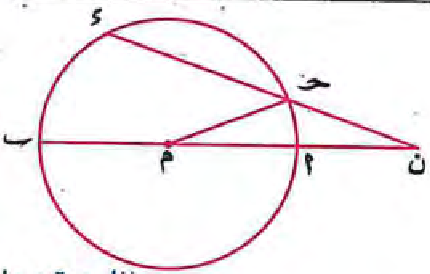
---

١٩ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في الدائرة م

، ب أ ∩ ء ح = {ن}

أثبت أن : ن ح > ن أ



(البحيرة ١٨)

---

٢٠ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في الدائرة م

، ح ء وتر فيها

، س ح ⊥ ح ء ، ص ء ⊥ ح ء

أثبت أن : أ س = ب ص



(الشرقية ٠٩)

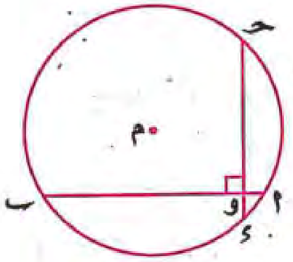
٢١ أب ، حـ ء وتران متوازيان فى الدائرة م ، أب = ١٢ سم ، حـ ء = ١٦ سم
أوجد البعد بين هذين الوترين إذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ١٠ سم
هل توجد إجابات أخرى ؟ فسر إجابتك. «١٤ سم أ، ٢ سم»

---

٢٢ فى مستوى إحداثى متعامد إذا كانت : م (−١ ، ٢) ، أ (٢ ، ٦) ، ب (٢ ، −٢)
فأثبت أن : م مركز دائرة مارة بالنقطتين أ ، ب
ثم احسب : البعد العمودى للوتر أب عن مركز الدائرة م «٣ وحدات طولية»

للمتفوقين

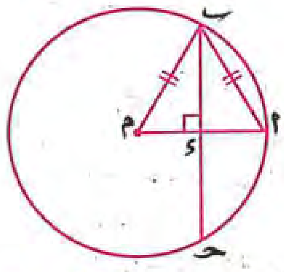
١ فى الشكل المقابل :



دائرة م طول نصف قطرها ٧ سم
، أب ، حـ ء وتران متعامدان ومتقاطعان فى النقطة و
فإذا كان : أب = ١٢ سم ، حـ ء = ١٠ سم
أوجد : طول م و «$\sqrt{37}$ سم»

---

٢ فى الشكل المقابل :



أب ، ب حـ وتران فى الدائرة م
، أب = ب م ، م أ ⊥ ب حـ
، ب حـ = ١٤ $\sqrt{3}$ سم
أوجد : طول نصف قطر الدائرة م «١٤ سم»



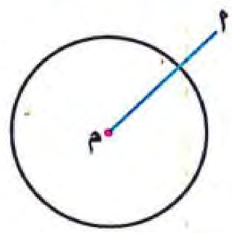
الدرس 2

موضع نقطة ومستقيم بالنسبة لـدائـــرة

أولًا موضع نقطة بالنسبة لدائرة

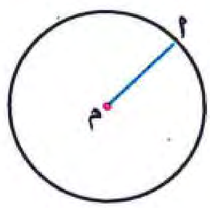
إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها نق ، أ نقطة فى مستويها فإنه توجد ثلاث حالات :

١ أ تقع خارج الدائرة م



إذا كان : م أ > نق

٢ أ تقع على الدائرة م



إذا كان : م أ = نق

٣ أ تقع داخل الدائرة م



إذا كان : م أ < نق

مثال ١

دائرة م طول نصف قطرها ٥ سم ، أ نقطة فى مستويها

حدد موضع النقطة أ بالنسبة للدائرة م فى الحالات التالية :

١ م أ = ٥ سم ٢ م أ = ٣ سم ٣ م أ = ٦,٥ سم ٤ م أ = صفر

الحـــل

١ أ تقع على الدائرة م ، لأن : م أ = نق

٢ أ تقع داخل الدائرة م ، لأن : م أ < نق

٣ أ تقع خارج الدائرة م ، لأن : م أ > نق

٤ أ تقع داخل الدائرة م ، لأن : م أ < نق

«لاحظ أنه فى هذه الحالة فإن أ ينطبق على م مركز الدائرة».

مثال ٢

إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم ، أ نقطة فى مستوى الدائرة ، م أ = ٣ س − ١ من السنتيمترات. **أوجد قيم س عندما تقع أ**

١ خارج الدائرة. ٢ داخل الدائرة. ٣ على الدائرة.

الحـل

١ ∵ أ تقع خارج الدائرة ∴ م أ > نق ∴ ٣ س − ١ > ٥

∴ ٣ س > ٦ ∴ س > ٢ أى أن : س ∈]٢ ، ∞[

٢ ∵ أ تقع داخل الدائرة ∴ م أ < نق

، ∵ م أ ≥ ٠ ∴ ٠ ≤ م أ < نق

∴ ٠ ≤ ٣ س − ١ < ٥ ∴ ١ ≤ ٣ س < ٦

∴ $\frac{1}{3}$ ≤ س < ٢ أى أن : س ∈ [$\frac{1}{3}$ ، ٢[

٣ ∵ أ تقع على الدائرة ∴ م أ = نق ∴ ٣ س − ١ = ٥

∴ ٣ س = ٦ ∴ س = ٢

حاول بنفسك ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت النقطة أ تقع على الدائرة م التى طول قطرها ٨ سم
فإن : أ م = ... سم. (القاهرة ٢١)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٢ إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧ سم ، أ نقطة فى مستويها وكان م أ = ٤ سم
فإن النقطة أ تقع .... (الجيزة ٢٣)

(أ) داخل الدائرة. (ب) خارج الدائرة. (جـ) على الدائرة. (د) غير ذلك.

٣ دائرة م محيطها ١٢ π سم والنقطة أ فى مستويها ، فإذا كان م أ = ٥ سم
فإن النقطة أ تقع .... الدائرة. (الشرقية ٢٣)

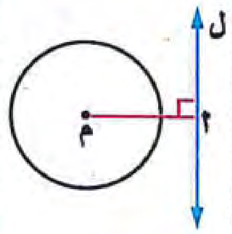
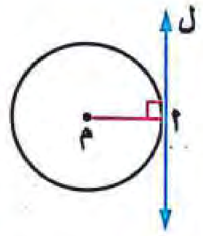
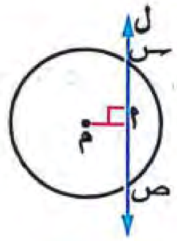
(أ) خارج (ب) داخل (جـ) على (د) فى مركز

ثانيًا موضع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها نق ، ل مستقيم فى مستويها ، ثم رُسم $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ⊥ المستقيم ل ويقطعه فى أ فيكون م أ هو طول العمود النازل من مركز الدائرة على المستقيم ل فإذا قارنا بين م أ ، نق فإنه يكون لدينا ثلاث حالات هى :

١ م أ > نق ٢ م أ = نق ٣ م أ < نق

وكل من هذه الحالات يحدد وضعًا للمستقيم ل بالنسبة للدائرة م كما بالجدول التالى :

إذا كان :	فإن :	كما بالشكل	لاحظ أن :
١ م أ > نق	المستقيم ل يقع خارج الدائرة م		• المستقيم ل ∩ الدائرة م = ∅ • المستقيم ل ∩ سطح الدائرة م = ∅
٢ م أ = نق	المستقيم ل يكون مماسًا للدائرة م عند نقطة أ «تسمى أ بنقطة التماس»		• المستقيم ل ∩ الدائرة م = {أ} • المستقيم ل ∩ سطح الدائرة م = {أ}
٣ م أ < نق	المستقيم ل يكون قاطعًا للدائرة م		• المستقيم ل ∩ الدائرة م = {س ، ص} • المستقيم ل ∩ سطح الدائرة م = $\overline{\text{س ص}}$ • تسمى $\overline{\text{س ص}}$ وتر التقاطع.

مثال ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ دائرة طول نصف قطرها ٥ سم ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٥ سم فإن المستقيم ل يكون ....

(أ) خارج الدائرة. (ب) مماسًا للدائرة. (جـ) قاطعًا للدائرة. (د) قطرًا فى الدائرة.

٢ دائرة طول قطرها ٦ سم ، فإذا كان المستقيم ل يبعد عن مركزها ٢ سم فإن المستقيم ل يكون ....

(أ) مماسًا للدائرة. (ب) خارج الدائرة.

(جـ) قاطعًا للدائرة. (د) محور تماثل للدائرة.

٣ دائرة م طول نصف قطرها نق ، فإذا كان المستقيم ل يبعد عن مركزها ٥ نق فإن المستقيم ل يكون ....

(أ) خارج الدائرة. (ب) مماسًا للدائرة. (جـ) قاطعًا للدائرة. (د) قطرًا فى الدائرة.

الحـــل

١ (ب) السبب : لأن بُعد المستقيم ل عن مركز الدائرة = نق

٢ (جـ) السبب : لأن بُعد المستقيم ل عن مركز الدائرة < نق (حيث نق = ٣ سم)

٣ (أ) السبب : لأن بُعد المستقيم ل عن مركز الدائرة > نق

حاول بنفسك ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المماس لدائرة طول قطرها ٦ سم يكون على بُعد .... سم من مركزها. (السويس ٢١)

(أ) ٦ (ب) ١٢ (جـ) ٣ (د) ٢

٢ إذا كان طول قطر الدائرة ١٠ سم ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٦ سم فإن المستقيم ل ....

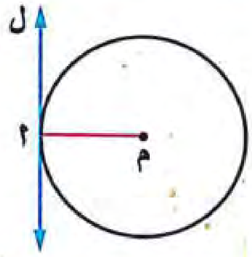
(أ) يمس الدائرة. (ب) قاطع للدائرة. (جـ) يقع خارج الدائرة. (د) محور تماثل الدائرة.

٣ دائرة مساحتها ٣٦ π سم^2 ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٥ سم فإن المستقيم ل يكون ....

(أ) مماسًا للدائرة. (ب) قاطعًا للدائرة. (جـ) خارج الدائرة. (د) قطرًا فى الدائرة.

حقيقتان

(١) المماس للدائرة يكون عموديًا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.

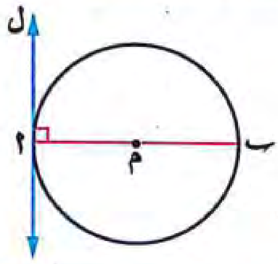


أى أنه :

إذا كان : المستقيم ل مماسًا للدائرة م عند النقطة أ

فإن : $\overline{مأ}$ ⊥ المستقيم ل

(٢) المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون مماسًا لها.



أى أنه :

إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى الدائرة م

، المستقيم ل ⊥ $\overline{أب}$ من النقطة أ

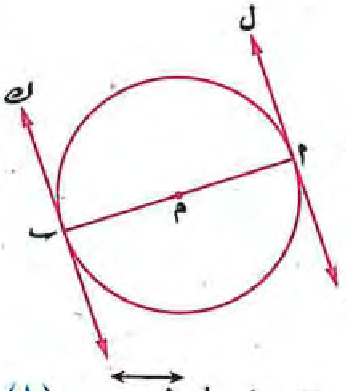
فإن : ل مماس للدائرة م عند النقطة أ

مثال ٤

$\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها م ، رسم المستقيم ل مماسًا للدائرة م عند أ

، المستقيم ك مماسًا للدائرة م عند ب **أثبت أن :** المستقيم ل // المستقيم ك

الحل



المعطيات: $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، المستقيمان ل ، ك مماسان للدائرة م عند أ ، ب على الترتيب

المطلوب: **إثبات أن :** المستقيم ل // المستقيم ك

البرهان: ∵ المستقيم ل مماس للدائرة م عند أ

∴ المستقيم ل ⊥ $\overline{مأ}$ ∴ المستقيم ل ⊥ $\overleftrightarrow{أب}$ (١)

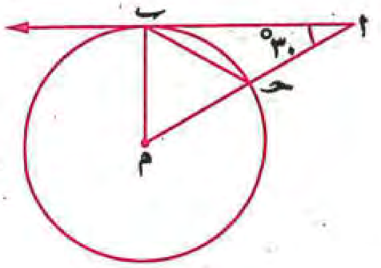
، ∵ المستقيم ك مماس للدائرة م عند ب ∴ المستقيم ك ⊥ $\overline{مب}$

∴ المستقيم ك ⊥ $\overleftrightarrow{أب}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ المستقيم ل // المستقيم ك (وهو المطلوب)

من المثال السابق نستنتج أن : **المماسان لدائرة المرسومان من نهايتى قطر فيها يكونان متوازيين.**

مثال ٥



فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أب}$ يمس الدائرة م عند النقطة ب

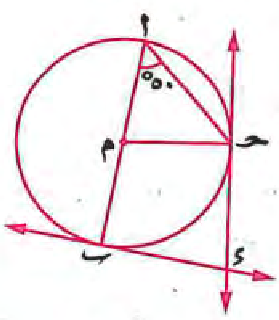
، $\overline{أم}$ ∩ الدائرة م = {حـ} ، ق (∠ أ) = ٣٠°

أثبت أن : أ حـ = ب حـ

الحـــل

المعطيات	$\overleftarrow{أب}$ يمس الدائرة م عند النقطة ب ، ق (∠ أ) = ٣٠°
المطلوب	إثبات أن : أ حـ = ب حـ
البرهان	∵ $\overleftarrow{أب}$ يمس الدائرة م عند ب ∴ $\overline{مب}$ ⊥ $\overleftarrow{أب}$
	، ∵ فى Δ أ م ب : ق (∠ أ) = ٣٠° ، ق (∠ أ ب م) = ٩٠°
	∴ ق (∠ م) = ١٨٠° − (٣٠° + ٩٠°) = ٦٠°
	، ∵ Δ م ب حـ متساوى الساقين لأن : م ب = م حـ = نق
	∴ Δ م ب حـ متساوى الأضلاع ∴ ق (∠ م ب حـ) = ٦٠°
	∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ أ ب م) − ق (∠ م ب حـ) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠°
	∴ فى Δ أ ب حـ : ق (∠ أ) = ق (∠ أ ب حـ) = ٣٠°
	∴ أ حـ = ب حـ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٣



فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{بء}$ ، $\overleftrightarrow{حـء}$ مماسان للدائرة م عند ب ، حـ

بحيث $\overleftrightarrow{بء}$ ∩ $\overleftrightarrow{حـء}$ = {ء}

، $\overline{بأ}$ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ب أ حـ) = ٥٠°

أوجد : ق (∠ ب ء حـ)

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

١ دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ٨ سم ، أ نقطة فى مستوى الدائرة م.
حدد موضع النقطة أ بالنسبة للدائرة م فى الحالات الآتية :

١ م أ = ١٠ سم | ٢ م أ = ٨ سم

٣ م أ = ٥ $\sqrt{٢}$ سم | ٤ م أ = صفر

---

٢ إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم ، $\overleftrightarrow{م أ}$ ⊥ ل حيث أ ∈ ل فأكمل ما يأتى :

١ إذا كان : م أ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم فإن : المستقيم ل …………

٢ إذا كان : م أ = ٣ $\sqrt{٧}$ سم فإن : المستقيم ل …………

٣ إذا كان : ٢ م أ − ٥ = ٩ فإن : المستقيم ل …………

٤ إذا كان : المستقيم ل يقطع الدائرة م ، م أ = ٣ س − ٥ فإن : س ∈ …………

٥ إذا كان : المستقيم ل مماسًا للدائرة م ، م أ = $س^٢$ − ٢ فإن : س ∈ …………

---

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى الدائرة ………… (بورسعيد ٢٣)

(أ) متساويان فى الطول. (ب) متوازيان.

(جـ) متقاطعان. (د) متعامدان.

٢ إذا كانت : م دائرة طول قطرها ١٠ سم ، أ نقطة على الدائرة فإن : …………

(أ) م أ > ١٠ سم (ب) م أ = ١٠ سم (جـ) م أ = ٥ سم (د) م أ < ٥ سم

٣ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار ………… سم. (المنوفية ٢٣ ، الغربية ٢٢ ، سوهاج ١٩ ، القليوبية ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٤ دائرة م طول نصف قطرها ٥ سم ، أ نقطة خارج الدائرة
فإن م أ يمكن أن يساوى .... سم. (الغربية ٠٣)

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٨ (د) ٤

٥ إذا كان طول قطر الدائرة ٨ سم ، والمستقيم ل يبعد ٣ سم عن مركزها
فإن المستقيم ل .... (دمياط ١٦ ، قنا ١٥ ، المنيا ١٤)

(أ) يمس الدائرة. (ب) قاطع للدائرة.

(جـ) يقع خارج الدائرة. (د) يكون محور تماثل لها.

٦ إذا كانت النقطة أ تنتمى لسطح الدائرة م التى طول قطرها ٦ سم
فإن : م أ ∈ .... (الدقهلية ٢١)

(أ)]−∞ ، ٦] (ب)]−∞ ، ٣] (جـ) [٠ ، ٣] (د)]٣ ، ∞[

٧ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٧ وحدات طول. أى من النقط الآتية
لا تنتمى للدائرة ؟ (الجيزة ١٦)

(أ) (٠ ، ٧) (ب) (٠ ، −٧) (جـ) (٧ ، ٠) (د) (٧ ، ٧)

٨ دائرة مركزها م طول نصف قطرها نق ، أ نقطة فى المستوى بحيث م أ = $\frac{٣}{٢}$ نق
فإن : أ تقع .... الدائرة. (الأقصر ٢٣)

(أ) على (ب) داخل (جـ) خارج (د) فى مركز

٩ إذا كانت م دائرة طول قطرها ١٤ سم ، م أ = (٢ س + ٣) سم
حيث أ تقع على الدائرة فإن : س = ... (القليوبية ١٧ ، الشرقية ١٥)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

١٠ إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم ، أ نقطة فى مستوى الدائرة
، م أ = (٢ س − ٣) سم حيث أ تقع خارج الدائرة فإن ....

(أ) س = ٥ (ب) س ∈ [٥ ، ∞[

(جـ) س ∈]٥ ، ∞[(د) س ∈]−∞ ، ٥]

١١ $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ ، $\overleftrightarrow{بء}$ مماسان للدائرة
فإن : $\overleftrightarrow{أحـ}$ .... $\overleftrightarrow{بء}$ (الإسكندرية ١٣)

(أ) يقطع (ب) يوازى (جـ) عمودى على (د) ينطبق على

١٢ إذا كانت : م دائرة محيطها ٨ π سم ، أ نقطة على الدائرة

فإن : م أ = ... سم.

(أ) ١٦ (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) ٢

١٣ دائرة محيطها ٦ π سم ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم ،

فإن المستقيم ل يكون .... (الشرقية ٢٢ ، البحر الأحمر ١٩ ، البحر الأحمر ١٧ ، المنوفية ١٥)

(أ) مماسًا للدائرة. (ب) قاطعًا للدائرة.

(جـ) خارج الدائرة. (د) قطرًا فى الدائرة.

١٤ إذا كانت مساحة الدائرة م = ١٦ π سم^{٢} ، أ نقطة فى مستويها ، حيث م أ = ٨ سم

فإن : أ تقع .... الدائرة م (قنا ١٧ ، الشرقية ٠٩)

(أ) داخل (ب) خارج (جـ) على (د) على مركز

١٥ دائرة م طول قطرها ٨ سم فإذا كان المستقيم ل خارج الدائرة فإن بعد مركز الدائرة

عن المستقيم ل ∈ .... (كفر الشيخ ١٤)

(أ)]٤ ، ∞[(ب) [٠ ، ٤[(جـ)]٠ ، ٤[(د) [٠ ، ٨]

١٦ دائرة طول قطرها (٢ س + ٥) سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها (س + ٢) سم

حيث س > ٠ فإن المستقيم ل يكون .... (الفيوم ٢٢ ، بورسعيد ١٧)

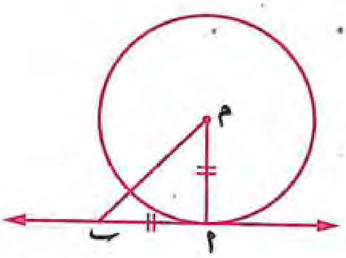
(أ) قاطعًا للدائرة فى نقطتين. (ب) خارج الدائرة.

(جـ) مماسًا للدائرة. (د) محور تماثل للدائرة.

---

٤ باستخدام كل من الأشكال الآتية اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ مماسًا للدائرة م عند أ ، أ ب = أ م



فإن : ق (∠ م) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥°

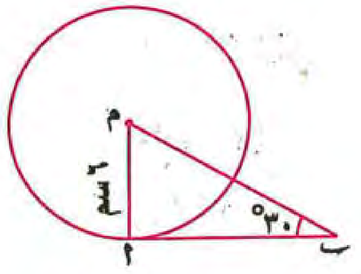
(جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٢ $\overline{أب}$ مماسة للدائرة م

، ق (∠ب) = ٣٠°

، أ م = ٦ سم

فإن : م ب = ………… سم.



(البحر الأحمر ١٨)

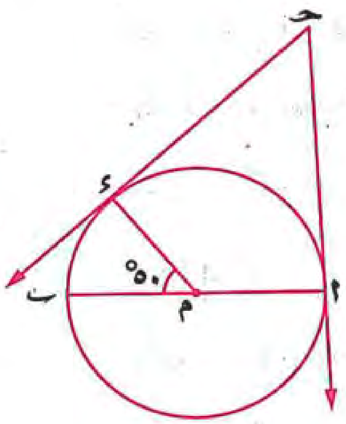
(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٢

٣ $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م

، $\overleftarrow{حـ أ}$ ، $\overleftarrow{حـ ء}$ يمسان الدائرة عند أ ، ء

فإذا كان : ق (∠ء م ب) = ٥٠°

فإن : ق (∠حـ) = …………



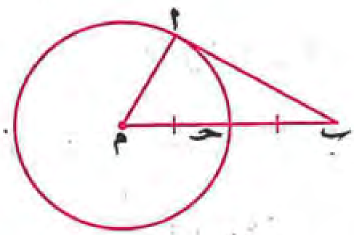
(أ) ٥٠° (ب) ١٣٠°

(جـ) ٩٠° (د) ٤٠°

٤ إذا كانت : $\overline{أب}$ تمس الدائرة م عند أ

، $\overline{م ب}$ ∩ الدائرة م = {حـ}

حيث م حـ = ب حـ فإن : ق (∠ب) = …………



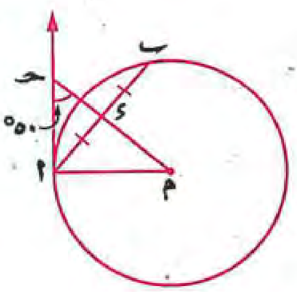
(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٥ إذا كان : $\overleftarrow{أ حـ}$ يمس الدائرة م عند أ

، ء منتصف الوتر $\overline{أب}$

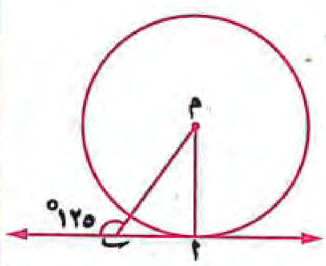
، ق (∠أ حـ م) = ٥٠°

فإن : ق (∠ب أ م) = …………

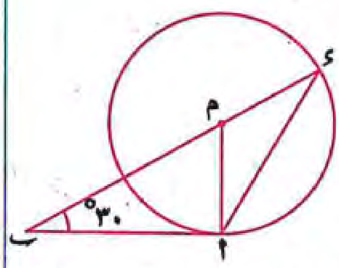


(أ) ٤٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٥٠° (د) ٩٠°

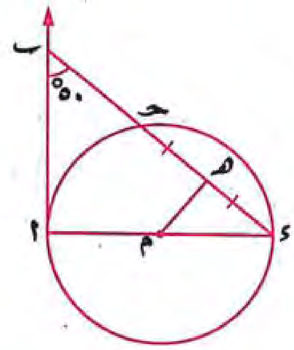
٥ في كل من الأشكال الآتية م دائرة ، $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ مماس ، أكمل :

١


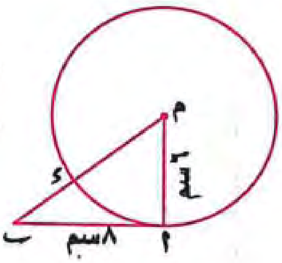
ق(∠ أ م ب) = ...°

٢


ق(∠ أ ء ب) = ...°

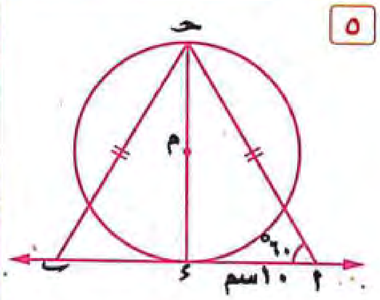
٣


ق(∠ أ م هـ) = ...°

٤


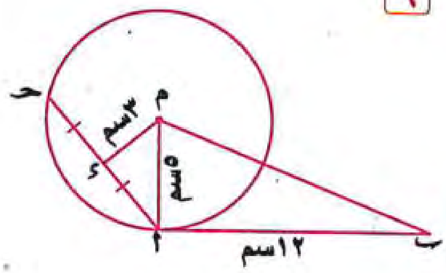
ء ب = ... سم

(الغربية ١٢)

٥


محيط △ أ ب جـ = ... سم

(الإسكندرية ١١)

٦


محيط الشكل أ ب م ء = ... سم

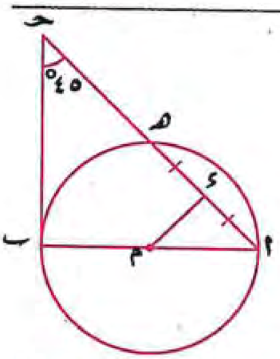
٦ في الشكل المقابل :

دائرة مركزها م

، $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ مماس لها عند ب

، ق(∠ جـ) = ٤٥° ، ء منتصف $\overline{\text{أ هـ}}$

أثبت أن : ء أ = ء م



(أسوان ١١)

٧ في الشكل المقابل :

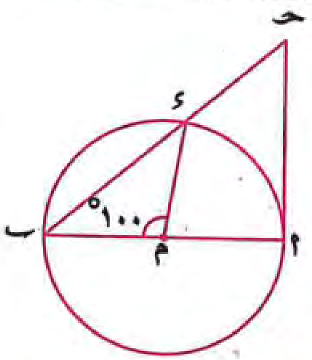
$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ مماس للدائرة عند أ

، ق(∠ ء م ب) = ١٠٠°

أوجد مع البرهان :

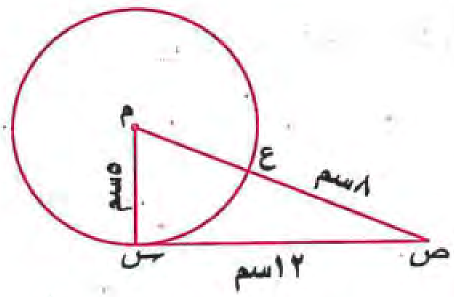
١ ق(∠ أ جـ ب)

٢ ق(∠ جـ ء م)



(المنيا ١١) «٥٠° ، ١٤٠°»

٨ في الشكل المقابل :



م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم

، $\overline{\text{س ص}}$ = ١٢ سم ، $\overline{\text{م ص}}$ ∩ الدائرة م = {ع}

، ع ص = ٨ سم

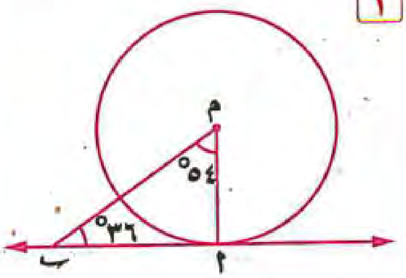
أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة م عند س

(مطروح ١٧ ، ج. سيناء ١٦ ، قنا ١٥ ، البحيرة ١٤)

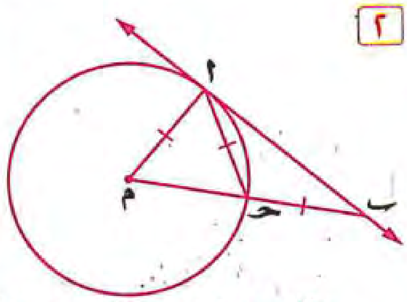
---

٩ في كل من الأشكال الآتية وضح لماذا يكون $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماسًا للدائرة م :

١

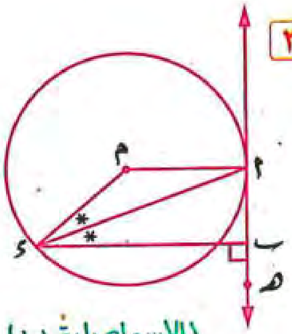


٢



(الإسماعيلية ١٧ ، الغربية ١٦)

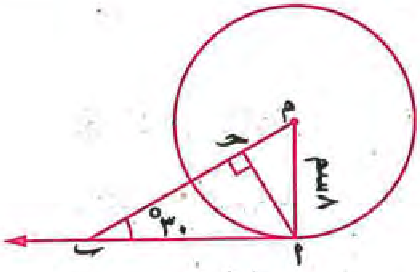
٣



(الإسماعيلية ١١)

---

١٠ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة م عند أ

، م أ = ٨ سم ، ق(∠ أ ب م) = ٣٠°

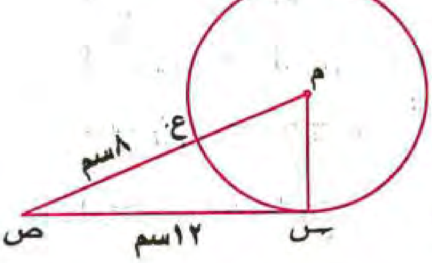
، $\overline{\text{أ ج}} \perp \overline{\text{م ب}}$

أوجد طول كل من : $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ج}}$

(الجيزة ١٩ ، مطروح ١٨ ، الوادى الجديد ١٨ ، المنوفية ١٤) «٨ $\sqrt{3}$ سم ، ٤ $\sqrt{3}$ سم»

---

١١ في الشكل المقابل :



م دائرة ، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة عند س

، $\overline{\text{م ص}}$ ∩ الدائرة م = {ع} ، س ص = ١٢ سم

، ص ع = ٨ سم

أوجد : طول نصف قطر الدائرة م

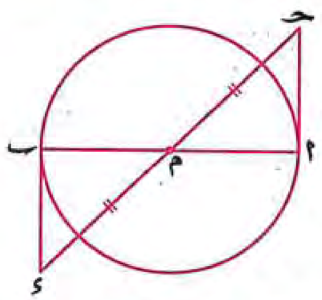
(المنيا ١٣) «٥ سم»

١٢ **فى الشكل المقابل :**

أ ب قطر فى الدائرة م ، أ حـ مماس لها عند أ

، رُسم حـ م وفُرضت عليه نقطة ء بحيث حـ م = م ء

أثبت أن : ب ء مماس للدائرة عند ب



---

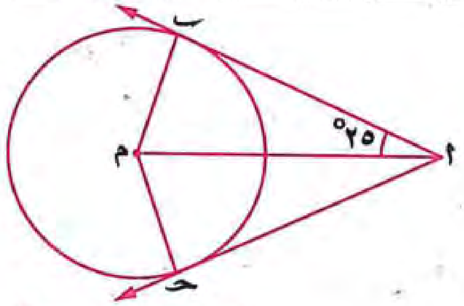
١٣ **فى الشكل المقابل :**

أ ب ، أ حـ مماسان للدائرة م

يمسانها عند ب ، حـ على الترتيب، ق (∠ ب أ م) = ٢٥°

[١] **أثبت أن :** م أ ينصف ∠ ب م حـ

[٢] **أوجد :** ق (∠ ب م حـ)



(بورسعيد ١٧) «١٣٠°»

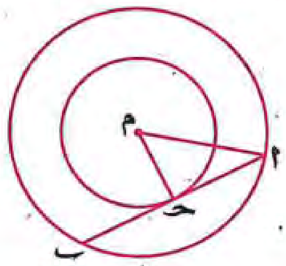
---

١٤ **فى الشكل المقابل :**

أ ب وتر فى الدائرة الكبرى يمس الصغرى فى حـ

، أ ب = ٨ سم وطول نصف قطر الدائرة الكبرى = ٥ سم

أوجد : طول نصف قطر الدائرة الصغرى.



(سوهاج ٠٩) «٣ سم»

---

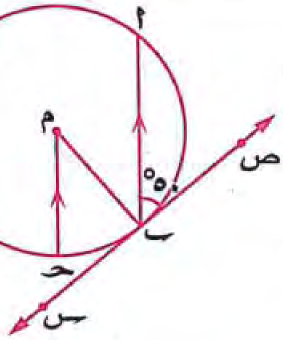
١٥ **فى الشكل المقابل :**

دائرة مركزها م ، الوتر ب أ // م حـ

، ص س مماس للدائرة عند ب

فإذا كان : ق (∠ أ ب ص) = ٥٠°

أوجد : ق (∠ حـ ب س)



«٢٠°»

---

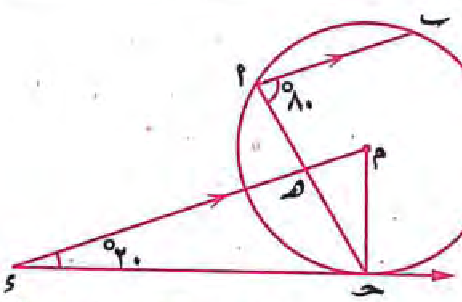
١٦ **فى الشكل المقابل :**

ء حـ يمس الدائرة م عند حـ ، أ ب // م ء

، ق (∠ ب أ حـ) = ٨٠° ، ق (∠ م ء حـ) = ٢٠°

، أ حـ ∩ م ء = {هـ}

أوجد : ق (∠ هـ حـ م)



(بنى سويف ٠٥) «٣٠°»

١٧ في الشكل المقابل :



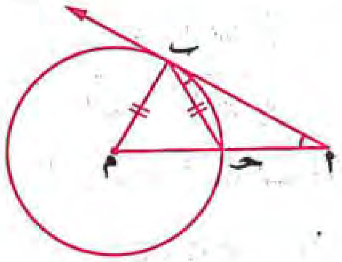
ب حـ مماس للدائرة م عند أ ، م ب ∩ الدائرة م = {س}

، م حـ ∩ الدائرة م = {ص} فإذا كان : ب س = حـ ص

فأثبت أن : ق (∠ ب م أ) = ق (∠ حـ م أ)

---

١٨ في الشكل المقابل :



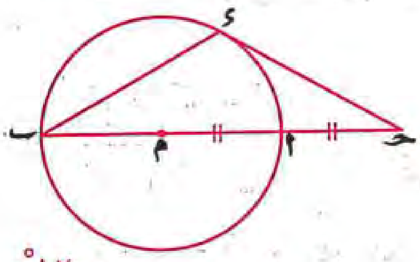
ب حـ وتر في الدائرة م ، أ ∈ م حـ

، ق (∠ أ) = ق (∠ حـ ب أ) ، ب حـ = ب م

أثبت أن : أ ب مماس للدائرة م عند ب

---

١٩ في الشكل المقابل :



أ ب قطر في الدائرة م ، حـ ∈ ب أ

، حـ ء تمس الدائرة عند ء فإذا كان : حـ أ = م أ

أوجد : ق (∠ حـ ء ب)

«١٢٠°»

---

٢٠ أ ب قطر في دائرة مساحة سطحها ٣٦ π سم^2 ، رسم ب حـ مماسًا للدائرة عند ب فإذا كان : ق (∠ أ حـ ب) = ٦٠°

فاحسب مساحة سطح المثلث أ ب حـ

(الدقهلية ١٤) «٢٤ √٣ سم^2»

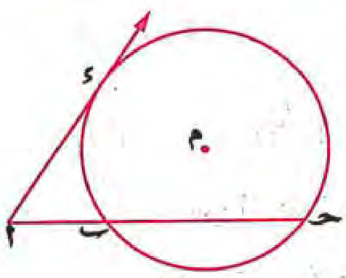
---

٢١ أ ب قطر في الدائرة م ، أ حـ ، ب ء مماسان للدائرة م ، رسم حـ م قطع الدائرة م في س ، ص وقطع ب ء في هـ أثبت أن : حـ س = ص هـ

(البحيرة ١٩)

---

٢٢ في الشكل المقابل :



م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم ، أ نقطة خارج الدائرة

، أ ء مماس للدائرة م عند ء ، أ ب يقطع الدائرة في ب ، حـ

على الترتيب حيث أ ب = ٤ سم ، أ حـ = ١٢ سم

١ أوجد بعد الوتر ب حـ عن مركز الدائرة.

٢ احسب طول أ ء

«٣ سم ، ٤ √٣ سم»

٢٣ **أثبت أن :** النقط أ (٣ ، −١) ، ب (−٤ ، ٦) ، حـ (٢ ، −٢) تقع على دائرة واحدة مركزها م (−١ ، ٢)

ثم أوجد : محيط الدائرة (حيث $\pi \approx ٣,١٤$) (البحيرة ١١) «٣١,٤ وحدة طول»

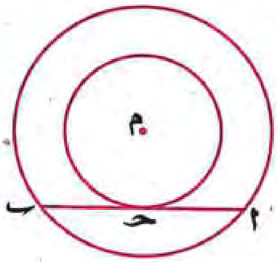
---

٢٤ إذا كان : $\overline{حـ ء}$ قطرًا فى دائرة م حيث م (١ ، ١) ، ء (٣ ، −٢)

أوجد : معادلة المماس للدائرة م عند حـ (الدقهلية ١١) «ص = $\frac{٢}{٣}$ س + $\frac{٢}{٣}$ ٤»

للمتفوقين

١ فى الشكل المقابل :

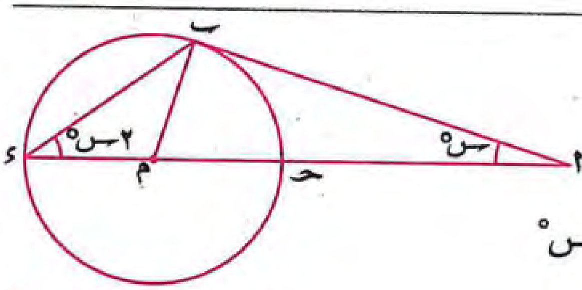


دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{أب}$ وتر فى الدائرة الكبرى ويمس الدائرة الصغرى فى حـ ، فإذا كان : أب = ١٤ سم

أوجد : مساحة الجزء المحصور بين الدائرتين الكبرى والصغرى. (الدقهلية ١٩) «٤٩ π سم^٢»

---

٢ فى الشكل المقابل :



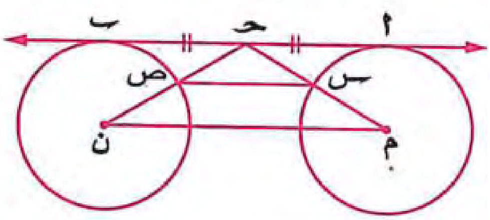
$\overline{أب}$ تمس الدائرة م عند ب ، $\overline{حـ ء}$ قطر فيها

، ق (∠ ب أ م) = س° ، ق (∠ م ء ب) = ٢ س°

أوجد : قيمة س بالدرجات. (الإسماعيلية ٠٦) «١٨°»

---

٣ فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متطابقتان ، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك لهما

، حـ منتصف $\overline{أب}$ ، الدائرة م ∩ $\overline{م حـ}$ = {س}

، الدائرة ن ∩ $\overline{ن حـ}$ = {ص}

أثبت أن :

١ $\overline{أب}$ // $\overline{م ن}$

٢ Δ حـ م ن متساوى الساقين.

٣ $\overline{س ص}$ // $\overline{م ن}$

(القليوبية ٠٤)

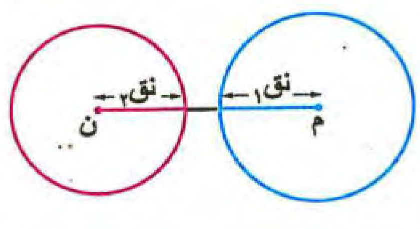


الدرس 3

موضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى

- بفرض دائرتين م ، ن طولا نصفي قطريهما نق$_1$ ، نق$_2$ على الترتيب ، نق$_1$ > نق$_2$ فإن الخط المستقيم المار بالنقطتين م ، ن يُسمى «خط المركزين»
- الدائرتان م ، ن تأخذان أحد الأوضاع الستة الآتية :

إذا كان : م ن > نق$_1$ + نق$_2$

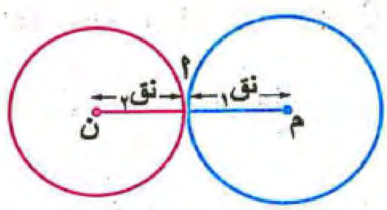


فإن : الدائرتين متباعدتان

لاحظ أن :

- الدائرة م ⋂ الدائرة ن = ∅
- سطح الدائرة م ⋂ سطح الدائرة ن = ∅

إذا كان : م ن = نق$_1$ + نق$_2$

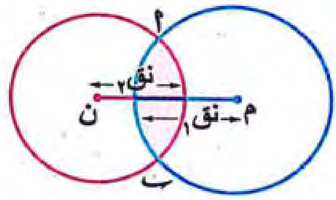


فإن : الدائرتين متماستان من الخارج

لاحظ أن :

- الدائرة م ⋂ الدائرة ن = {أ}
- سطح الدائرة م ⋂ سطح الدائرة ن = {أ}

إذا كان : نق$_1$ − نق$_2$ < م ن < نق$_1$ + نق$_2$



فإن : الدائرتين متقاطعتان

لاحظ أن :

- الدائرة م ⋂ الدائرة ن = {أ ، ب}
- سطح الدائرة م ⋂ سطح الدائرة ن
  = سطح المنطقة المظللة

إذا كان : م ن = نق$_1$ − نق$_2$



فإن : الدائرتين متماستان من الداخل

لاحظ أن :

- الدائرة م ⋂ الدائرة ن = {أ}
- سطح الدائرة م ⋂ سطح الدائرة ن
  = سطح الدائرة ن

إذا كان : م ن < نق$_1$ − نق$_2$



فإن : الدائرتين متداخلتان «الدائرة ن داخل الدائرة م»

إذا كان : م ن = صفر

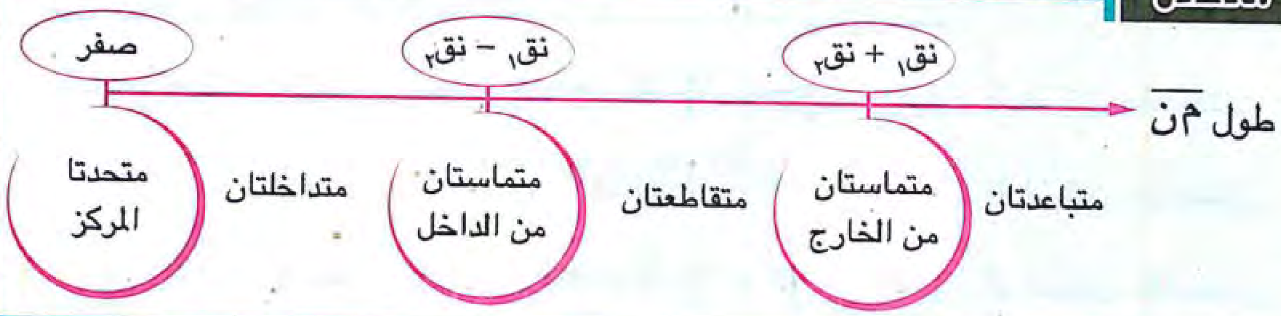


فإن : الدائرتين متحدتا المركز

لاحظ فى الحالتين أن :

- الدائرة م ⋂ الدائرة ن = ∅
- سطح الدائرة م ⋂ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن

ملخص



! ملاحظات من الملخص السابق لاحظ أنه :

1. إذا كانت : م ، ن دائرتين متباعدتين فإن : م ن ∈]$نق_1$ + $نق_2$ ، ∞[
2. إذا كانت : م ، ن دائرتين متقاطعتين فإن : م ن ∈]$نق_1$ − $نق_2$ ، $نق_1$ + $نق_2$[
3. إذا كانت : م ، ن دائرتين متداخلتين فإن : م ن ∈]٠ ، $نق_1$ − $نق_2$[

مثال 1

إذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ٥ سم ، طول نصف قطر الدائرة ن = ٣ سم

فبين وضع كل منهما بالنسبة للأخرى فى كل من الحالات الآتية :

١ م ن = ٢ سم	٢ م ن = ٨ سم	٣ م ن = صفر
٤ م ن = ١٠ سم	٥ م ن = ١ سم	٦ م ن = ٥ سم

الحـل

∵ $نق_1$ = ٥ سم ، $نق_2$ = ٣ سم ∴ $نق_1$ + $نق_2$ = ٨ سم ، $نق_1$ − $نق_2$ = ٢ سم

١ ∵ م ن = ٢ سم ∴ م ن = $نق_1$ − $نق_2$ ∴ الدائرتان متماستان من الداخل.

٢ ∵ م ن = ٨ سم ∴ م ن = $نق_1$ + $نق_2$ ∴ الدائرتان متماستان من الخارج.

٣ ∵ م ن = صفر ∴ الدائرتان متحدتا المركز.

٤ ∵ م ن = ١٠ سم ∴ م ن > $نق_1$ + $نق_2$ ∴ الدائرتان متباعدتان.

٥ ∵ م ن = ١ سم ∴ م ن < $نق_1$ − $نق_2$ ∴ الدائرتان متداخلتان.

٦ ∵ م ن = ٥ سم ∴ $نق_1$ − $نق_2$ < م ن < $نق_1$ + $نق_2$ ∴ الدائرتان متقاطعتان.

من المثال السابق لاحظ أنه :

1. عندما م ن = ١٠ سم أى أن : م ن ∈]٨ ، ∞[فإن : الدائرتين متباعدتان
2. عندما م ن = ١ سم أى أن : م ن ∈]٠ ، ٢[فإن : الدائرتين متداخلتان
3. عندما م ن = ٥ سم أى أن : م ن ∈]٢ ، ٨[فإن : الدائرتين متقاطعتان

حاول بنفسك ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٧ سم ، ٣ سم
فإن : م ن = ………… سم. (الشرقية ٢٣ ، دمياط ٢١)

(أ) ٤ (ب) ١٢ (جـ) ٦ (د) ١٠

٢ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٧ سم ، ١٠ سم
فإن : م ن = ………… سم. (الإسماعيلية ٢١)

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٧ (د) ١٧

٣ إذا كان م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٧ سم وكان م ن = ١٢ سم
فإن الدائرتين ………… (القليوبية ٢٣)

(أ) متباعدتان. (ب) متماستان من الخارج.
(جـ) متماستان من الداخل. (د) متحدتى المركز.

٤ م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٣ سم ، إذا كان : م ن = ٦ سم
فإن الدائرتين تكونان ………… (دمياط ٢٢)

(أ) متباعدتين. (ب) متماستين من الخارج.
(جـ) متقاطعتين. (د) متداخلتين.

٥ دائرتان م ، ن متماستان من الداخل ، طول نصف قطر الدائرة ن = ٣ سم
، م ن = ٥ سم فإن طول نصف قطر الدائرة م = ………… سم. (الأقصر ٢٢)

(أ) ٢ (ب) ٨ (جـ) ٥ (د) ٩

٦ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج ، طول نصف قطر أحدهما ٥ سم
، م ن = ٩ سم فإن طول نصف قطر الأخرى = ………… سم. (مطروح ٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٤

٧ م ، ن دائرتان متقاطعتان فى نقطتين طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٥ سم
فإن : م ن ∈ ………… (كفر الشيخ ٢١)

(أ)]٨ ، ∞[(ب)]٢ ، ∞[(جـ)]٠ ، ٢[(د)]٢ ، ٨[

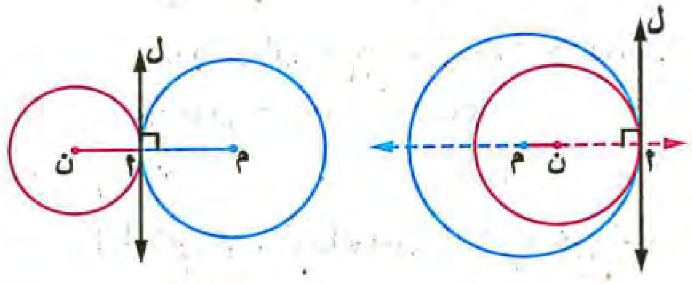
٨ دائرتان طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٧ سم تكونان متماستين إذا كان البعد بين
مركزيهما ∈ ………… (الإسماعيلية ٢٣)

(أ)]٤ ، ١٠[(ب)]١٠ ، ∞[(جـ)]صفر ، ٤[(د) {٤ ، ١٠}

نتيجـــة ١

خط المركزين لدائرتين متماستين يمر بنقطة التماس ، ويكون عموديًا على المماس المشترك عند هذه النقطة.

ففى الشكلين المقابلين :



إذا كانت الدائرتان م ، ن

متماستين عند نقطة أ «نقطة التماس»

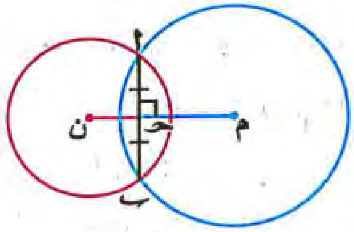
، المستقيم ل مماسًا مشتركًا لهما عند أ

فإن : أ ∈ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ⊥ المستقيم ل

نتيجـــة ٢

خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًا على الوتر المشترك وينصفه.

ففى الشكل المقابل :



إذا كانت الدائرتان م ، ن متقاطعتين فى أ ، ب

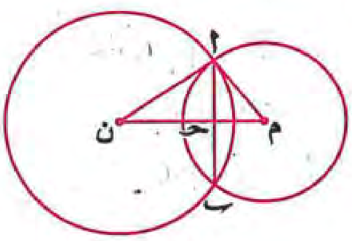
فإن : $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ينصف $\overline{\text{أ ب}}$

أى أن : أ حـ = ب حـ

وهذا يعنى أن : $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ محور تماثل $\overline{\text{أ ب}}$

مثـال ٢

فى الشكل المقابل :



دائرتان م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب ، $\overline{\text{أ ب}}$ ∩ $\overline{\text{م ن}}$ = {حـ}

، فإذا كان : م أ = ٦ سم ، ن أ = ٨ سم ، م ن = ١٠ سم

فأوجد : طول $\overline{\text{أ ب}}$

الحـــل

المعطيات | دائرتان م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب ، م أ = ٦ سم ، ن أ = ٨ سم ، م ن = ١٠ سم

المطلـوب | إيجاد : طول $\overline{\text{أ ب}}$

البرهـان | فى Δ أ م ن :

∵ (م أ)^{٢} = ٣٦ ، (ن أ)^{٢} = ٦٤ ، (م ن)^{٢} = ١٠٠

∴ (م ن)^{٢} = (م أ)^{٢} + (ن أ)^{٢}

∴ ق (∠ م أ ن) = ٩٠° (عكس فيثاغورس)

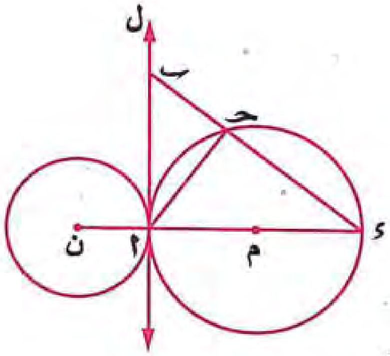
، ∵ الوتر المشترك $\overline{\text{أ ب}}$ يقطع $\overline{\text{م ن}}$ فى نقطة حـ

∴ $\overline{\text{أ ب}} \perp \overline{\text{م ن}}$ ∴ أ حـ = $\frac{\text{أ م} \times \text{أ ن}}{\text{م ن}}$ = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ينصف $\overline{\text{أ ب}}$

∴ أ ب = ٢ أ حـ = ٢ × ٤,٨ = ٩,٦ سم (وهو المطلوب)

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متماستان من الخارج فى نقطة أ

، المستقيم ل مماس مشترك لهما عند أ

، $\overline{\text{أ ى}}$ قطر فى الدائرة م ، ب ∈ ل بحيث أ ب = م ن = ٦ سم

، رُسمت $\overline{\text{ب ى}}$ فقطعت الدائرة م فى حـ بحيث ب حـ = ٣,٦ سم

١ أثبت أن : ق (∠ أ حـ ى) = ٩٠° ٢ أوجد : طول $\overline{\text{أ ن}}$

الحـــل

المعطيات م ، ن دائرتان متماستان من الخارج فى نقطة أ

، المستقيم ل مماس مشترك لهما عند أ

، أ ب = م ن = ٦ سم ، ب حـ = ٣,٦ سم

المطلـوب ١ إثبات أن : ق (∠ أ حـ ى) = ٩٠° ٢ إيجاد : طول $\overline{\text{أ ن}}$

العمـــل نرسم $\overline{\text{م ح}}$

البرهـــان ∵ ح م = ء م = م أ = نق

∴ Δ أ ح ء فيه : ح م = $\frac{1}{2}$ أ ء

، ∵ م منتصف $\overline{\text{أ ء}}$

∴ $\overline{\text{ح م}}$ متوسط فى Δ أ ح ء

∴ ق (∠ أ ح ء) = ٩٠°

، ∵ الدائرتين م ، ن متماستان من الخارج فى أ

، المستقيم ل مماس مشترك لهما عند أ ∴ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ⊥ ل

∴ Δ أ ب ء فيه : ق (∠ ء أ ب) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ ح}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ء}}$

∴ $(\text{أ ب})^2$ = ب ح × ب ء (إقليدس)

∴ ٣٦ = ٣,٦ × ب ء ∴ ب ء = $\frac{٣٦}{٣,٦}$ = ١٠ سم

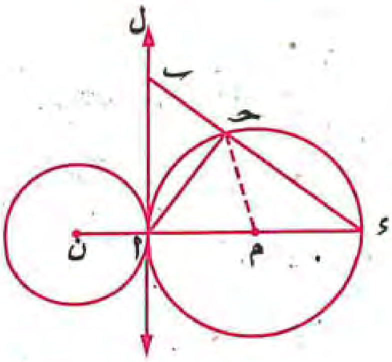
، ∵ $(\text{أ ء})^2 = (\text{ب ء})^2 - (\text{أ ب})^2$ (فيثاغورس)

∴ $(\text{أ ء})^2$ = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤ ∴ أ ء = ٨ سم

∴ م أ = $\frac{٨}{٢}$ = ٤ سم

، ∵ م ن = م أ + أ ن ، ∵ م ن = ٦ سم

∴ أ ن = م ن - م أ = ٦ - ٤ = ٢ سم



(المطلوب أولاً)

(المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك ٢

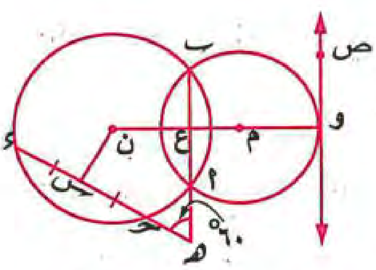
فى الشكل المقابل :

دائرتان م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب

، س منتصف الوتر $\overline{\text{ح ء}}$

، $\overleftarrow{\text{ء ح}} \cap \overleftarrow{\text{ب أ}}$ = {هـ} حيث ق (∠ هـ) = ٦٠°

، $\overleftrightarrow{\text{ص و}}$ يمس الدائرة م عند و حيث $\overleftarrow{\text{ن م}} \cap \overleftrightarrow{\text{ص و}}$ = {و}



[١] أوجد : ق (∠ ع ن س) [٢] أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{ص و}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

على موضع دائرة بالنسبة لـدائـرة أخـرى

اختبـــار تفاعلى

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان سطح الدائرة م $\cap$ سطح الدائرة ن = {أ}

فإن الدائرتين تكونان .... (القليوبية ٢١)

(أ) متماستين من الداخل. (ب) متماستين من الخارج.

(جـ) متقاطعتين. (د) متحدتى المركز.

٢ إذا كانت الدائرة م $\cap$ الدائرة ن = {أ ، ب}

فإن الدائرتين م ، ن .... (السويس ٢٢)

(أ) متباعدتان. (ب) متحدتا المركز.

(جـ) متماستان من الخارج. (د) متقاطعتان.

٣ إذا كان سطح الدائرة م $\cap$ سطح الدائرة ن = $\varnothing$ فإن الدائرتين م ، ن ....

(أ) متماستان من الداخل. (ب) متباعدتان.

(جـ) متقاطعتان. (د) متماستان من الخارج.

٤ إذا كان م ، ن مركزى دائرتين طولا نصفى قطريهما نق$_1$ ، نق$_2$

حيث : م ن > نق$_1$ + نق$_2$ فإن الدائرتين ....

(أ) متماستان من الخارج. (ب) متماستان من الداخل.

(جـ) متباعدتان. (د) متقاطعتان.

٥ إذا كان مجموع طولى نصفى قطرين لدائرتين يساوى البعد بين مركزيهما

فإن الدائرتين تكونان ....

(أ) متباعدتين. (ب) متماستين من الداخل.

(جـ) متماستين من الخارج. (د) متحدتى المركز.

٦ محور التماثل للوتر المشترك $\overline{\text{أب}}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو .... (بنى سويف ١٩)

(أ) $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ (ب) $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ (جـ) $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ (د) $\overleftrightarrow{\text{ن أ}}$

٧ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًا على .... وينصفه. (الجيزة ١٨)

(أ) القطر. (ب) الوتر. (جـ) الوتر المشترك. (د) المماس.

٨ خط المركزين لدائرتين متماستين يكون عموديًا على ....

(أ) الوتر المشترك. (ب) المماس المشترك.

(جـ) القطر. (د) نصف القطر.

٩ دائرتان م ، ن متماستان من الداخل وطولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٥ سم

فإن : م ن = ... سم (بنى سويف ١٧ ، الغربية ١٥)

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٢

١٠ دائرتان م ، ن متماستان من الخارج وطولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٩ سم

فإن : م ن = ... سم (الإسكندرية ٢٣ ، بورسعيد ٢٣ ، ج. سيناء ٢١)

(أ) ١٤ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٩

١١ م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ٩ سم ، ٤ سم فإذا كان م ن = ٥ سم

فإن الدائرتين تكونان .... (ش. سيناء ٢١ ، الدقهلية ١٧ ، الغربية ١٤)

(أ) متماستين من الخارج. (ب) متماستين من الداخل.

(جـ) متقاطعتين. (د) متباعدتين.

١٢ دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٨ سم ، ٣ سم فإذا كان م ن = ١١ سم

فإن الدائرتين م ، ن تكونان .... (المنيا ١٣)

(أ) متباعدتين. (ب) متحدتى المركز.

(جـ) متقاطعتين. (د) متماستين من الخارج.

١٣ دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٤ سم ، ٣ سم فإذا كان م ن = ٩ سم

فإن الدائرتين .... (بورسعيد ٠٩)

(أ) متباعدتان. (ب) متقاطعتان. (جـ) متماستان. (د) متداخلتان.

١٤ إذا كان طولا نصفى قطرى الدائرتين م ، ن هما ٦ سم ، ٣ سم ، وكان م ن = ٢ سم

فإن : م ، ن .... (الدقهلية ١٨)

(أ) متقاطعتان. (ب) متداخلتان.

(جـ) متماستان من الخارج. (د) متباعدتان.

١٥ إذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ٣ سم وطول نصف قطر الدائرة ن = ٥ سم

، م ن = ٦ سم فإن الدائرتين م ، ن .... (الغربية ٠٨)

(أ) متباعدتان. (ب) متداخلتان.

(جـ) متقاطعتان. (د) متماستان من الخارج.

١٦ م ، ن دائرتان متقاطعتان ، نق$_1$ = ٣ سم ، نق$_2$ = ٥ سم على الترتيب
فإن : م ن ∈ .... (الوادى الجديد ٢٣ ، الإسكندرية ١٦ ، القاهرة ١٦ ، السويس ١١)
(أ)]٠ ، ٢[(ب)]٢ ، ٨[(جـ)]٨ ، ∞[(د)]٢ ، ∞[

١٧ دائرتان طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٨ سم تكونان متماستين إذا كان البعد بين
مركزيهما ∈ .... (الدقهلية ١٦)
(أ)]١٣ ، ٣[(ب)]٣ ، ١٣[(جـ) ع -]٣ ، ١٣[(د) {١٣ ، ٣}

١٨ إذا كان طول نصف قطر الدائرة م = طول نصف قطر الدائرة ن = م ن
فإن الدائرتين .... (الإسكندرية ٠٥)
(أ) متداخلتان. (ب) متماستان من الخارج.
(جـ) متباعدتان. (د) متقاطعتان.

١٩ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر إحداهما ٣ سم ،
م ن = ٨ سم ، فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى يساوى .... سم
(أ) ١٢ (ب) ١١ (جـ) ٦ (د) ٥ (الجيزة ١٧)

٢٠ م ، ن دائرتان متماستان حيث م ن = ٦ سم ، وطول نصف قطر الدائرة الكبرى
١٠ سم فيكون طول نصف قطر الدائرة الصغرى = ... سم (الشرقية ٠٥)
(أ) ١٦ (ب) ١٢ (جـ) ٨ (د) ٤

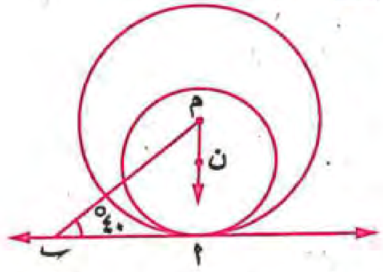
٢١ م ، ن ، ل ثلاث دوائر متماسة من الخارج مثنى مثنى أطوال أنصاف أقطارها على
الترتيب ٥ سم ، ٦ سم ، ٤ سم فإن : محيط Δ م ن ل = ... سم (المنوفية ١١)
(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤ (د) ٦٠

٢٢ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج ، نصف قطر الدائرة م = ٤ سم
فإذا كان م ن = ٧ سم فإن محيط الدائرة ن = ... سم (المنوفية ١٦)
(أ) ٤ π (ب) ٦ π (جـ) ٧ π (د) π

٢٣ دائرة م طول نصف قطرها ٤ سم تمس دائرة ن من الداخل ، م ن = ٧ سم
فإن محيط الدائرة م : محيط الدائرة ن = ... (الدقهلية ٠٩)
(أ) ٤ : ٧ (ب) ٣ : ٤ (جـ) ٤ : ٣ (د) ٤ : ١١

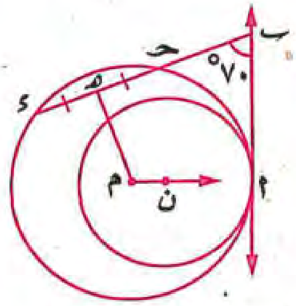
٢ في كل من الأشكال الآتية الدوائر متماسة مَثْنَى مَثْنَى ، باستخدام معلومات كل شكل أكمل :

١



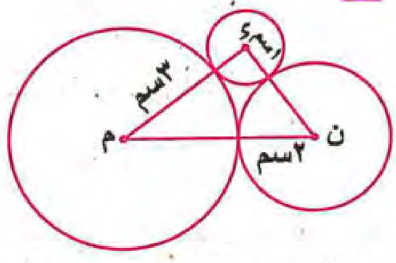
ق (∠ب م ن) = ... °

٢



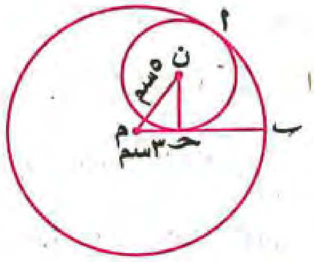
ق (∠هـ م ن) = ... °

٣



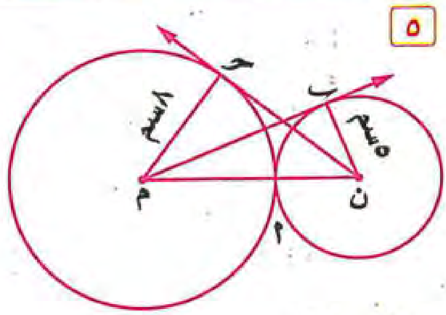
ق (∠م ء ن) = ... °

٤



ب حـ = ... سم

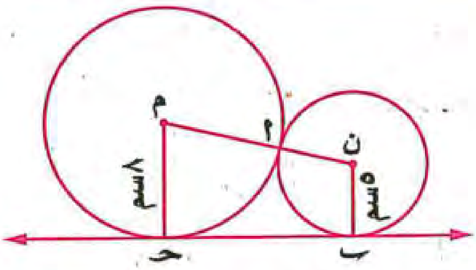
٥



م ب = ... سم

، ن حـ = ... سم

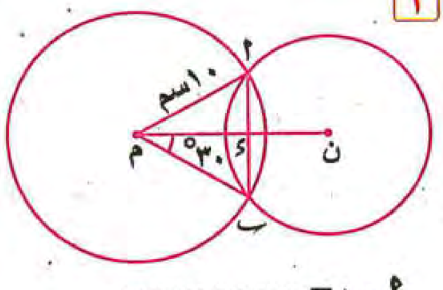
٦



ب حـ = ... سم

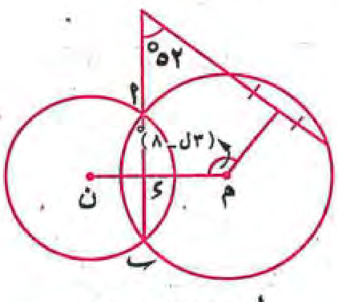
٣ في كل من الشكلين الآتيين م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب أكمل :

١



أ ب = ... سم

٢



ل = ...

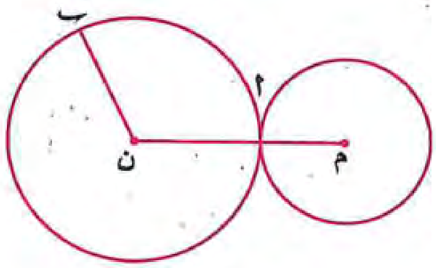
٤ **فى الشكل المقابل :**

دائرتان م ، ن متماستان فى أ

البعد بين مركزيهما م ن = ١٢ سم

فإذا كان : ن ب = ٧ سم

أوجد : طول $\overline{\text{م أ}}$



(كفر الشيخ ٠٦) «٥ سم»

٥ **فى الشكل المقابل :**

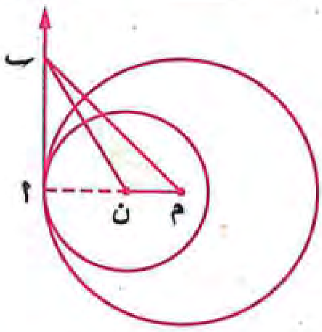
م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ١٠ سم ، ٦ سم

على الترتيب ومتماستان من الداخل فى أ

، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس مشترك لهما عند أ

، إذا كانت مساحة المثلث ب م ن = ٢٤ سم^2

أوجد : طول $\overline{\text{أ ب}}$



(القليوبية ١٨ ، الأقصر ١٦ ، بورسعيد ١٤) «١٢ سم»

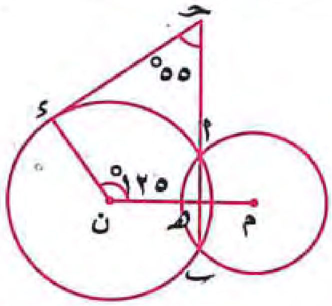
٦ **فى الشكل المقابل :**

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، حـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ، ء ∈ الدائرة ن

، ق (∠ م ن ء) = ١٢٥° ، ق (∠ ب حـ ء) = ٥٥°

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماس للدائرة ن عند ء (الجيزة ٢٣ ، البحر الأحمر ١٩ ، كفر الشيخ ١٧ ، سوهاج ١٤ ، سوهاج ١٥)



٧ **فى الشكل المقابل :**

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

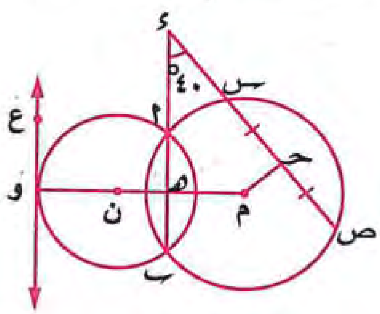
، حـ منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ، ق (∠ ء) = ٤٠°

، $\overleftrightarrow{\text{و ع}}$ مماس للدائرة ن فى و

حيث $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{و ع}}$ = {و}

١ **أوجد :** ق (∠ حـ م هـ)

٢ **أثبت أن :** $\overleftrightarrow{\text{و ع}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$



«١٤٠°»

(الفيوم ١١)

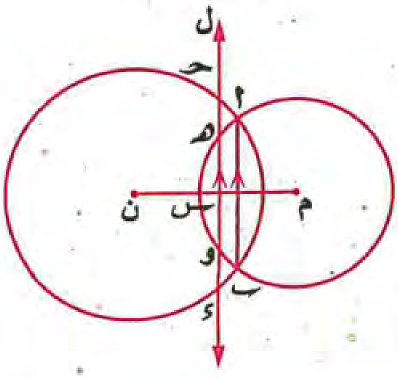
٨ في الشكل المقابل :

أب الوتر المشترك للدائرتين المتقاطعتين م ، ن

، المستقيم ل // أب

ويقطع الدائرة م في هـ ، و ، ويقطع الدائرة ن في حـ ، ء

أثبت أن : حـ هـ = و ء



---

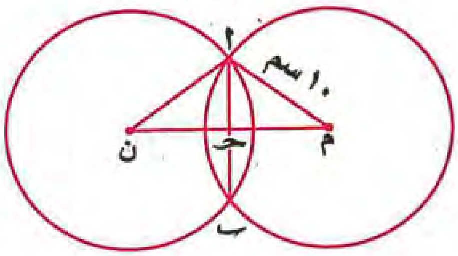
٩ في الشكل المقابل :

دائرتان م ، ن متطابقتان ومتقاطعتان في أ ، ب

فإذا كان : م أ = ١٠ سم

، أ ب = ١٢ سم

فأوجد بالبرهان : طول م ن



(المنيا ١٧) «١٦ سم»

---

١٠ دائرتان م ، ن متقاطعتان في أ ، ب ، م أ = ٩ سم ، أ ن = ١٢ سم ، م ن = ١٥ سم

أوجد : طول أ ب

(بورسعيد ١١) «١٤,٤ سم»

---

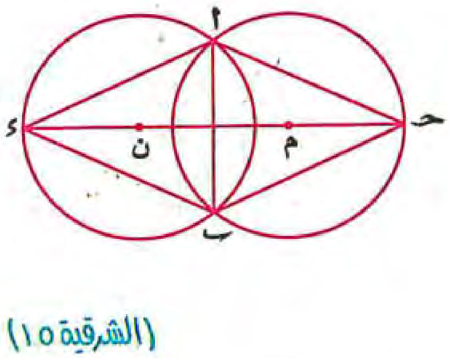
١١ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

حيث نقطة حـ تقع على الدائرة م

، نقطة ء تقع على الدائرة ن ، حـ ∈ م ن ، ء ∈ م ن

أثبت أن : ق (∠ حـ أ ء) = ق (∠ حـ ب ء)



(الشرقية ١٥)

---

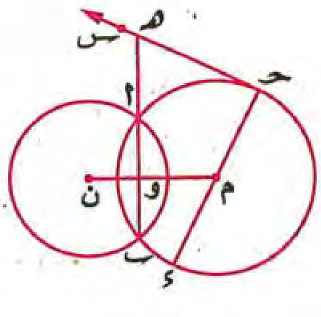
١٢ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، حـ ء قطر في الدائرة م

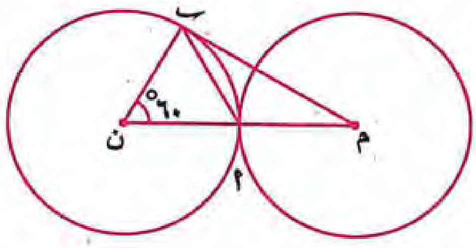
، حـ س مماس للدائرة م عند حـ ، حـ س ∩ ب أ = {هـ}

، م ن ∩ أ ب = {و}

أثبت أن : ق (∠ ء م ن) = ق (∠ حـ هـ ب)



١٣ **فى الشكل المقابل :**



دائرتان م ، ن متطابقتان ومتماستان من الخارج فى أ

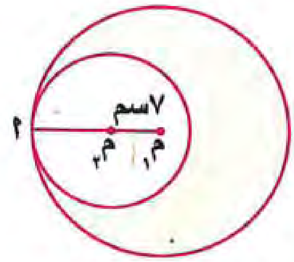
، رُسم فى الدائرة ن نصف القطر $\overline{\text{ن ب}}$

بحيث ق (∠ أ ن ب) = ٦٠°

أثبت أن : $\overline{\text{م ب}}$ تمس الدائرة ن عند ب

---

١٤ **فى الشكل المقابل :**



دائرتان متماستان من الداخل عند أ

، مساحة المنطقة المظللة = ٥٥٠ سم²

، م١ م٢ = ٧ سم

أوجد : مجموع طولى نصفى قطريهما. $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$ «٢٥ سم»

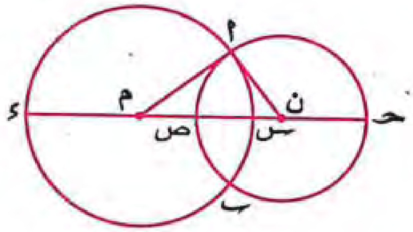
---

١٥ إذا كان : $\overline{\text{أ ب}}$ = ٣ سم ، ورسمت دائرة مركزها النقطة أ وتمر بالنقطة ب ودائرة أخرى مركزها النقطة ب وتمر بالنقطة أ فإذا تقاطعت الدائرتان فى حـ ، ء

فأوجد : [١] ق (∠ أ حـ ب) [٢] طول الوتر المشترك $\overline{\text{حـ ء}}$ «٦٠° ، ٣ $\sqrt{3}$ سم»

---

١٦ **فى الشكل المقابل :**



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب طولا نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم على الترتيب ، س ص = ٤ سم

ادرس الشكل ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

[١] **أكمل :** ص م = ... سم ، حـ س = ... سم ، حـ ء = ... سم

[٢] هل محيط المثلث أ ن م = طول $\overline{\text{حـ ء}}$ ؟ فسر إجابتك.

[٣] ما قياس زاوية ن أ م ؟

[٤] أوجد مساحة المثلث ن أ م

[٥] ما طول الوتر المشترك $\overline{\text{أ ب}}$ ؟

١٧ فى مستوى إحداثى متعامد رُسمت دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٦ وحدة طول ، ٤ وحدة طول على الترتيب. بيِّن وضع كل منهما بالنسبة للأخرى فى كل من الحالتين الآتيتين :

[١] م (−٤ ، ٨) ، ن (٥ ، −٤) [٢] م (٢ ، ١) ، ن (٦ ، −٢)

---

١٨ فى مستوى إحداثى متعامد إذا كانت الدائرتان م ، ن متقاطعتين فى أ ، ب حيث أ (٠ ، ٣) ، ب (−٤ ، −١) فأوجد : معادلة $\overleftrightarrow{مَن}$ «ص = − س − ١»

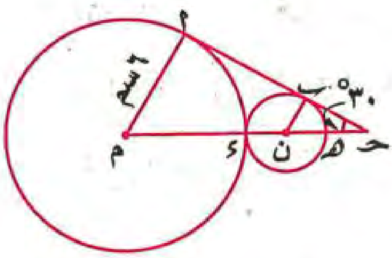
---

١٩ إذا كانت : م (٣ ، ٥) ، ن (−٣ ، −٧) مركزى دائرتين طولا نصفى قطريهما ٤ $\sqrt{5}$ وحدة طول ، ٢ $\sqrt{5}$ وحدة طول على الترتيب ، أ (−١ ، −٣)

أثبت أن : الدائرتين م ، ن متماستان عند أ مبينًا نوع التماس. (حلوان ٠٩)

للمتفوقين

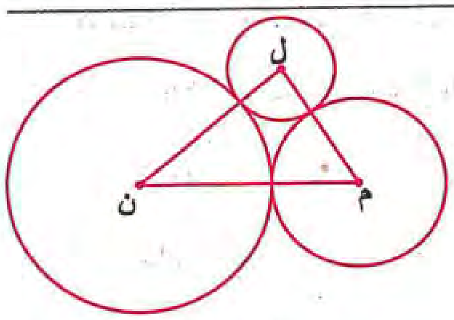
١ فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متماستان من الخارج فى ء ، إذا مُد المماس المشترك للدائرتين ليتلاقى مع امتداد خط المركزين عند حـ وكان ق (∠ حـ) = ٣٠° فإذا كان طول نصف قطر الدائرة م يساوى ٦ سم أوجد : طول نصف قطر الدائرة ن «٢ سم»

---

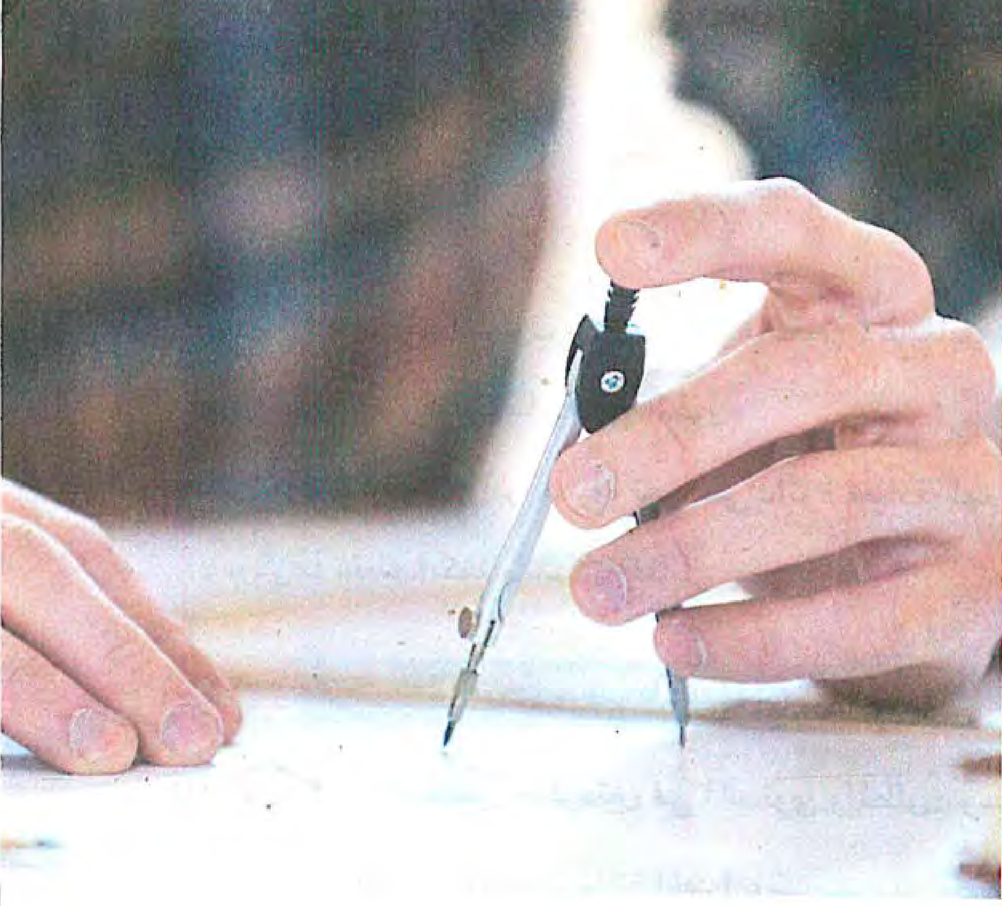
٢ فى الشكل المقابل :



ثلاث دوائر مراكزها م ، ن ، ل متماسة مَثْنَى مَثْنَى

فإذا كان : ل م = ٥ سم ، م ن = ٨ سم ، ل ن = ٧ سم

احسب : طول نصف قطر كل منها. «٢ سم ، ٣ سم ، ٥ سم»



الدرس 4

تعيين الــدائــرة

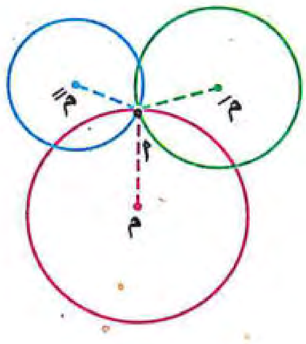
الدائرة تتعين إذا عُلم :

(١) مركزها. (٢) طول نصف قطرها.

وفيما يلى سوف ندرس إمكانية تعيين (رسم) دائرة تحت شروط خاصة.

أولًا رسم دائرة تمر بنقطة معلومة

إذا كانت ٢ نقطة معلومة فى المستوى والمطلوب رسم دائرة تمر بالنقطة ٢ :



• نفرض أى نقطة أخرى فى المستوى ولتكن م

ثم نركز فيها بسن الفرجار ونرسم دائرة مركزها م

وطول نصف قطرها = م ٢ فتمر هذه الدائرة بالنقطة ٢

• وبالمثل : يمكن أن نرسم دائرة مركزها مَ وطول نصف قطرها

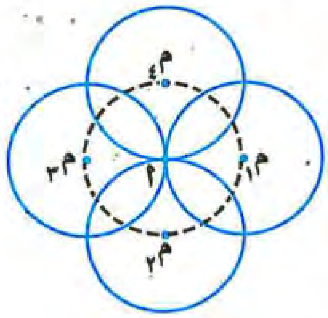
= مَ ٢ فتمر بالنقطة ٢

أو نرسم دائرة مركزها مً وطول نصف قطرها = مً ٢ فتمر بالنقطة ٢ وهكذا ...

أى أنه :

يمكن رسم عدد لا نهائى من الدوائر تمر بنقطة معلومة.

• لاحظ أنه :



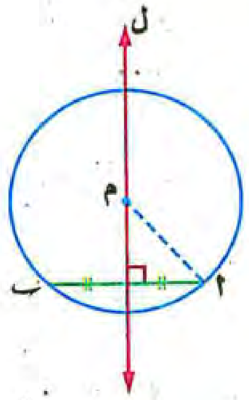
إذا كانت الدوائر المطلوب رسمها لتمر بالنقطة أ متطابقة «أنصاف أقطارها متساوية فى الطول»

فإن مراكز هذه الدوائر جميعًا تقع على دائرة مطابقة لهم ومركزها نقطة أ كما بالشكل المقابل.

ثانيًا رسم دائرة تمر بنقطتين معلومتين

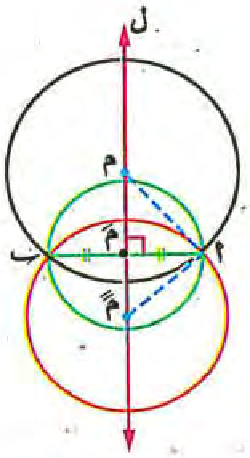
إذا كانت أ ، ب نقطتين معلومتين فى المستوى والمطلوب رسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب :

• نعلم أن مركز أى دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يجب أن يكون على بعدين متساويين من أ ، ب



∴ مركز أى دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يجب أن يقع على محور $\overline{أب}$ وهو المستقيم العمودى على $\overline{أب}$ من منتصفها ، لذلك نرسم المستقيم ل محور $\overline{أب}$

• نأخذ على المستقيم ل أى نقطة مثل م ثم نرسم الدائرة التى مركزها م وطول نصف قطرها = م أ (أو م ب) فتمر بالنقطتين أ ، ب



• وبالمثل : يمكن أن نرسم دائرة مركزها مَ وطول نصف قطرها = مَ أ فتمر بالنقطتين أ ، ب

أو نرسم دائرة مركزها مً وطول نصف قطرها = مً أ فتمر بالنقطتين أ ، ب

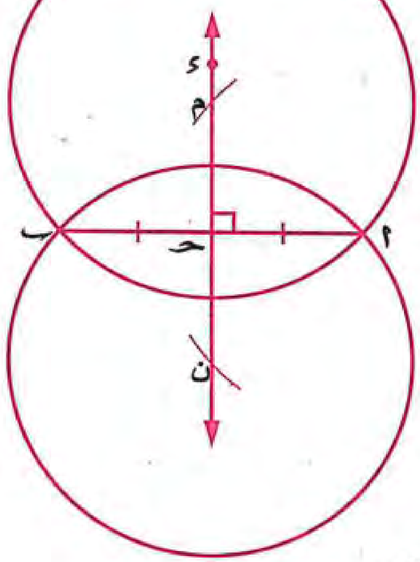
أى أنه :

يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بالنقطتين أ ، ب ومراكز هذه الدوائر تقع جميعها على محور $\overline{أب}$

مثال ١

باستخدام الأدوات الهندسية ، ارسم $\overline{أب}$ طولها ٣ سم ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب ، وطول نصف قطرها ٢ سم ، كم عدد الحلول الممكنة ؟

الحل



- نرسم $\overline{أب}$ بحيث أ ب = ٣ سم
- ونرسم $\overleftrightarrow{حـ ء} \perp \overline{أب}$ من منتصفها حـ فيكون $\overleftrightarrow{حـ ء}$ محور $\overline{أب}$
- نفتح الفرجار فتحة طولها ٢ سم ونركز فى أ (أو ب) ونرسم قوسين يقطعان $\overleftrightarrow{حـ ء}$ فى م ، ن
- بنفس الفتحة السابقة نركز فى م ونرسم دائرة ثم نركز فى ن ونرسم دائرة فتكون الدائرتان م ، ن هما دائرتان طول نصف قطر كل منهما ٢ سم وتمران بالنقطتين أ ، ب

ملاحظات

- **إذا كانت : $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة والمطلوب رسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب فإن :**

① إذا كان : نق > $\frac{١}{٢}$ أ ب فإنه يمكن رسم دائرتين (كما فى المثال السابق)

② إذا كان : نق = $\frac{١}{٢}$ أ ب فإنه يمكن رسم دائرة واحدة ، وهى أصغر دائرة يمكن رسمها لتمر بالنقطتين أ ، ب وتكون $\overline{أب}$ قطرًا فيها ومركزها هو منتصف $\overline{أب}$

③ إذا كان : نق < $\frac{١}{٢}$ أ ب فإنه لا يمكن رسم دائرة.

- **لا يمكن أن تتقاطع دائرتان فى أكثر من نقطتين.**

حاول بنفسك ١

باستخدام الأدوات الهندسية ارسم $\overline{س ص}$ حيث س ص = ٤ سم ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين س ، ص وطول نصف قطرها ٢ سم ، كم عدد الحلول الممكنة ؟

ثالثًا رسم دائرة تمر بثلاث نقط معلومة

إذا كانت أ ، ب ، ح ثلاث نقط فى المستوى والمطلوب رسم دائرة تمر بالنقط الثلاث أ ، ب ، ح :

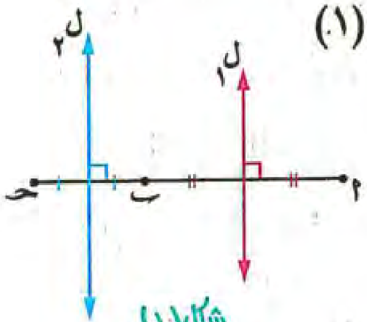
- نعلم أنه لكى تمر الدائرة بالنقطتين أ ، ب يجب أن يقع مركزها على محور $\overline{أب}$ وليكن $ل_1$ ،

ولكى تمر الدائرة بالنقطتين ب ، ح يجب أن يقع مركزها على محور $\overline{ب ح}$ وليكن $ل_2$

∴ الدائرة التى تمر بالنقط الثلاث أ ، ب ، ح يقع مركزها على كل من المستقيمين $ل_1$ ، $ل_2$

ونفرق هنا بين حالتين :

١ إذا كانت النقط أ ، ب ، ح على استقامة واحدة كما فى شكل (١)



شكل (١)

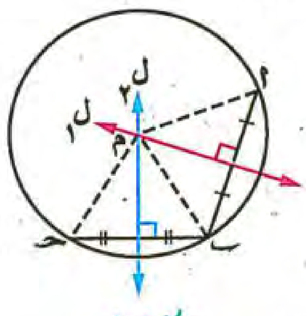
فإن المستقيمين $ل_1$ ، $ل_2$ يكونان متوازيين ولا يتقاطعان.

وفى هذه الحالة لا يمكن رسم دائرة تمر بالنقط الثلاث أ ، ب ، ح

أى أنه :

لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقط تنتمى لمستقيم واحد.

٢ إذا كانت النقط أ ، ب ، ح ليست على استقامة واحدة كما فى شكل (٢)



شكل (٢)

فإن $ل_1$ ، $ل_2$ يتقاطعان فى نقطة واحدة مثل م

وتكون هى مركز الدائرة التى تمر بالنقط الثلاث أ ، ب ، ح

ويكون طول نصف قطر هذه الدائرة = م أ = م ب = م ح

أى أن :

أى ثلاث نقط لا تنتمى لمستقيم واحد تمر بها دائرة وحيدة.

لاحظ أنه :

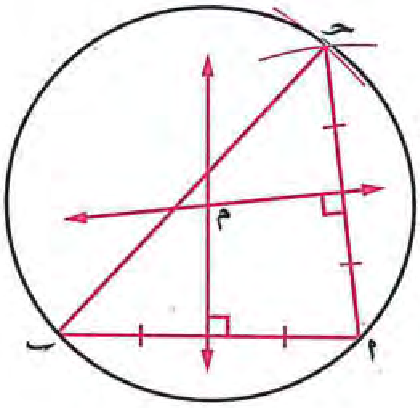
توجد دائرة وحيدة تمر بثلاث نقط أ ، ب ، ح ليست على استقامة واحدة ومركز هذه الدائرة هو نقطة تقاطع أى محورين من محاور القطع المستقيمة $\overline{أب}$ ، $\overline{ب ح}$ ، $\overline{أ ح}$

مثال ٢

باستخدام الأدوات الهندسية ارسم Δ ٩ب حـ الذى فيه : ٩ب = ٩حـ = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم

ثم ارسم الدائرة المارة بالنقط ٩ ، ب ، حـ

الحـل



- نرسم $\overline{٩ب}$ طولها ٣ سم
- نفتح الفرجار فتحة طولها ٣ سم ونركز فى ٩ ونرسم قوسًا ، ثم نفتح الفرجار فتحة طولها ٤ سم ونركز فى ب ونرسم قوسًا ليقطع القوس السابق فى حـ ثم نرسم $\overline{٩حـ}$ ، $\overline{ب حـ}$
- نرسم محورى $\overline{٩ب}$ ، $\overline{٩حـ}$ فيتقاطعا فى نقطة م
- نركز بسن الفرجار فى م وبفتحة طولها ٩ م (أو ب م أو حـ م) نرسم الدائرة المطلوبة.

حاول بنفسك ٢

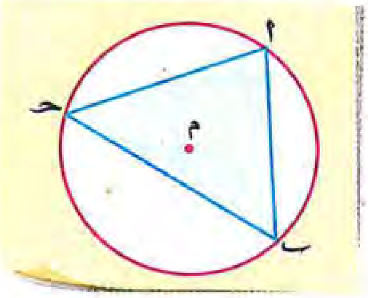
باستخدام الأدوات الهندسية ارسم Δ س ص ع الذى فيه : ق (∠س) = ٨٠° ، س ص = ٤ سم ، س ع = ٣ سم ثم ارسم الدائرة المارة بالنقط س ، ص ، ع

نتيجـة ١

الدائرة التى تمر برءوس مثلث تُسمى دائرة خارجة لهذا المثلث.

كما يُقال للمثلث الذى تقع رءوسه على دائرة بأنه مثلث مرسوم داخل هذه الدائرة.

ففى الشكل المقابل :



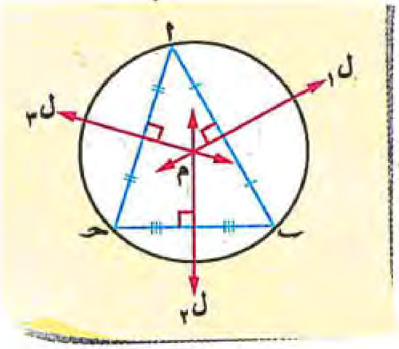
م هى الدائرة الخارجة للمثلث ٩ب حـ

أو Δ ٩ب حـ مرسوم داخل الدائرة م

نتيجــة ٢

الأعمدة المقامة على أضلاع مثلث من منتصفاتها تتقاطع فى نقطة واحدة هى مركز الدائرة الخارجة لهذا المثلث.

ففى الشكل المقابل :



إذا كانت المستقيمات ل١ ، ل٢ ، ل٣

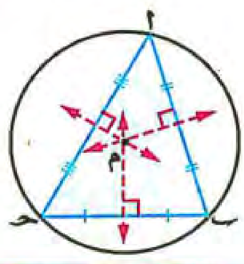
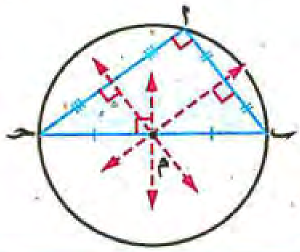
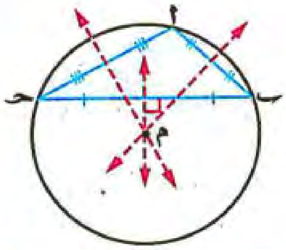
محاور أب ، ب حـ ، حـ أ على الترتيب

، المستقيم ل١ ∩ المستقيم ل٢ ∩ المستقيم ل٣ = {م}

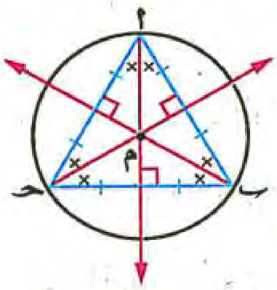
فإن نقطة م هى مركز الدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ

ملاحظة

موقع مركز الدائرة الخارجة للمثلث وليكن نقطة م يختلف حسب نوع المثلث كما بالجدول التالى :

المثلث حاد الزوايا	المثلث قائم الزاوية	المثلث منفرج الزاوية
		
م تقع داخل المثلث	م تقع فى منتصف الوتر	م تقع خارج المثلث

- **حالة خاصة :**



مركز الدائرة الخارجة للمثلث المتساوى الأضلاع هو نقطة تقاطع محاور أضلاعه وهى نفسها نقطة تقاطع متوسطاته وهى نفسها نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة وهى نفسها نقطة تقاطع ارتفاعاته.

ملاحظة

يمكن رسم دائرة تمر برءوس كل من المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوى الساقين ، بينما لا يمكن رسم دائرة تمر برءوس متوازى الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير المتساوى الساقين.

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يمكن رسم .... تمر بنقطة معلومة. (الوادى الجديد ٠٥)

(أ) دائرة واحدة (ب) دائرتين

(جـ) ثلاث دوائر (د) عدد لا نهائى من الدوائر

٢ عدد الدوائر المارة بثلاث نقط على استقامة واحدة هو ....

(سوهاج ١٨ ، الجيزة ١٦ ، الإسماعيلية ١٥)

(أ) صفر. (ب) واحد. (جـ) ثلاث. (د) عدد لا نهائى.

٣ عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو .... (الإسكندرية ٢٣)

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٣

٤ عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بطرفى القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ يساوى ....

(القليوبية ٢٢ ، البحيرة ٢٢)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) عددًا لا نهائى.

٥ يمكن تعيين دائرة بمعلومية .... (الشرقية ٠٨)

(أ) ثلاث نقط على استقامة واحدة. (ب) نقطتين.

(جـ) ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة. (د) نقطة واحدة.

٦ مراكز الدوائر التى تمر بالنقطتين أ ، ب تقع جميعًا على .... (الدقهلية ١٧)

(أ) محور $\overline{أب}$ (ب) $\overline{أب}$

(جـ) العمود المقام على $\overline{أب}$ (د) منتصف $\overline{أب}$

٧ مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع .... (الفيوم ١٩ ، كفر الشيخ ١٧ ، قنا ١٧)

(أ) منصفات زواياه الداخلة. (ب) منصفات زواياه الخارجة.

(جـ) ارتفاعاته. (د) محاور تماثل أضلاعه.

٨ إذا كان المثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

فإن مركز الدائرة المارة برءوسه هو .... (الإسماعيلية ٠٣)

(أ) منتصف $\overline{أب}$ (ب) منتصف $\overline{أحـ}$

(جـ) منتصف $\overline{بحـ}$ (د) خارج المثلث.

9 عدد الدوائر التى مركزها (٧ ، ٤) وتمر بالنقطة (٣ ، ١) = ... (سوهاج ٢٣)

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) ٥ (د) عدد لا نهائى.

10 لا يمكن رسم دائرة تمر برءوس .... (بنى سويف ١٧ ، الشرقية ١٢ ، الدقهلية ١٣)

(أ) مستطيل. (ب) مثلث. (جـ) مربع. (د) معين.

11 يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .... (بورسعيد ٢٣ ، الشرقية ١٩ ، سوهاج ١٨ ، الجيزة ١٧)

(أ) معين. (ب) مستطيل. (جـ) شبه منحرف. (د) متوازى أضلاع.

12 ﺃ ﺏ ﺣ ﺀ معين فإن عدد الدوائر التى يمكن أن تمر بالرؤوس ﺃ ، ﺏ ، ﺣ يساوى .... (الغربية ٢٣)

(أ) صفر. (ب) ١ (جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

13 إذا كانت : ﺃ ﺏ = ٦ سم فإن عدد الدوائر التى طول نصف قطر كل منها ٥ سم وتمر بالنقطتين ﺃ ، ﺏ هو ....

(أ) صفر. (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

14 ﺃ ، ﺏ نقطتان فى المستوى حيث ﺃ ﺏ = ٥,٤ سم فإن عدد الدوائر التى طول نصف قطر كل منها ٢,٧ سم وتمر بالنقطتين ﺃ ، ﺏ هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

15 إذا كانت : $\overline{\text{ﺃ ﺏ}}$ قطعة مستقيمة طولها ٤ سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين ﺃ ، ﺏ يساوى .... سم (الدقهلية ٢٣ ، المنوفية ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

16 إذا كانت : ﺃ ﺏ = ٨ سم فإن محيط أصغر دائرة تمر بالنقطتين ﺃ ، ﺏ يساوى .... سم. (قنا ٢٣)

(أ) ٨ π (ب) ١٢ π (جـ) ١٦ π (د) ٦٤ π

17 ﺃ ﺏ ﺣ مثلث قائم فى ∠ ﺏ طولا ضلعى القائمة ٦ سم ، ٨ سم فإن مساحة الدائرة المارة برؤوس Δ ﺃ ﺏ ﺣ = ... π سم^2. (الشرقية ٢٣)

(أ) ٣٦ (ب) ٦٤ (جـ) ٢٥ (د) ١٠٠

---

2 ل مستقيم فى المستوى ، ﺃ نقطة تبعد عن المستقيم ل بمقدار ٢ سم بيِّن كيف ترسم دائرة طول نصف قطرها ٣ سم بحيث تمر بالنقطة ﺃ ويقع مركزها على المستقيم ل ، كم عدد الحلول ؟

٣ إذا كانت أ ∈ المستقيم ل فارسم دائرة م تمر بنقطة أ

، يكون طول نصف قطرها ٣ سم عندما : (أسيوط ٠٦)

١ م ∈ المستقيم ل – كم دائرة يمكن رسمها ؟

٢ م ∉ المستقيم ل – كم دائرة يمكن رسمها ؟

---

٤ ارسم $\overline{أب}$ طولها ٦ سم ، ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٥ سم كم عدد الحلول الممكنة ؟ ثم أوجد بالبرهان بُعد مركز الدائرة عن $\overline{أب}$ (دمياط ١٧) «٤ سم»

---

٥ باستخدام أدواتك الهندسية ارسم $\overline{أب}$ طولها ٤ سم ثم ارسم على شكل واحد :

١ دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول قطرها ٥ سم ، ما عدد الحلول الممكنة ؟

٢ دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٢ سم ، ما عدد الحلول الممكنة ؟

٣ دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول قطرها ٣ سم ، ما عدد الحلول الممكنة ؟

---

٦ $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة طولها ٦ سم ، ارسم الدائرة التى تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها أصغر ما يمكن. (الأقصر ٠٥)

---

٧ مستخدمًا الأدوات الهندسية ارسم قطعة مستقيمة $\overline{أب}$ طولها ٦ سم ، ثم ارسم $\overleftarrow{أحـ}$ بحيث ق (∠ حـ أ ب) = ٦٠° ، ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب ويقع مركزها على $\overleftarrow{أحـ}$ ثم احسب طول نصف قطرها. (الدقهلية ١٧) «٦ سم»

---

٨ ارسم دائرة طول نصف قطرها ٣ سم تمس مستقيمًا ل ، ثم اذكر كم حلًا للمسألة. (الجيزة ٠٦)

---

٩ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث أ ب حـ الذى فيه : أ ب = ٤ سم

، ب حـ = ٥ سم ، حـ أ = ٦ سم ثم ارسم الدائرة المارة بالنقاط أ ، ب ، حـ

ما نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لقياسات زواياه ؟ وأين يقع مركز الدائرة بالنسبة للمثلث ؟

---

١٠ ارسم المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى ب حيث أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٣ سم ، ثم ارسم الدائرة الخارجة لهذا المثلث. أين يقع مركز الدائرة بالنسبة لأضلاع هذا المثلث ؟

(دمياط ١٨)

١١ ارسم المثلث أ ب حـ المتساوى الأضلاع والذى طول ضلعه ٤ سم ، ارسم الدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ

١ حدد موضع مركز الدائرة بالنسبة إلى :

ارتفاعات المثلث – متوسطات المثلث – منصفات زوايا رءوس المثلث.

٢ كم عدد محاور التماثل للمثلث المتساوى الأضلاع ؟

---

١٢ ارسم Δ أ ب حـ المتساوى الساقين فيه : ق (∠ أ ب حـ) = ١٢٠° ، ب حـ = ٤ سم ثم عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه وأوجد طول نصف قطرها. (الدقهلية ١١) «٤ سم»

---

١٣ ارسم المثلث أ ب حـ الذى فيه : أ ب = ٦ سم ، أ حـ = ٤ سم ، ق (∠ب أ حـ) = ٦٠° ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، حـ بحيث يقع مركزها على $\overline{أ ب}$

---

١٤ ارسم المثلث أ ب حـ الذى فيه : أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٤ سم ، حـ أ = ٣ سم ما نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه ؟ وارسم دائرة مركزها أ وتمس $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ، دائرة مركزها ب وتمس $\overleftrightarrow{أ حـ}$ ودائرة مركزها حـ وتمس $\overleftrightarrow{أ ب}$ (بنى سويف ٠٦)

---

١٥ إذا كانت : أ (٢ ، ٠) ، ب (–٢ ، ٣) فارسم دائرة م طول نصف قطرها ٤ وحدات طول وتمر بالنقطتين أ ، ب كم حلًا للمسألة ؟ (ش. سيناء ٠٩)

---

١٦ إذا كانت : أ (١ ، ٣) ، ب (١ ، –١) ، حـ (–٣ ، –١) فأوجد إحداثيي م مركز الدائرة المارة برءوس Δ أ ب حـ «(–١ ، ١)»

للمتفوقين

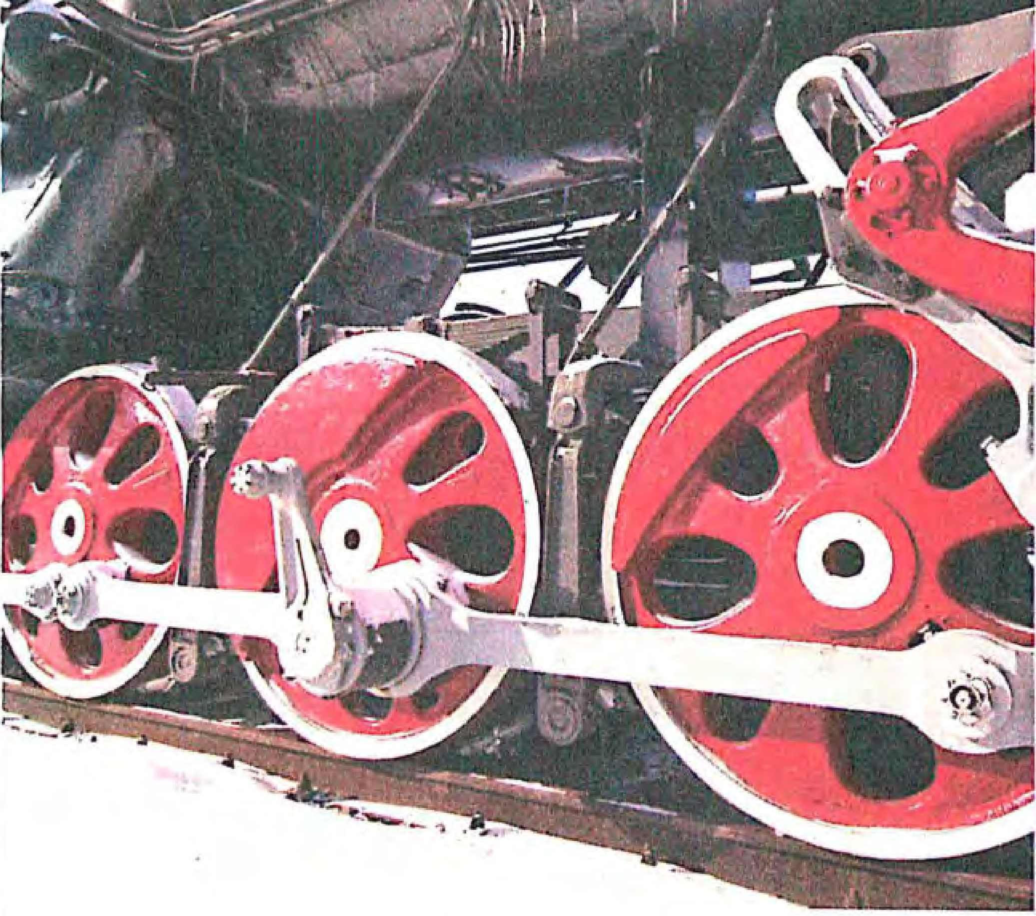
١ ارسم المثلث أ ب حـ الذى فيه : أ ب = ٦ سم ، ق (∠ أ) = ٤٠° وطول نصف قطر الدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ يساوى ٥ سم ، وإذا كانت ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، فاحسب طول م ء حيث م مركز الدائرة الخارجة للمثلث. «٤ سم»

---

٢ ارسم Δ أ ب حـ القائم الزاوية فى ب بحيث : أ ب = ٤ سم ، ق (∠ أ) = ٣٠° ثم ارسم الدائرة م بحيث $\overline{أ ب}$ وتر فيها ، $\overline{أ حـ}$ مماسة لها عند أ

١ أثبت أن : Δ أ ب م متساوى الأضلاع واحسب مساحته. «٤ $\sqrt{٣}$ سم²»

٢ أوجد : مساحة الدائرة م «١٦ π سم²»



الدرس 5

علاقة أوتار الدائرة بمركزها

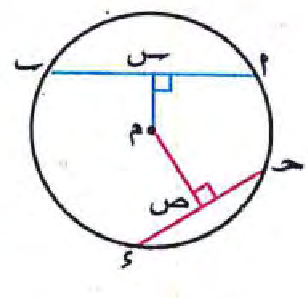
تمهيد

إذا كانت م دائرة ، $\overline{\text{أ ب}}$ وترًا فيها يبعد عن مركزها مسافة قدرها م س

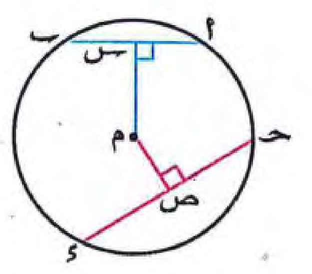
، $\overline{\text{حـ ء}}$ وترًا آخر يبعد عن مركزها مسافة قدرها م ص

والأشكال الثلاثة الآتية تعين ثلاثة أوضاع لهذين الوترين بالنسبة لبعدهما عن مركز الدائرة م :

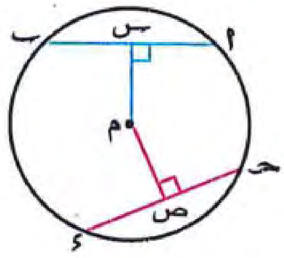
شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)



باستخدام المسطرة تحقق بنفسك من صحة المعلومات الآتية :

شكل (١)	شكل (٢)	شكل (٣)
أ ب > حـ ء	أ ب > حـ ء	أ ب = حـ ء
، م س < م ص	، م س < م ص	، م س = م ص

• من شكل (١) ، (٢) نستنتج أنه :

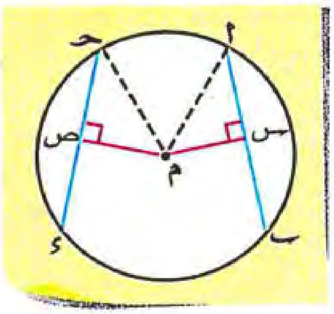
كلما قل بُعد الوتر عن مركز الدائرة م فإن طوله يزداد ، والعكس صحيح

أي أنه : **توجد علاقة بين طول الوتر وبُعده عن مركز الدائرة.**

علاقة أوتار الدائرة بمركزها

نظرية

الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة على أبعاد متساوية من مركزها.



المعطيات $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ وتران فى دائرة م حيث أب = حـ ء

، $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{م ص}} \perp \overline{\text{حـ ء}}$

المطلوب إثبات أن : م س = م ص

العمل نرسم $\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م حـ}}$

البرهان ∵ $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{أب}}$ ∴ س منتصف $\overline{\text{أب}}$ أى أ س = $\frac{1}{2}$ أ ب

، ∵ $\overline{\text{م ص}} \perp \overline{\text{حـ ء}}$ ∴ ص منتصف $\overline{\text{حـ ء}}$ أى حـ ص = $\frac{1}{2}$ حـ ء

، ∵ أ ب = حـ ء (معطى) ∴ أ س = حـ ص

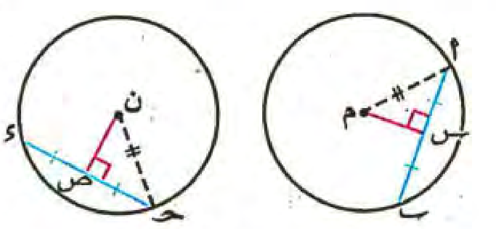
∴ ΔΔ أ س م ، حـ ص م فيهما :
- أ س = حـ ص (برهانًا)
- م أ = م حـ = نق
- ق (∠ أ س م) = ق (∠ حـ ص م) = °٩٠

∴ يتطابق المثلثان وينتج من تطابقهما أن : م س = م ص (وهو المطلوب)

نتيجـة

الأوتار المتساوية فى الطول فى الدوائر المتطابقة على أبعاد متساوية من المركز.

ففى الشكل المقابل :

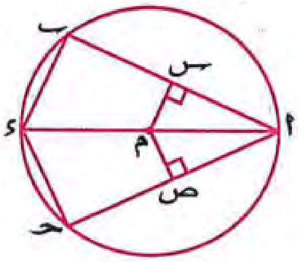


إذا كانت الدائرتان م ، ن متطابقتين ، أ ب = حـ ء

، $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{ن ص}} \perp \overline{\text{حـ ء}}$

فإن : م س = ن ص

مثال ١



في الشكل المقابل :

أب ، أحـ وتران متساويان في الطول في دائرة م ، أء قطر فيها

، م س ⊥ أب يقطعها في س ، م ص ⊥ أحـ يقطعها في ص

أثبت أن : ب ء = ء حـ

الحل

المعطيات أب = أحـ ، أء قطر في الدائرة م ، م س ⊥ أب ، م ص ⊥ أحـ

المطلوب إثبات أن : ب ء = ء حـ

البرهان

∵ م س ⊥ أب ∴ س منتصف أب

، ∵ م ص ⊥ أحـ ∴ ص منتصف أحـ

، ∵ أب = أحـ ∴ م س = م ص (نظرية)

∵ Δ أ ء ب فيه :

م منتصف أء ، س منتصف أب ∴ م س = $\frac{1}{2}$ ب ء

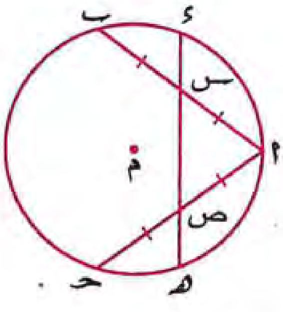
، ∵ Δ أ ء حـ فيه :

م منتصف أء ، ص منتصف أحـ ∴ م ص = $\frac{1}{2}$ ء حـ

ولكن م س = م ص (برهانًا)

∴ $\frac{1}{2}$ ب ء = $\frac{1}{2}$ ء حـ ∴ ب ء = ء حـ (وهو المطلوب)

مثال ٢



في الشكل المقابل :

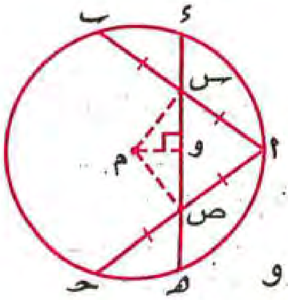
أب ، أحـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، س منتصف أب ، ص منتصف أحـ

، س ص يقطع الدائرة م في ء ، هـ

أثبت أن : س ء = ص هـ

الحـــل



المعطيات | أب = أحـ ، س منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{أحـ}}$

المطلـوب | إثبات أن : س ء = ص هـ

العمـــل | نرسم $\overline{\text{م س}}$ ، $\overline{\text{م ص}}$ ، ونرسم $\overrightarrow{\text{م و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ فيقطعه فى و

البرهـــان | ∵ س منتصف $\overline{\text{أب}}$ ∴ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{أب}}$

، ∵ ص منتصف $\overline{\text{أحـ}}$ ∴ $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{أحـ}}$

، ∵ أب = أحـ   ∴ م س = م ص   (نظرية)

∴ Δ م س ص فيه : م س = م ص ، $\overline{\text{م و}}$ ⊥ $\overline{\text{س ص}}$

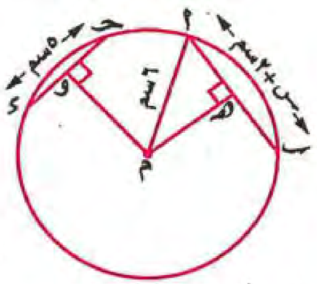
∴ س و = ص و   (١)

، ∵ $\overline{\text{م و}}$ ⊥ $\overline{\text{ء هـ}}$ ∴ ء و = هـ و   (٢)

وبطرح (١) من (٢) : ∴ ء و − س و = هـ و − ص و

∴ س ء = ص هـ   (وهو المطلوب)

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

م دائرة ، $\overline{\text{أب}}$ وتر فيها ، $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{م و}}$ ⊥ $\overline{\text{حـ ء}}$

، أ م = ٦ سم ، حـ ء = ٥ سم ، أ ب = (س + ٢) سم

فإذا كان : م و > م هـ

فأوجد : قيم س التى تحقق ذلك.

الحـــل

المعطيات | $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{م و}}$ ⊥ $\overline{\text{حـ ء}}$ ، أ م = ٦ سم

، حـ ء = ٥ سم ، أ ب = (س + ٢) سم ، م و > م هـ

المطلـوب | إيجاد : قيم س

البرهـــان | ∵ $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{م و}}$ ⊥ $\overline{\text{حـ ء}}$ ، م و > م هـ

∴ أ ب > حـ ء   ∴ س + ٢ > ٥   ∴ س > ٣   (١)

، ∵ $\overline{أب}$ وتر لا يمر بالمركز ∴ أب < طول قطر الدائرة

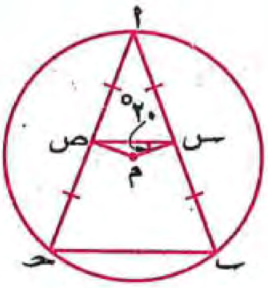
∴ أب < ١٢ ∴ س + ٢ < ١٢ ∴ س < ١٠ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ٣ < س < ١٠

∴ س ∈]٣ ، ١٠[(وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م بحيث أ ب = أ حـ

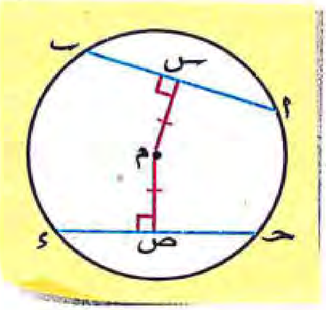
، س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أحـ}$

فإذا كان : ق (∠ ص س م) = ٢٠°

أوجد : ق (∠ حـ ص س)

عكس النظرية

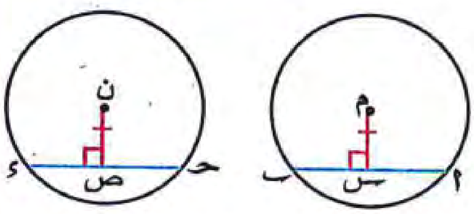
فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون متساوية فى الطول.



أى أنه إذا كان : $\overline{أب}$ ، $\overline{حـء}$ وترين فى الدائرة م

، $\overline{مس}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{مص}$ ⊥ $\overline{حـء}$ ، م س = م ص

فإن : أ ب = حـ ء



وكذلك : إذا كانت م ، ن دائرتين متطابقتين

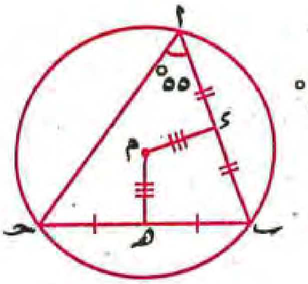
، $\overline{أب}$ وترًا فى الدائرة م ، $\overline{حـء}$ وترًا فى الدائرة ن

، $\overline{مس}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{نص}$ ⊥ $\overline{حـء}$ ، م س = ن ص

فإن : أ ب = حـ ء

مثال ٤

في الشكل المقابل :



المثلث أ ب حـ مرسوم داخل دائرة مركزها م ، فإذا كان : ق (∠ أ) = ٥٥°

، ء منتصف أب ، هـ منتصف ب حـ ، م ء = م هـ

أوجد : ق (∠ ب)

الحل

المعطيات | ق (∠ أ) = ٥٥° ، ء منتصف أب ، هـ منتصف ب حـ ، م ء = م هـ

المطلوب | إيجاد : ق (∠ ب)

البرهان | ∵ ء منتصف أب ∴ م ء ⊥ أب

، ∵ هـ منتصف ب حـ ∴ م هـ ⊥ ب حـ

، ∵ م ء = م هـ ∴ أب = ب حـ

∴ في Δ أ ب حـ : ∵ ق (∠ أ) = ٥٥° ، أب = ب حـ

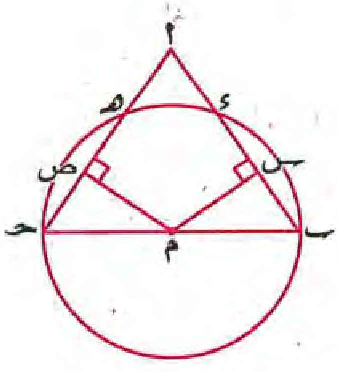
∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ أ) = ٥٥°

∴ ق (∠ ب) = ١٨٠° − (٥٥° + ٥٥°) = ٧٠° (وهو المطلوب)

مثال ٥

أ ب حـ مثلث فيه : أب = أحـ ، رُسمت دائرة مركزها م ، وقطرها ب حـ فقطعت أب في ء وقطعت أحـ في هـ ، رُسم م س ⊥ ب ء يقطعها في س ، م ص ⊥ حـ هـ يقطعها في ص

أثبت أن : ب ء = حـ هـ



الحل

المعطيات | أب = أحـ ، ب حـ قطر في الدائرة م

، م س ⊥ ب ء ، م ص ⊥ حـ هـ

المطلوب | إثبات أن : ب ء = حـ هـ

البرهـــان ∵ ΔΔ م س ب ، م ص حـ فيهما :

م ب = م حـ (طولا نصفى قطرين)

ق (∠ م س ب) = ق (∠ م ص حـ) = ٩٠°

ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) (لأن : أ ب = أ حـ)

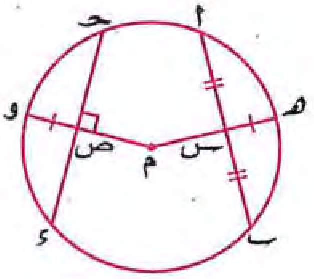
∴ Δ م س ب ≡ Δ م ص حـ

وينتج أن : م س = م ص

، ∵ م س ⊥ ب ء ، م ص ⊥ حـ هـ

∴ ب ء = حـ هـ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢



فى الشكل المقابل :

أ ب ، حـ ء وتران فى دائرة مركزها م ، م و ⊥ حـ ء

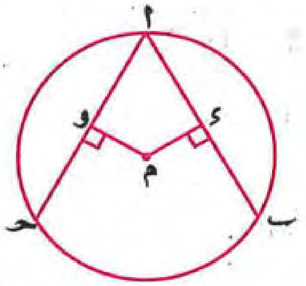
يقطعه فى ص ، س منتصف أ ب ، س هـ = ص و

أثبت أن : أ ب = حـ ء

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى الشكل المقابل :



(القليوبية ٢١)

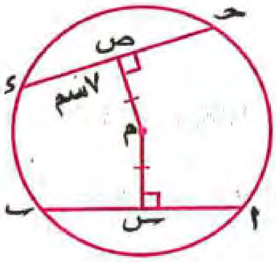
$\overline{أب}$ = $\overline{أحـ}$ ، $\overline{مء} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مو} \perp \overline{أحـ}$

فإذا كانت : م ء = ٦ سم

فإن : م و = ... سم

(أ) ١٢ (ب) ٨ (جـ) ٦ (د) ٣

٢ فى الشكل المقابل :

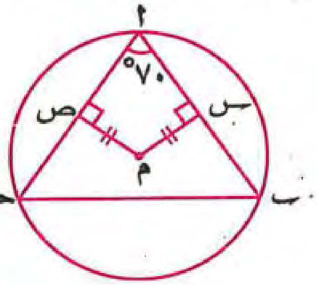


إذا كان : م س = م ص ، ص ء = ٧ سم

فإن : أب = ... سم

(أ) ٣,٥ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

٣ فى الشكل المقابل :



أب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م ، $\overline{مس} \perp \overline{أب}$

، $\overline{مص} \perp \overline{أحـ}$ ، م س = م ص ، ق (∠ أ) = °٧٠

فإن : ق (∠ حـ) = ...

(أ) °٣٥ (ب) °٥٥ (جـ) °٧٠ (د) °٨٠

٤ فى الشكل المقابل :



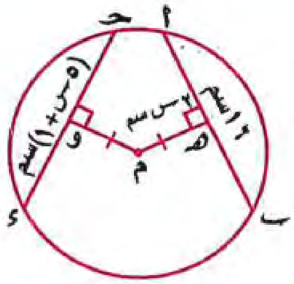
إذا كان : م ء = م هـ ، ق (∠ ب) = °٦٥

فإن : ق (∠ أ) = ...

(أ) °٥٠ (ب) °٦٥

(جـ) °٧٠ (د) °٨٠

٥ في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{مهـ} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مو} \perp \overline{حـء}$

، م هـ = م و ، أ ب = ١٦ سم

، م هـ = ٢ س سم ، حـ ء = (٥ س + ١) سم

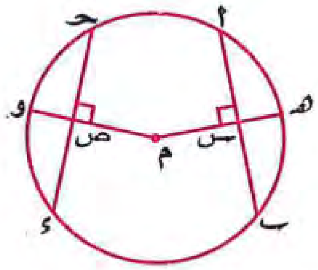
فإن : هـ م = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٠

---

٢ ادرس الشكل ثم أكمل :

١

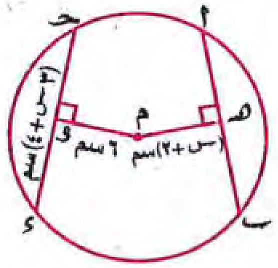


إذا كان : أ ب = حـ ء فإن : م س = ...

، ∵ م هـ = ...

∴ هـ س = ...

٢

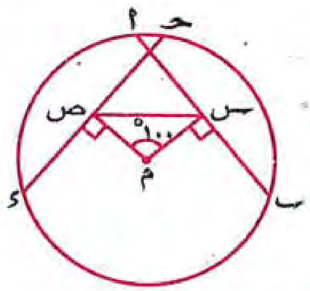


إذا كان : أ ب = حـ ء فإن : م هـ = ...

∴ س = ... سم

∴ حـ ء = ... سم

٣



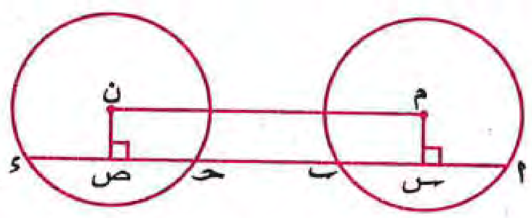
إذا كان : أ ب = حـ ء فإن : م س = ...

، في △ م س ص :

∵ ق (∠ س م ص) = °١٠٠

∴ ق (∠ م س ص) = ...°

٤



إذا كانت : م ، ن دائرتين متطابقتين

، أ ب = حـ ء

فإن : م س = ...

والشكل م س ص ن ....

٣ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م فيه :

ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)

، س منتصف أ ب ، م ص ⊥ أ حـ

أثبت أن : م س = م ص

(أسيوط ٢٣ ، الجيزة ١٩ ، البحيرة ١٩ ، مطروح ١٧ ، الفيوم ١٥)

---

٤ **فى الشكل المقابل :**



فى الدائرة م ، ق (∠ أ) = °٦٠

، س منتصف أ حـ ، ص منتصف ب حـ

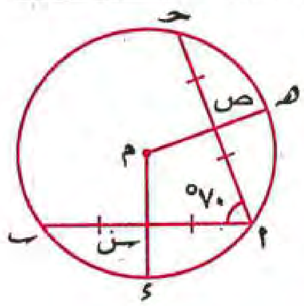
، و س = هـ ص

أثبت أن : Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع.

(الشرقية ١٨)

---

٥ **فى الشكل المقابل :**



أ ب ، أ حـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، س منتصف أ ب ، ص منتصف أ حـ ، ق (∠ حـ أ ب) = °٧٠

[١] احسب : ق (∠ ء م هـ) «°١١٠»

[٢] أثبت أن : س ء = ص هـ

(المنوفية ٢٣ ، الوادى الجديد ١٩ ، بورسعيد ١٨ ، مطروح ١٨ ، القاهرة ١٧)

---

٦ **فى الشكل المقابل :**



أ ب ، أ حـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، س منتصف أ ب ، م س يقطع الدائرة فى ء

، م ص ⊥ أ حـ يقطعه فى ص ويقطع الدائرة فى هـ

أثبت أن : [١] س ء = ص هـ

[٢] ق (∠ ص س ب) = ق (∠ س ص حـ)

(أسيوط ١٨ ، الغربية ١٣)

٧ أ ب ، أ حـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

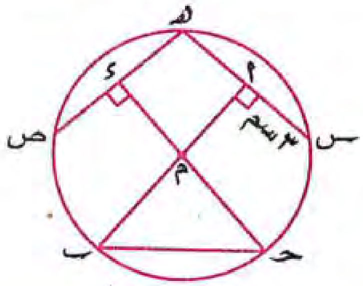
، س ، ص منتصفا أ ب ، أ حـ على الترتيب ، ق (∠ م س ص) = ٣٠°

برهن أن : ١ م س ص مثلث متساوى الساقين.

٢ أ س ص مثلث متساوى الأضلاع. (الوادى الجديد ١٦)

---

٨ **فى الشكل المقابل :**



دائرة م ، ب أ ⊥ س هـ ، حـ ء ⊥ ص هـ

، أ ب ∩ حـ ء = {م} ، أ ب = حـ ء

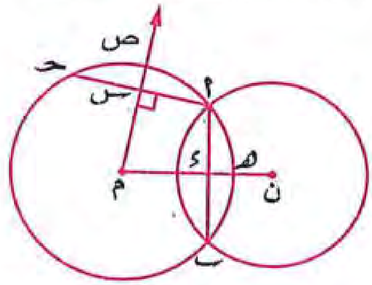
، أ س = ٣ سم

أوجد : طول هـ ص

«٦ سم»

---

٩ **فى الشكل المقابل :**



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، رسم م س ⊥ أ حـ ويقطع أ حـ فى س

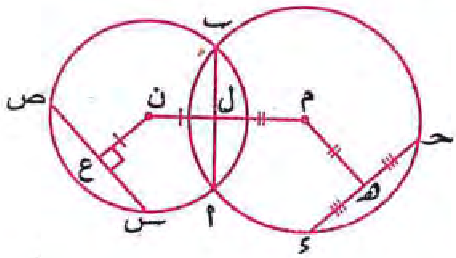
ويقطع الدائرة م فى ص ، رسم م ن يقطع أ ب فى ء

والدائرة م فى هـ فإذا كان أ حـ = أ ب **أثبت أن :** س ص = ء هـ

(القليوبية ١٨)

---

١٠ **فى الشكل المقابل :**



الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب}

، هـ منتصف حـ ء ، م هـ = م ل ، ن ل = ن ع

، ن ع ⊥ س ص

أثبت أن : حـ ء = س ص

(الغربية ١٨)

---

١١ أ ب ، أ حـ وتران فى الدائرة م ، م س ⊥ أ ب ، ص منتصف أ حـ

، ق (∠ أ ب حـ) = ٧٥° ، م س = م ص

١ **أوجد :** ق (∠ ب أ حـ) «٣٠°»

٢ **أثبت أن :** محيط △ أ س ص = $\frac{1}{2}$ محيط △ أ ب حـ

(كفر الشيخ ١٨ ، الإسكندرية ١٦)

١٢ في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{أب}$ وتر في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في حـ ، ء ، $\overline{أع}$ وتر في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في س ، ص

فإذا كان : ق (∠ أ ب ع) = ق (∠ أ ع ب) أثبت أن : حـ ء = س ص (القليوبية ١٧ ، سوهاج ١٣)



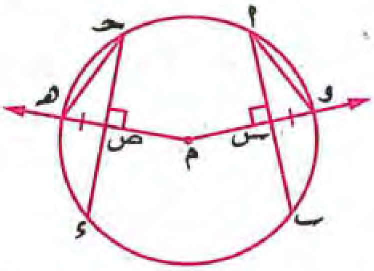
١٣ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{حـ ء}$ وتران في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{م س}$ ⊥ $\overline{أب}$

ويقطع الدائرة في و ، $\overleftrightarrow{م ص}$ ⊥ $\overline{حـ ء}$

ويقطع الدائرة في هـ ، و س = هـ ص

أثبت أن : [١] أ ب = حـ ء [٢] أ و = حـ هـ (الأقصر ٢٣ ، الغربية ١٦ ، كفر الشيخ ١١)



١٤ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، س ، ص منتصفاهما على الترتيب

إذا كان : ق (∠ س م ص) = ١٢٠° ، $\overrightarrow{ص ع}$ ينصف ∠ أ ص س

أثبت أن : $\overrightarrow{ص ع}$ // $\overline{م س}$ (القاهرة ٠٨)

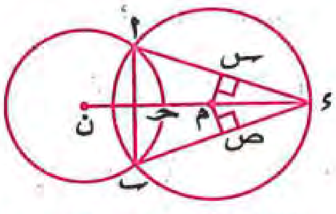


١٥ في الشكل المقابل :

الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} ، $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ $\overleftrightarrow{م ن}$ = {حـ}

، ء ∈ $\overleftrightarrow{م ن}$ ، $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{أ ء}$ ، $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{ب ء}$

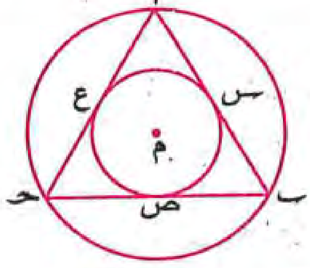
أثبت أن : م س = م ص (القليوبية ١٩ ، الشرقية ١١)



١٦ في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، طولا نصفي قطريهما ٤ سم ، ٢ سم ، رسم المثلث أ ب حـ بحيث تقع رؤوسه على الدائرة الكبرى وتمس أضلاعه الدائرة الصغرى في س ، ص ، ع

أثبت أن : المثلث أ ب حـ متساوي الأضلاع وأوجد مساحته. (الفيوم ١٩) «١٢ $\sqrt{3}$ سم²»

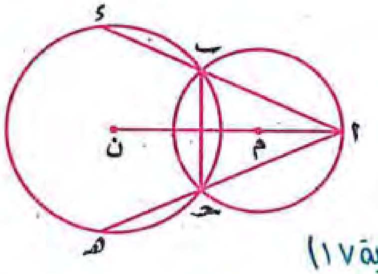


١٧ **في الشكل المقابل :**

م ، ن دائرتان متقاطعتان في ب ، ح

، أ ∈ م ن ↔

أثبت أن : ب ء = ح هـ



(الدقهلية ١٧)

---

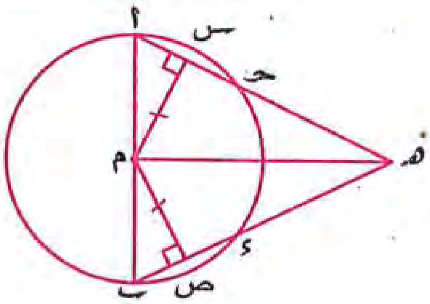
١٨ **في الشكل المقابل :**

أب قطر في الدائرة م ، أح ، ب ء وتران فيها

، م س = م ص ، م س ⊥ أ ح ، م ص ⊥ ء ب

أثبت أن :

[١] Δ هـ أ ب متساوي الساقين. [٢] هـ ح = هـ ء



(بني سويف ١٢)

---

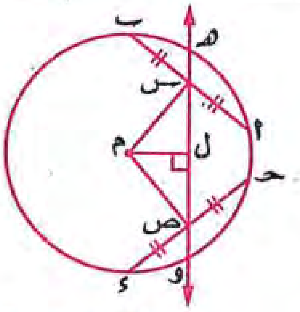
١٩ **في الشكل المقابل :**

أب ، ح ء وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، النقطتان س ، ص منتصفا أب ، ح ء على الترتيب

، رسم س ص ↔ فقطع الدائرة في هـ ، و ، رسم م ل ⊥ س ص ↔

برهن أن : س هـ = ص و



(القاهرة ٠٣)

---

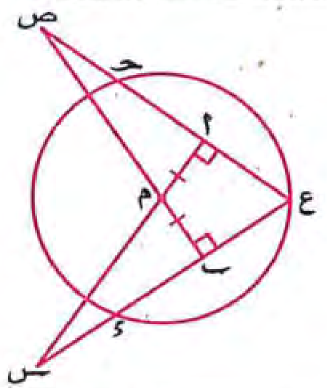
٢٠ **في الشكل المقابل :**

ع ح ، ع ء وتران في الدائرة م ، أ ∈ ع ح

بحيث م أ ⊥ ع ح ، م أ ← ∩ ع ء = {س}

، ب ∈ ع ء بحيث م ب ⊥ ع ء ، م ب ← ∩ ع ح ← = {ص}

فإذا كان : م أ = م ب فأثبت أن : ح ص = ء س



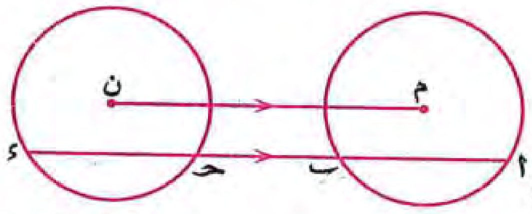
---

٢١ **في الشكل المقابل :**

م ، ن دائرتان متطابقتان ، رسم أ ب ↔ // م ن ↔

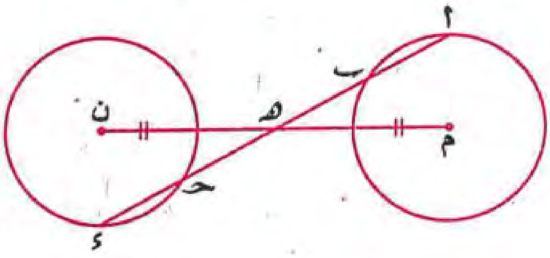
فقطع الدائرة م في أ ، ب وقطع الدائرة ن في ح ، ء

أثبت أن : أ ح = ب ء



(المنوفية ١٨)

٢٢ **في الشكل المقابل :**



م ، ن دائرتان متطابقتان ومتباعدتان

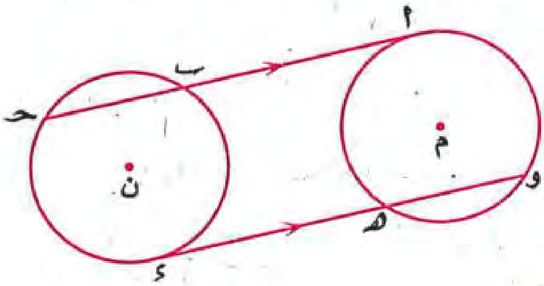
، هـ منتصف مَنْ ، رسم أهـ يقطع الدائرة م

في أ ، ب ويقطع الدائرة ن في حـ ، ء

أثبت أن : [١] أ ب = حـ ء   [٢] هـ منتصف أء

---

٢٣ **في الشكل المقابل :**



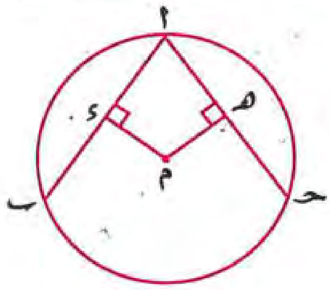
م ، ن دائرتان متطابقتان ، أحـ تمس الدائرة م عند أ

، ءو تمس الدائرة ن عند ء ، أحـ // وء

أثبت أن : [١] ب حـ = و هـ   [٢] أ ب = هـ ء

---

٢٤ **في الشكل المقابل :**



م دائرة ، مء ⊥ أب ، مهـ ⊥ أحـ

، أ (٢ ، ٢) ، ء (١ ، ٠)

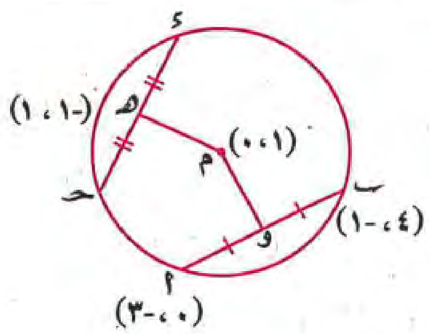
، هـ (٣ ، ٤)

برهن أن : م هـ = م ء

(كفر الشيخ ١٣)

---

٢٥ **في الشكل المقابل :**



أب ، حـ ء وتران في الدائرة م

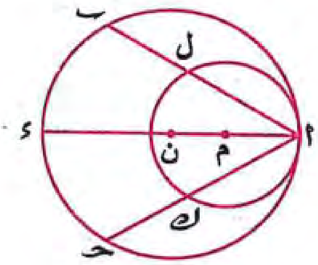
، و ، هـ منتصفا أب ، حـ ء على الترتيب فإذا كانت :

أ (٠ ، -٣) ، ب (٤ ، -١) ، هـ (-١ ، ١) ، م (١ ، ٠)

فأثبت أن : أب = حـ ء

للمتفوقين

١ فى الشكل المقابل :



دائرتان م ، ن متماستان من الداخل فى أ

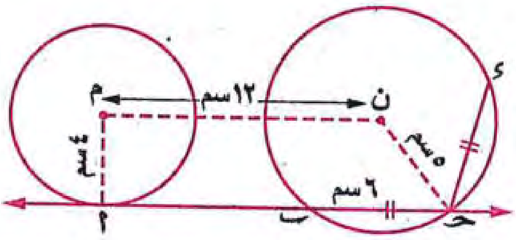
، رسم $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة الكبرى ن فقطعا الدائرة الصغرى م فى ل ، ك على الترتيب.

أثبت أن : أ ل = أ ك

(الدقهلية ٠٩)

---

٢ فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ٤ سم ، ٥ سم

، $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ يمس الدائرة م عند أ ويقطع الدائرة ن

فى ب ، حـ حيث ب حـ = ٦ سم ، م ن = ١٢ سم

١ **أثبت أن :** الشكل م أ حـ ن شبه منحرف ثم احسب مساحته. «٥٤ سم^2»

٢ إذا كان : حـ ء = حـ ب **أوجد :** بعد النقطة ن عن $\overline{\text{حـ ء}}$ (الشرقية ٠٦) «٤ سم»



الوحدة 5

الزوايا والأقواس فى الدائرة

الدرس الأول
الزاوية المركزية وقياس الأقواس.

الدرس الثانى
العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين فى القوس - تمارين مشهورة.

الدرس الثالث
الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس.

الدرس الرابع
الشكل الرباعى الدائرى وخواصه.

الدرس الخامس
حالات إثبات الشكل الرباعى الدائرى.

الدرس السادس
العلاقة بين مماسات الدائرة.

الدرس السابع
الزاوية المماسية.

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف الزاوية المركزية والزاوية المحيطية.
- يحسب قياس قوس من دائرة ويحسب طوله.
- يتعرف العلاقة بين قياس الزاوية المركزية وقياس الزاوية المحيطية المشتركتين فى القوس.
- يتعرف العلاقة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس القوس المقابل لها.
- يتعرف العلاقة بين قياسات الزوايا المحيطية التى تحصر نفس القوس.
- يتعرف الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة.
- يتعرف الشكل الرباعى الدائرى وخواصه.
- يحدد متى يكون الشكل الرباعى دائريًا.
- يتعرف العلاقة بين القطعتين المماستين المرسومتين من نقطة خارج الدائرة.
- يتعرف الزاوية المماسية والعلاقة بينها وبين الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس.
- يثبت أن شعاعًا مرسومًا من أحد رءوس مثلث يمس الدائرة المارة برءوس هذا المثلث.

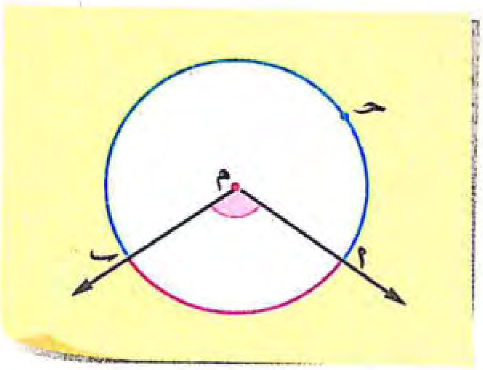


الدرس **1**

الزاوية المركزية وقياس الأقواس

الزاوية المركزية

الزاوية المركزية فى دائرة هى الزاوية التى رأسها مركز الدائرة ، ويحمل كل ضلع من ضلعيها نصف قطر فى الدائرة.



ففى الشكل المقابل :

∠ أ م ب زاوية مركزية لأن رأسها م مركز الدائرة ويحمل كل من ضلعيها $\overrightarrow{\text{م أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{م ب}}$ نصف قطر فى الدائرة هما $\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$

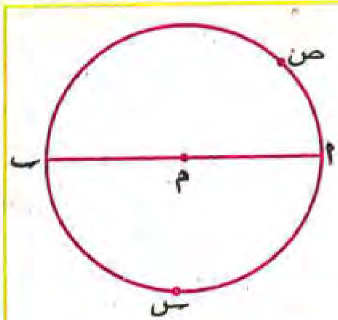
لاحظ أن :

ضلعا ∠ أ م ب يقسمان الدائرة م إلى قوسين هما :

القوس **الأكبر** أ ب ، ويرمز له بالرمز $\overset{\frown}{\text{أ حـ ب}}$ أو $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ الأكبر.	القوس **الأصغر** أ ب ، ويُرمز له بالرمز $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$

علمًا بأن : $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ يعنى القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ إلا إذا نص صراحة على غير ذلك.

ملاحظـة



إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى الدائرة م فإن :

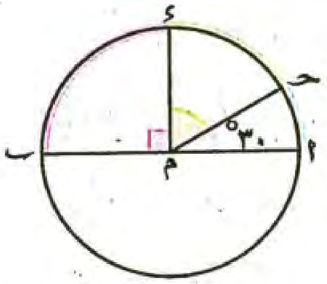
∠ أ م ب هى زاوية مركزية مستقيمة.

ويسمى كل من $\overset{\frown}{أ س ب}$ ، $\overset{\frown}{أ ص ب}$ «نصف دائرة».

قياس القوس

قياس قوس فى دائرة هو قياس الزاوية المركزية المقابلة له ويُقاس بنفس وحدات قياس الزاوية (درجات ، دقائق ، ثوانى ...)

فمثلاً : **فى الشكل المقابل :**



إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى الدائرة م ، حـ ، ء نقطتان على الدائرة م

بحيث : ق (∠ أ م حـ) = °٣٠ ، ق (∠ أ م ء) = °٩٠

فإن : ١ ق ($\overset{\frown}{أ حـ}$) = ق (∠ أ م حـ) = °٣٠

٢ ق ($\overset{\frown}{حـ ء}$) = ق (∠ حـ م ء) = °٩٠ − °٣٠ = °٦٠

٣ ق ($\overset{\frown}{ء ب}$) = ق (∠ ء م ب) = °٩٠

٤ ق ($\overset{\frown}{ء ب}$ الأكبر) = ق (∠ ء م ب المنعكسة) = °٣٦٠ − °٩٠ = °٢٧٠

٥ ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) = ق (∠ أ م ب) = °١٨٠ (لاحظ أن : $\overset{\frown}{أ ب}$ يمثل نصف دائرة)

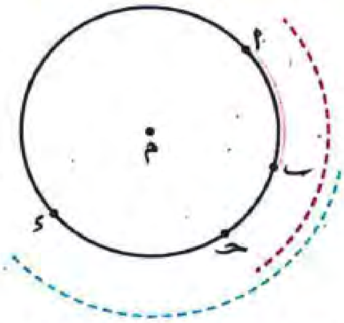
أى أن :

قياس نصف الدائرة = °١٨٠

ويكون : قياس الدائرة = °١٨٠ × ٢ = °٣٦٠

! ملاحظة

القوسان المتجاوران هما قوسان من دائرة يشتركان في نقطة واحدة فقط.



ففي الشكل المقابل :

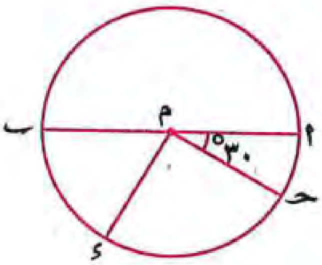
- أب⌒ ، بحـ⌒ قوسان متجاوران في الدائرة م

  لأنهما يشتركان في نقطة ب فقط

  ويكون : ق (أب⌒) + ق (بحـ⌒) = ق (أبحـ⌒)

- أحـ⌒ ، بء⌒ قوسان غير متجاورين لأنهما يشتركان في أكثر من نقطة (يشتركان في بحـ⌒)

مثال ١



في الشكل المقابل :

أب‾ قطر في الدائرة م ، ق (∠ أ م حـ) = ٣٠°

فإذا كان : ق (حـء⌒) : ق (ءب⌒) = ٣ : ٢

فأوجد : ق (أء⌒)

الحل

المعطيات	أب‾ قطر في الدائرة م ، ق (∠ أ م حـ) = ٣٠° ، ق (حـء⌒) : ق (ءب⌒) = ٣ : ٢
المطلوب	إيجاد : ق (أء⌒)
البرهان	∵ أب‾ قطر في الدائرة م ∴ ق (أحـب⌒) = ١٨٠°
	، ∵ ق (أحـ⌒) = ق (∠ أ م حـ) = ٣٠° ∴ ق (حـءب⌒) = ١٨٠° − ٣٠° = ١٥٠°
	، ∵ ق (حـء⌒) : ق (ءب⌒) = ٣ : ٢
	وبفرض أن : ق (حـء⌒) = ٣ س ، ق (ءب⌒) = ٢ س
	∴ ٣ س + ٢ س = ١٥٠° ∴ ٥ س = ١٥٠°
	∴ س = ٣٠° ∴ ق (حـء⌒) = ٣ × ٣٠° = ٩٠°
	∴ ق (أء⌒) = ٣٠° + ٩٠° = ١٢٠° (وهو المطلوب)

طول القوس

طول قوس فى دائرة هو جزء من محيط دائرته يتناسب مع قياسه ، ويُقاس بوحدات قياس الأطوال (سنتيمتر ، متر ، ...)

ولحساب طول القوس يمكن استخدام القاعدة التالية :

طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$ × محيط الدائرة = $\frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ}$ × ٢ π نق

حيث نق طول نصف قطر دائرته ، π النسبة التقريبية

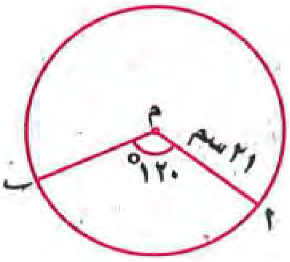
مثال ٢

فى الشكل المقابل :

دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ٢١ سم

، أ ، ب نقطتان على الدائرة م بحيث ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

أوجد : طول $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ (اعتبر π = $\frac{22}{7}$)



الحل

∵ ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°   ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ١٢٠°

، ∵ طول $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ = $\frac{\text{ق}(\overset{\frown}{\text{أ ب}})}{360^\circ}$ × ٢ π نق   ∴ طول $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ = $\frac{120^\circ}{360^\circ}$ × ٢ × $\frac{22}{7}$ × ٢١ = ٤٤ سم

مثال ٣

أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{1}{3}$ قياس الدائرة.

وإذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٥ سم فأوجد : طول هذا القوس. (اعتبر π = ٣,١٤)

الحل

قياس القوس = $\frac{1}{3}$ قياس الدائرة = $\frac{1}{3}$ × ٣٦٠° = ١٢٠°

، طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ}$ × ٢ π نق = $\frac{120^\circ}{360^\circ}$ × ٢ × ٣,١٤ × ١٥ = ٣١,٤ سم

ملاحظة

طول نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ محيط الدائرة = π نق وحدة طولية.

حاول بنفسك ١

١ دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ١٤ سم فإذا كانت : أ ، ب نقطتين على الدائرة

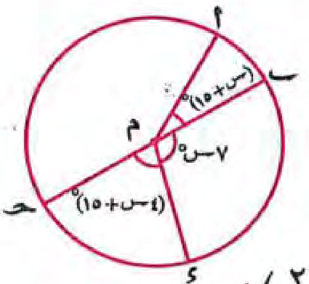
بحيث ق (∠ أ م ب) = ٤٥° أوجد : طول $\overset{\frown}{أب}$ (اعتبر π = $\frac{٢٢}{٧}$)

---

٢ أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{٢}{٥}$ قياس الدائرة

وإذا كان طول قطر الدائرة ٧٠ سم فأوجد طول هذا القوس. (اعتبر π = $\frac{٢٢}{٧}$)

مثال ٤



فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{بحـ}$ قطرًا فى دائرة م طول نصف قطرها ٧ سم

فأوجد : ١ ق ($\overset{\frown}{أء}$) ٢ طول $\overset{\frown}{أء}$ (اعتبر π = $\frac{٢٢}{٧}$)

الحل

المعطيات	$\overline{بحـ}$ قطر فى الدائرة م ، نق = ٧ سم ، ق (∠ أ م ب) = (س + ١٥)° ، ق (∠ ب م ء) = ٧ س° ، ق (∠ ء م حـ) = (٤ س + ١٥)°
المطلوب	إيجاد : ١ ق ($\overset{\frown}{أء}$) ٢ طول $\overset{\frown}{أء}$
البرهان	∵ $\overline{بحـ}$ قطر فى الدائرة م ∴ ق ($\overset{\frown}{بءحـ}$) = ١٨٠° ∴ ق ($\overset{\frown}{بء}$) + ق ($\overset{\frown}{ءحـ}$) = ١٨٠° ، ∵ ق ($\overset{\frown}{بء}$) = ق (∠ ب م ء) = ٧ س° ، ق ($\overset{\frown}{ءحـ}$) = ق (∠ ء م حـ) = (٤ س + ١٥)°

∴ ٧ س° + (٤ س° + ١٥°) = ١٨٠°　　∴ ١١ س° + ١٥° = ١٨٠°

∴ ١١ س° = ١٨٠° − ١٥° = ١٦٥°　　∴ س = $\frac{١٦٥°}{١١}$ = ١٥°

∴ ق(ب ء⌒) = ٧ × ١٥° = ١٠٥° ، ق(أ ب⌒) = ١٥° + ١٥° = ٣٠°

∴ ق(أ ء⌒) = ١٠٥° + ٣٠° = ١٣٥°　　(المطلوب أولاً)

، طول أ ء⌒ = $\frac{١٣٥°}{٣٦٠°}$ × ٢ π نق

= $\frac{٣}{٨}$ × ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ١٦,٥ سم　　(المطلوب ثانياً)

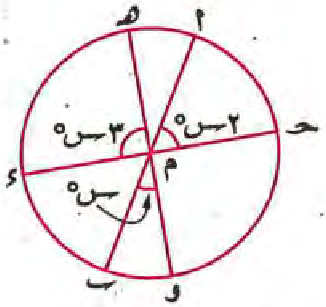
حاول بنفسك ٢

فى الشكل المقابل :

أ ب ، حـ ء ، هـ و ثلاثة أقطار فى دائرة م

طول نصف قطرها ٣,٥ سم

أوجد : ١ ق(أ ء⌒)　　٢ طول و ء⌒



نتائج هامة

نتيجة ١

فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) الأقواس المتساوية فى القياس متساوية فى الطول ، والعكس صحيح.

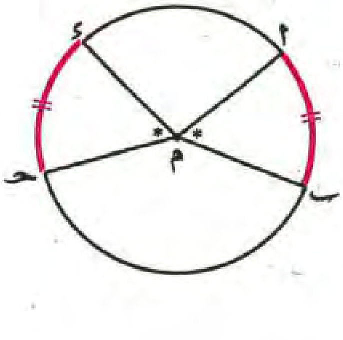
ففى الشكل المقابل :

إذا كانت م دائرة فيها : ق(أ ب⌒) = ق(حـ ء⌒)

فإن : طول أ ب⌒ = طول حـ ء⌒

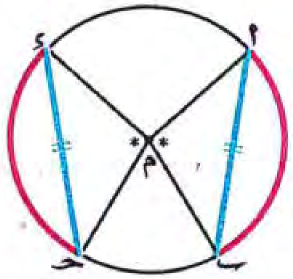
والعكس إذا كان : طول أ ب⌒ = طول حـ ء⌒

فإن : ق(أ ب⌒) = ق(حـ ء⌒)



نتيجة ٢

فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) الأقواس المتساوية فى القياس أوتارها متساوية فى الطول ، والعكس صحيح.



ففى الشكل المقابل :

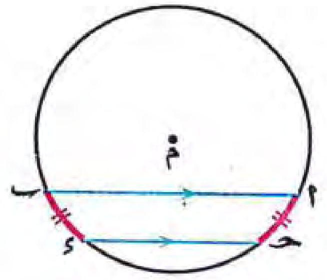
إذا كانت م دائرة فيها : ق (⌒أب) = ق (⌒حـ ء)

فإن : أب = حـ ء

والعكس إذا كان : أب = حـ ء فإن : ق (⌒أب) = ق (⌒حـ ء)

نتيجة ٣

الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس.



ففى الشكل المقابل :

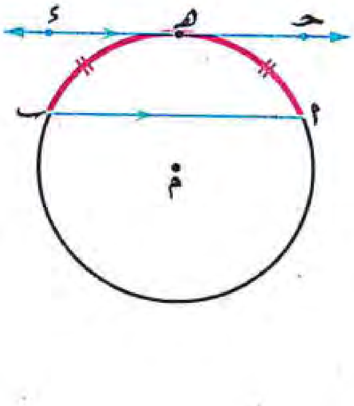
إذا كان : $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ وترين فى الدائرة م

، $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$

فإن : ق (⌒أحـ) = ق (⌒ب ء)

نتيجة ٤

القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه فى الدائرة متساويان فى القياس.



ففى الشكل المقابل :

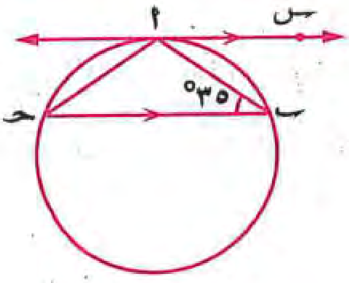
إذا كان : $\overline{\text{أب}}$ وترًا فى الدائرة م

، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ يمس الدائرة م فى هـ

، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ // $\overline{\text{أب}}$

فإن : ق (⌒هـ أ) = ق (⌒هـ ب)

مثال ٥



فى الشكل المقابل :

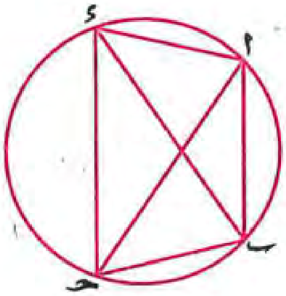
أس ↔ مماس للدائرة عند أ ، الوتر بحـ // أس ↔

، ق (∠ب) = ٣٥° أوجد : ق (∠ب أ حـ)

الحل

المعطيات	أس ↔ مماس للدائرة عند أ ، بحـ // أس ↔ ، ق (∠ب) = ٣٥°
المطلوب	إيجاد : ق (∠ب أ حـ)
البرهان	∵ أس ↔ // بحـ ∴ ق (⌒أب) = ق (⌒أحـ)
	∴ أب = أحـ
	فى Δ أب حـ : ∵ أب = أحـ ∴ ق (∠حـ) = ق (∠ب) = ٣٥°
	∴ ق (∠ب أ حـ) = ١٨٠° − (٣٥° + ٣٥°) = ١١٠° (وهو المطلوب)

مثال ٦



فى الشكل المقابل :

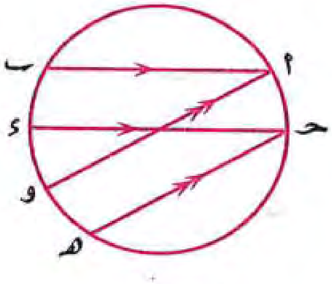
أب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة

فإذا كان : أحـ = ب ء فأثبت أن : أ ء = ب حـ

الحل

المعطيات	أب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة فيه : أحـ = ب ء
المطلوب	إثبات أن : أ ء = ب حـ
البرهان	∵ أحـ = ب ء (معطى) ∴ ق (⌒أحـ) = ق (⌒ب ء)
	وبطرح ق (⌒أب) من الطرفين :
	∴ ق (⌒أحـ) − ق (⌒أب) = ق (⌒ب ء) − ق (⌒أب)
	∴ ق (⌒ب حـ) = ق (⌒أ ء) ∴ ب حـ = أ ء (وهو المطلوب)

مثـال ٧



فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ وتران متوازيان ، $\overline{\text{أو}}$ ، $\overline{\text{حـ هـ}}$ وتران متوازيان

أثبت أن : ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{هـ و}}$)

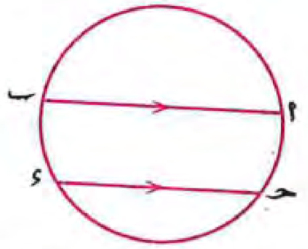
الحـــل

المعطيات	$\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{أو}}$ // $\overline{\text{حـ هـ}}$
المطلـوب	إثبات أن : ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{هـ و}}$)
البرهـــان	∵ $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) (١)
	، ∵ $\overline{\text{أو}}$ // $\overline{\text{حـ هـ}}$ ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{هـ و}}$) (٢)
	من (١) ، (٢) : ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{هـ و}}$) (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٣

فى كل مما يأتى أوجد ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) :

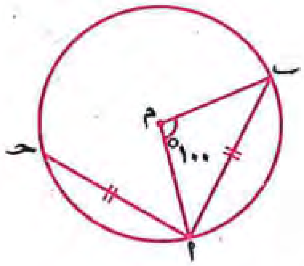
١



ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ١٦٠° ، ق ($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$) = ١٠٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ...°

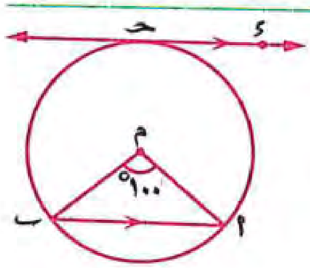
٢



ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ...°

٣ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماس للدائرة م عند حـ

فإن : ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ...°



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ طول نصف الدائرة يساوى .... (قنا ٢١)

(أ) π نق (ب) ١٨٠° (ج) $\frac{١}{٢}$ π نق (د) ٢ π نق

٢ قياس القوس الذى يمثل نصف قياس الدائرة يساوى .... (المنيا ٢٢ ، الجيزة ٢١)

(أ) ١٨٠° (ب) ٩٠° (ج) ١٢٠° (د) ٢٤٠°

٣ الزاوية المركزية التى قياسها ٩٠° تقابل قوسًا طوله = ... محيط الدائرة. (أسيوط ١١)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (ج) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٤ دائرة محيطها ٣٦ سم فإن قياس قوس منها طوله ٦ سم يساوى .... (المنوفية ٠٩)

(أ) ٦٠° (ب) ٣٠° (ج) ٩٠° (د) ١٢٠°

٥ طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ١٢٠° فى دائرة طول نصف قطرها نق يساوى .... (السويس ٠٩)

(أ) $\frac{١}{٣}$ π نق (ب) π نق (ج) $\frac{٢}{٣}$ π نق (د) ٣ π نق

٦ طول القوس الذى يمثل $\frac{١}{٤}$ محيط الدائرة يساوى .... (الدقهلية ١٧ ، القليوبية ١٦)

(أ) ٢ π نق (ب) π نق (ج) $\frac{١}{٢}$ π نق (د) ٤ π نق

٧ قياس القوس الذى يمثل $\frac{١}{٦}$ محيط الدائرة يساوى .... (القاهرة ١٥)

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (ج) ١٢٠° (د) ٣٠٠°

٨ طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ٣٠° فى دائرة محيطها ٣٦ سم يساوى .... سم (سوهاج ٠٩)

(أ) ١٨ (ب) ٩ (ج) ٣ (د) ٤,٥

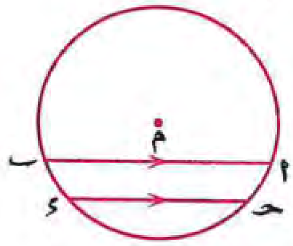
٩ قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}$ π نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها .... (الدقهلية ٢١)

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٢٤٠°

١٠ أ ب حـ ء مربع مرسوم داخل دائرة فإن : ق (⌒أ ب) = ... (قنا ٢٣)

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

١١ فى الشكل المقابل :



دائرة مركزها م فيها : $\overline{أ ب}$ // $\overline{حـ ء}$

فإن : .... (ع.سيناء ٢١)

(أ) ق (⌒أ حـ) = ق (⌒ب ء) (ب) أ ب = حـ ء

(جـ) $\overline{أ حـ}$ // $\overline{ب ء}$ (د) ق (⌒أ حـ) > ق (⌒ب ء)

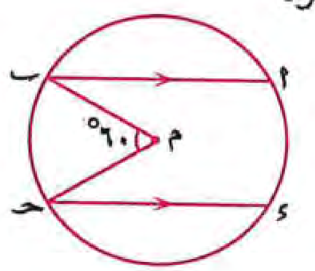
١٢ إذا كانت أ ، ب نقطتين تنتميان للدائرة م بحيث طول ⌒أ ب = π نق

فإن : $\overline{أ ب}$ .... فى الدائرة م

(أ) نصف قطر (ب) وتر غير مار بالمركز

(جـ) قطر (د) محور تماثل للدائرة

١٣ فى الشكل المقابل :



(أسوان ١٨)

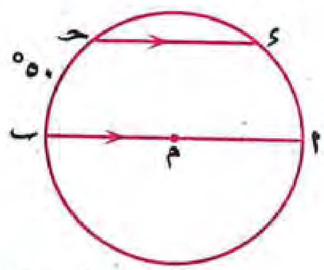
م دائرة ، $\overline{أ ب}$ // $\overline{حـ ء}$

، ق (∠ب م حـ) = ٦٠°

فإن : ق (⌒أ ء) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٦٠° (د) ١٢٠°

١٤ فى الشكل المقابل :



(الشرقية ٢١)

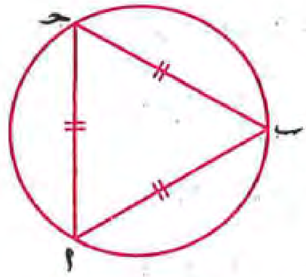
م دائرة ، ق (⌒ب حـ) = ٥٠°

، $\overline{ء حـ}$ // $\overline{أ ب}$

فإن : ق (⌒ء حـ) = ...

(أ) ١٠٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٨٠°

15 فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع

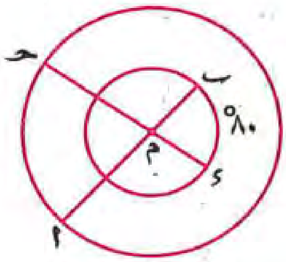
فإذا كان : طول (أب⌢) = ٨ سم

فإن محيط الدائرة المارة برؤوس المثلث = ... سم

(بورسعيد ٢٣)

(أ) ٢٤ (ب) ٤٨ (جـ) ١٦ (د) ٤٠

16 فى الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز فى م ، $\overline{أب} \cap \overline{حـ ء} = \{م\}$

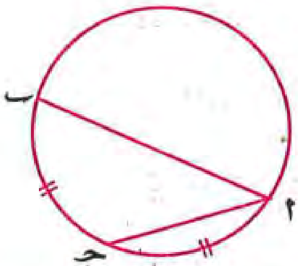
فإذا كان : ق (ب ء⌢) = ٨٠°

فإن : ق (أ حـ⌢) = ...

(السويس ١٣)

(أ) ٤٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٦٠°

17 فى الشكل المقابل :



إذا كانت حـ منتصف أب⌢

فإن : أب .... ٢ أ حـ

(الجيزة ١٧)

(أ) > (ب) < (جـ) ≤ (د) =

2 فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{هـ و}$ أقطار فى الدائرة م أكمل :

1 ق (أ حـ⌢) = ...°

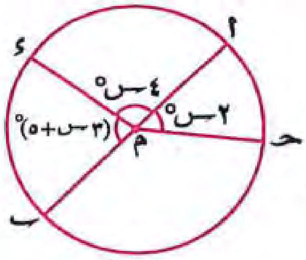
2 ق (أ حـ هـ⌢) = ...°

3 ق (أ حـ ء⌢) = ...°

4 ق (أ و هـ⌢) = ...°

٣ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، ادرس الشكل ثم أكمل :



١ س = ...°

٢ ق (⌒أحـ) = ...°

٣ ق (⌒أء) = ...°

٤ ق (⌒بحـ) = ...°

٥ ق (⌒حـأء) = ...°

٦ ق (⌒حـبء) = ...°

٧ ق (⌒أحـء) = ...°

٨ ق (⌒أءحـ) = ...°

---

٤ أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{١}{٣}$ قياس الدائرة

ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٢١ سم.

(اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$) مع توضيح خطوات الحل.

(المنوفية ١٦) «١٢٠° ، ٤٤ سم»

---

٥ في الشكل المقابل :



م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم

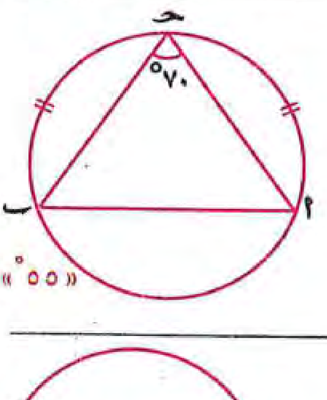
، ق (⌒أب) = ١٠٨°

أوجد : طول ⌒أب ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

(الإسكندرية ٢١) «١٣,٢ سم»

---

٦ في الشكل المقابل :



إذا كان : ق (⌒أحـ) = ق (⌒بحـ)

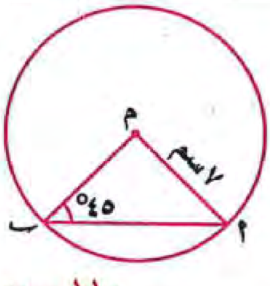
، ق (∠ أحـب) = ٧٠°

أوجد : ق (∠ أبحـ)

«٥٥°»

---

٧ في الشكل المقابل :



أ ، ب نقطتان تنتميان للدائرة م

بحيث ق (∠ م ب أ) = ٤٥° ، أ م = ٧ سم

أوجد : طول ⌒أب (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

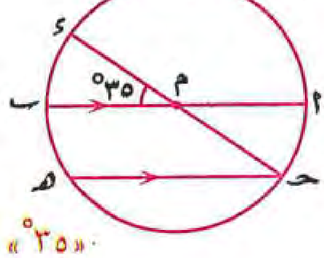
«١١ سم»

٨ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{حـ ء}$ قطران في الدائرة م

بحيث ق (∠ ء م ب) = ٣٥° ، $\overline{حـ هـ}$ // $\overline{أب}$

أوجد : ق ($\overset{\frown}{ب هـ}$)



« ٣٥° »

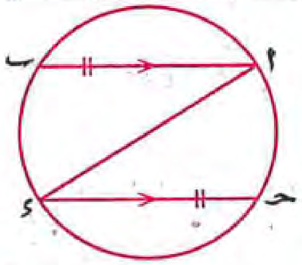
---

٩ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{حـ ء}$ وتران في الدائرة

، أب = حـ ء ، $\overline{أب}$ // $\overline{حـ ء}$

أثبت أن : $\overline{أء}$ قطرًا في الدائرة.



(بني سويف ٢٣)

---

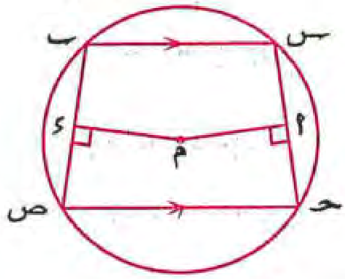
١٠ في الشكل المقابل :

$\overline{س ب}$ // $\overline{حـ ص}$

، $\overline{م أ}$ ⊥ $\overline{س حـ}$

، $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{ب ص}$

أثبت أن : م أ = م ء



(الجيزة ١٧)

---

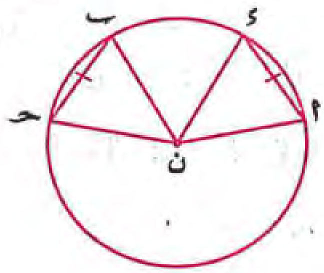
١١ في الشكل المقابل :

أ ، ب نقطتان تنتميان إلى الدائرة ن

، ء ∈ $\overset{\frown}{أب}$ الأصغر ، حـ ∈ $\overset{\frown}{أب}$ الأكبر

بحيث أ ء = ب حـ

أثبت أن : ق (∠ أ ن ب) = ق (∠ حـ ن ء)



(سوهاج ٠٥)

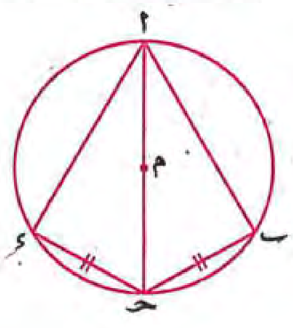
---

١٢ في الشكل المقابل :

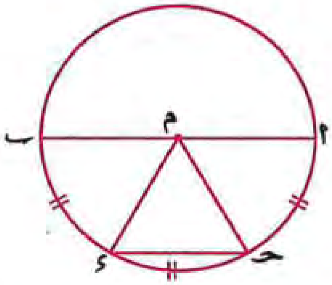
أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة م

، $\overline{أحـ}$ قطر في الدائرة ، حـ ب = حـ ء

أثبت أن : ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ق ($\overset{\frown}{أ ء}$)



١٣ **فى الشكل المقابل :**



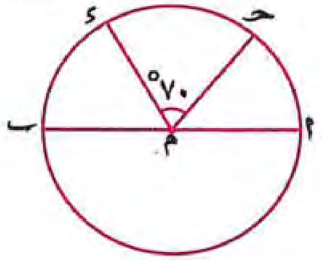
أب قطر فى الدائرة التى مركزها م

، ق (أحـ⌒) = ق (حـ ء⌒) = ق (ء ب⌒)

أثبت أن : Δ م حـ ء متساوى الأضلاع.

---

١٤ **فى الشكل المقابل :**



أب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ حـ م ء) = °٧٠

، ق (أحـ⌒) : ق (ء ب⌒) = ٥ : ٦

أوجد : ق (أحـ ء⌒)

(الغربية ٢٣ ، أسيوط ١٢) « °١٢٠ »

---

١٥ أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة ، فإذا كان : أب // ء حـ ، هـ منتصف أب⌒

فأثبت أن : حـ هـ = ء هـ

(دمياط ١٦ ، الجيزة ٠٥)

---

١٦ **فى الشكل المقابل :**



م دائرة ، حـ ء↔ مماس للدائرة عند حـ

، أب ، هـ و وتران فى الدائرة حيث :

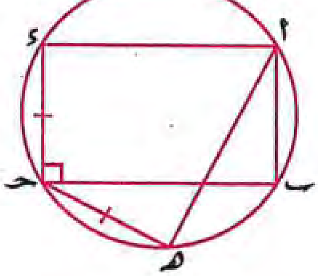
أب // هـ و // حـ ء↔

أثبت أن : حـ هـ = حـ و

(أسيوط ١٩ ، البحيرة ١٤ ، الإسكندرية ١١)

---

١٧ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة

، رسم الوتر حـ هـ بحيث حـ هـ = حـ ء

أثبت أن : أ هـ = ب حـ

(أسوان ١٩ ، بورسعيد ١٨ ، المنوفية ١٦ ، سوهاج ١٥)

١٨ في الشكل المقابل :



م دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم

، $\overline{أب}$ ، $\overline{حـ ء}$ وتران متوازيان في الدائرة

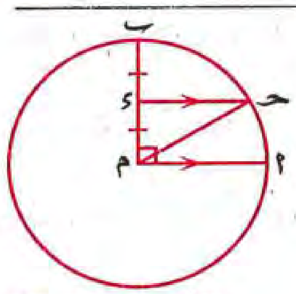
، ق $(\overset{\frown}{أحـ})$ = ٨٠° ، طول $\overset{\frown}{أحـ}$ = طول $\overset{\frown}{أب}$

أوجد : [١] ق (∠ م أ ب) [٢] ق $(\overset{\frown}{حـ ء})$ [٣] طول $\overset{\frown}{حـ ء}$

(الوادي الجديد ١٨) «٥٠° ، ١٢٠° ، ٣١,٤ سم»

---

١٩ في الشكل المقابل :



$\overline{م أ}$ // $\overline{حـ ء}$ ، م ء = ء ب

، ق (∠ أ م ب) = ٩٠°

أوجد : ق $(\overset{\frown}{أحـ})$

(الأقصر ١٩) «٣٠°»

---

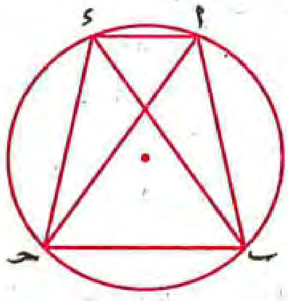
٢٠ إذا كانت : أ ، ب نقطتين تنتميان للدائرة م وكان : ق (∠ أ م ب) = $\frac{١}{٤}$ ق (∠ أ م ب المنعكسة)

أوجد : ق $(\overset{\frown}{أب})$

«٧٢°»

---

٢١ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة فيه :

أ حـ = ب ء ، أ ب = (٣ س − ٥) سم

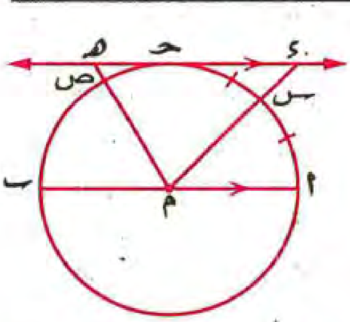
، حـ ء = (س + ٣) سم

أوجد بالبرهان : طول $\overline{أب}$

(الشرقية ٢٣) «٧ سم»

---

٢٢ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{ء هـ}$ مماس للدائرة عند حـ

، $\overline{أب}$ // $\overline{ء هـ}$ ، س منتصف $\overset{\frown}{أحـ}$

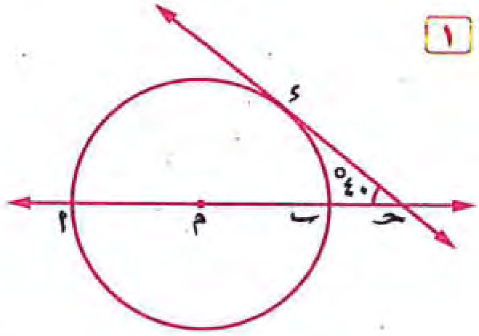
، ق $(\overset{\frown}{ب ص})$ = ٢ ق $(\overset{\frown}{حـ ص})$

أوجد : قياسات زوايا △ م ء هـ

(دمياط ١٣) «٤٥° ، ٧٥° ، ٦٠°»

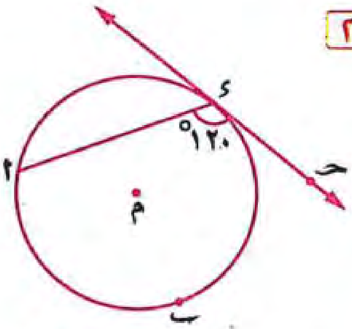
٢٣ في كل من الشكلين الآتيين : $\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة عند ء :

١



أوجد : ق ($\overset{\frown}{ء ب}$) ، ق ($\overset{\frown}{أ ء}$) «٥٠° ، ١٣٠°»

٢



أوجد : ق ($\overset{\frown}{أ ب ء}$) «٢٤٠°»

للمتفوقين

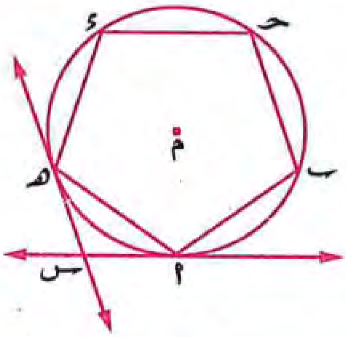
١ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء هـ خماسي منتظم مرسوم داخل الدائرة م

، $\overleftrightarrow{أ س}$ مماس للدائرة عند أ ، $\overleftrightarrow{هـ س}$ مماس للدائرة عند هـ

حيث $\overleftrightarrow{أ س} \cap \overleftrightarrow{هـ س} = \{س\}$

أوجد : **١** ق ($\overset{\frown}{أ هـ}$) **٢** ق (∠ أ س هـ) «٧٢° ، ١٠٨°»



---

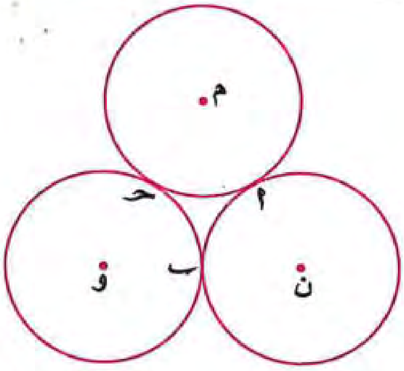
٢ في الشكل المقابل :

م ، ن ، و ثلاث دوائر متطابقة ومتماسة في أ ، ب ، حـ

، طول نصف قطر كل منها ١٠ سم

١ أثبت أن : طول $\overset{\frown}{أ ب}$ = طول $\overset{\frown}{ب حـ}$ = طول $\overset{\frown}{أ حـ}$

٢ أوجد : محيط الشكل أ ب حـ



«٣١,٤ سم»

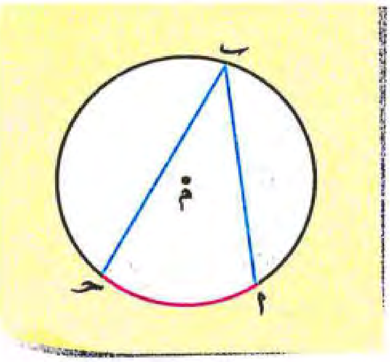
الدرس **2**

العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين فى القوس - تمارين مشهورة



الزاوية المحيطية

الزاوية المحيطية فى دائرة هى الزاوية التى رأسها على الدائرة ويحمل كل ضلع من ضلعيها وترًا فى هذه الدائرة.

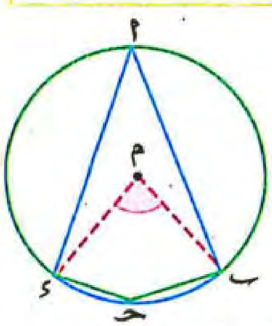


ففى الشكل المقابل :

- ∠ أ ب ج زاوية محيطية لأن رأسها ب ينتمى إلى الدائرة م وضلعيها $\overrightarrow{بأ}$ ، $\overrightarrow{بج}$ يحملان الوترين $\overline{بأ}$ ، $\overline{بج}$ فى الدائرة م
- ∠ أ ب ج المحيطية يقابلها $\overset{\frown}{أج}$

ملاحظة

لكل زاوية محيطية توجد زاوية مركزية واحدة فقط تشترك معها فى القوس.



ففى الشكل المقابل :

- ∠ ب أ د المحيطية تشترك مع ∠ ب م د المركزية فى القوس $\overset{\frown}{بجد}$.
- بينما ∠ ب ج د المحيطية تشترك مع ∠ ب م د المنعكسة فى القوس $\overset{\frown}{بأد}$

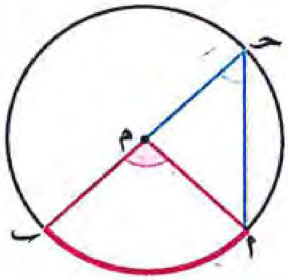
نظرية ١

قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس.

المعطيات فى الدائرة م : ∠ أ حـ ب محيطية ، ∠ أ م ب مركزية

المطلوب إثبات أن : ق (∠ أ حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب)

البرهـان **الحالة الأولى** «إذا كانت م تنتمى إلى أحد ضلعى الزاوية المحيطية أ حـ ب»



∵ ∠ أ م ب خارجة عن △ أ م حـ

∴ ق (∠ أ م ب) = ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) (١)

، ∵ م أ = م حـ (طولا نصفى قطرين)

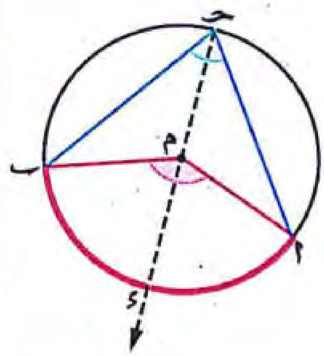
∴ ق (∠ أ) = ق (∠ حـ) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق (∠ أ م ب) = ٢ ق (∠ أ حـ ب)

∴ ق (∠ أ حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب) (وهو المطلوب)

الحالة الثانية «إذا كانت م نقطة داخل الزاوية المحيطية أ حـ ب»

العمـل نرسم $\overleftarrow{\text{حـ م}}$ ليقطع الدائرة فى ء



من الحالة الأولى :

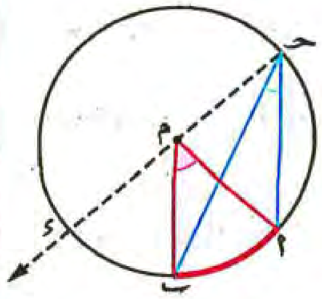
ق (∠ أ حـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ء)

، ق (∠ ب حـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م ء)

وبالجمع : ∴ ق (∠ أ حـ ء) + ق (∠ ب حـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ء) + $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م ء)

∴ ق (∠ أ حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب) (وهو المطلوب)

الحالة الثالثة «إذا كانت م تقع خارج الزاوية المحيطية أ حـ ب»



العمـــل: نرسم $\overleftarrow{\text{حـ م}}$ ليقطع الدائرة فى ى

من الحالة الأولى :

ق (∠ أ حـ ى) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ى)

، ق (∠ ب حـ ى) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م ى)

وبالطرح : ∴ ق (∠ أ حـ ى) − ق (∠ ب حـ ى) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ى) − $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م ى)

∴ ق (∠ أ حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب) (وهو المطلوب)

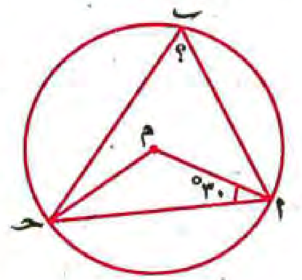
ملاحظـة

قياس الزاوية المركزية يساوى ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس.

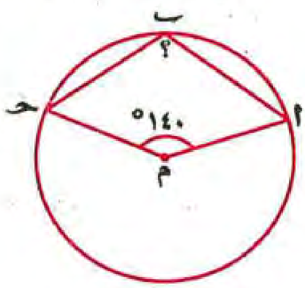
مثـال 1

فى كل من الأشكال الآتية :

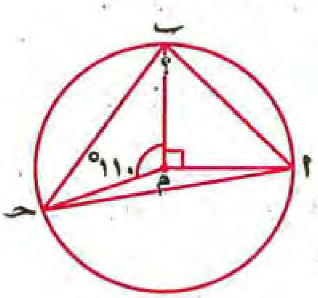
أوجد قياس الزاوية المشار إليها بعلامة (؟) علمًا بأن م هى مركز الدائرة :



شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)

الحـــل

شكل (١) فى △ أ م حـ : ∵ م أ = م حـ (طولا نصفى قطرين)

∴ ق (∠ م حـ أ) = ق (∠ م أ حـ) = °٣٠

∴ ق (∠ أ م حـ) = °١٨٠ − (°٣٠ + °٣٠) = °١٢٠

، ∵ ∠ أ ب حـ المحيطية تشترك مع ∠ أ م حـ المركزية فى $\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$

∴ ق (∠ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م حـ) = °٦٠ (وهو المطلوب)

شكل(٢) ∵ ق (∠ أ م حـ) = ١٤٠°

∴ ق (∠ أ م حـ المنعكسة) = ٣٦٠° − ١٤٠° = ٢٢٠°

، ∵ ∠ أ ب حـ المحيطية تشترك مع ∠ أ م حـ المركزية المنعكسة فى ⌒أ حـ الأكبر

∴ ق (∠ أ ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ أ م حـ المنعكسة) = ١١٠° (وهو المطلوب)

شكل(٣) ∵ ق (∠ أ م ب) = ٩٠° ، ق (∠ ب م حـ) = ١١٠°

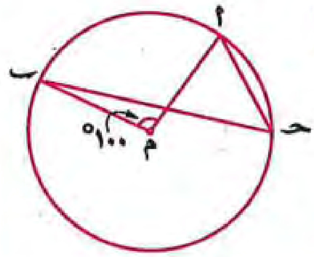
∴ ق (∠ أ م حـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ١١٠°) = ١٦٠°

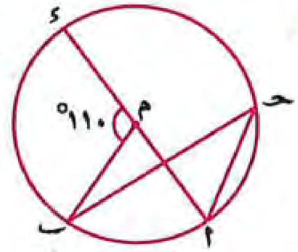
، ∵ ∠ أ ب حـ المحيطية تشترك مع ∠ أ م حـ المركزية فى ⌒أ حـ

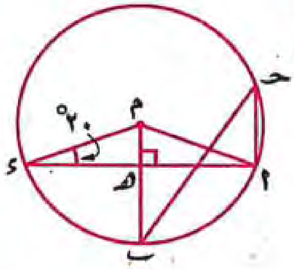
∴ ق (∠ أ ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ أ م حـ) = ٨٠° (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

فى كل مما يأتى أوجد ق (∠ أ حـ ب) علمًا بأن م مركز الدائرة :

١


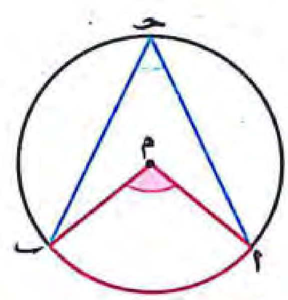
٢


٣


نتيجة ١

قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها.

ففى الشكل المقابل :



∵ ق (∠ حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ أ م ب) (محيطية ومركزية مشتركتان فى ⌒أ ب)

، ق (∠ أ م ب) = ق (⌒أ ب) ∴ ق (∠ حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (⌒أ ب) .

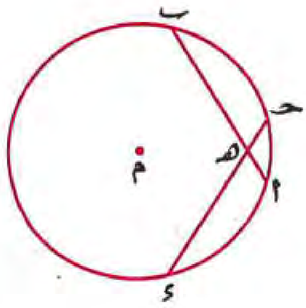
! ملاحظة

قياس القوس يساوى ضعف قياس الزاوية المحيطية المحصور بين ضلعيها.

ففى الشكل السابق : ق (⌒أ ب) = ٢ ق (∠ حـ)

مثال ٢

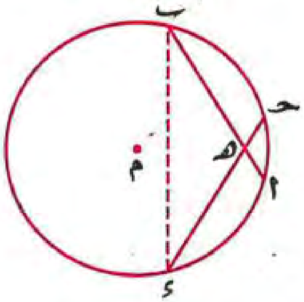
فى الشكل المقابل :



أب ∩ حـ ء = {هـ} ، أب = حـ ء

أثبت أن : هـ أ = هـ حـ

الحل



المعطيات أب ∩ حـ ء = {هـ} ، أب = حـ ء

المطلوب إثبات أن : هـ أ = هـ حـ

العمل نرسم ب ء

البرهان ∵ أب = حـ ء (١)

∴ ق (⌒أ ب) = ق (⌒حـ ء)

وبطرح ق (⌒أ حـ) من الطرفين : ∴ ق (⌒ب حـ) = ق (⌒أ ء)

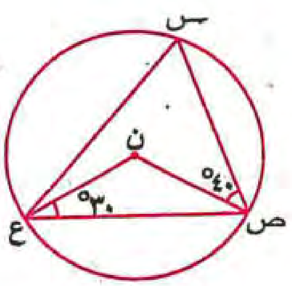
لكن ق (∠ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ب حـ) ، ق (∠ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒أ ء)

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ب) ∴ هـ ب = هـ ء (٢)

، وبطرح (٢) من (١) : ∴ هـ أ = هـ حـ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

فى الشكل المقابل :



س ص ع مثلث مرسوم داخل دائرة ن

، ق (∠ س ص ن) = °٤٠ ، ق (∠ ن ع ص) = °٣٠

أوجد كلًا مما يأتى :

١ ق (∠ ن)

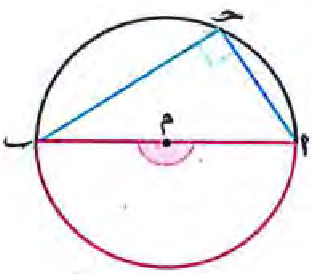
٢ ق (∠ س)

٣ ق (⌒س ع)

٤ ق (⌒س ص)

نتيجة ٢

الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة.



ففى الشكل المقابل :

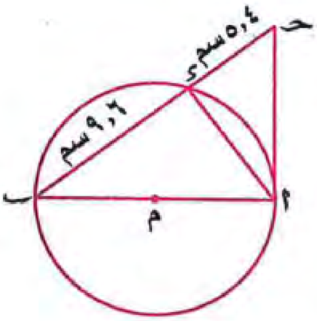
∵ ق (∠ح) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒أب) (نتيجة (١))

، ق (⌒أب) = ١٨٠° ∴ ق (∠ح) = ٩٠°

ملاحظات

1. الزاوية المحيطية القائمة تكون مرسومة فى نصف دائرة.
2. الزاوية المحيطية التى يقابلها قوس أصغر من نصف دائرة تكون حادة.
3. الزاوية المحيطية التى يقابلها قوس أكبر من نصف دائرة تكون منفرجة.

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

أب قطر فى الدائرة م ، أح تمسها عند أ ، ب ح تقطعها فى ء

فإذا كان : ب ء = ٩,٦ سم ، ء ح = ٥,٤ سم

فأوجد : طول نصف قطر الدائرة م

الحـــل

المعطيات | أب قطر فى الدائرة م ، أح تمسها عند أ ، ب ء = ٩,٦ سم ، ء ح = ٥,٤ سم

المطلــوب | **إيجاد :** طول نصف قطر الدائرة م

البرهـــان | ∵ أح تمس الدائرة عند أ ، أب قطر فيها ∴ ق (∠ب أ ح) = ٩٠°

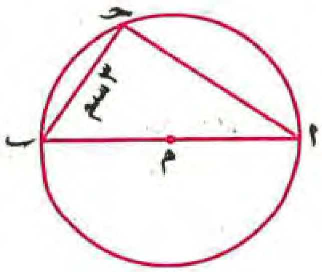
، ∵ أب قطر فى الدائرة ∴ ق (∠أ ء ب) = ٩٠°

∴ Δ أ ب ح قائم الزاوية فى أ ، أء ⊥ ب ح

∴ $(\text{أب})^2$ = ب ء × ب ح = ٩,٦ × (٩,٦ + ٥,٤) = ١٤٤

∴ أب = ١٢ سم ∴ طول نصف قطر الدائرة م يساوى ٦ سم (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٣



فى الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر فى دائرة م طول نصف قطرها ٢,٥ سم

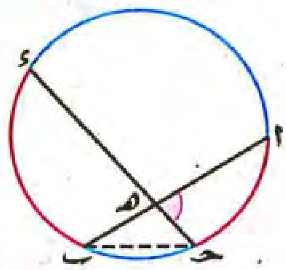
فإذا كان : ب حـ = ٣ سم فأوجد :

(١) محيط Δ أ ب حـ (٢) مساحة Δ أ ب حـ

تمارين مشهورة على نظرية (١) ونتائجها

تمرين مشهور ١

إذا تقاطع وتران فى نقطة داخل دائرة ، فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوى نصف مجموع قياسى القوسين المقابلين لها.



المعطيات $\overline{أب}$ ، $\overline{حـ ء}$ وتران فى دائرة متقاطعان فى نقطة هـ

المطلوب إثبات أن :

(١) ق (∠ أ هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{أ حـ}$) + ق ($\overset{\frown}{ب ء}$)]

(٢) ق (∠ حـ هـ ب) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) + ق ($\overset{\frown}{أ ء}$)]

العمل نرسم $\overline{ب حـ}$ (أ، $\overline{أ ء}$)

البرهان ∵ ∠ أ هـ حـ خارجة عن Δ هـ ب حـ

∴ ق (∠ أ هـ حـ) = ق (∠ ب) + ق (∠ حـ)

، ∵ ق (∠ ب) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{أ حـ}$) ، ق (∠ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{ب ء}$)

∴ ق (∠ أ هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{أ حـ}$) + $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{ب ء}$)

= $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{أ حـ}$) + ق ($\overset{\frown}{ب ء}$)] (المطلوب أولاً)

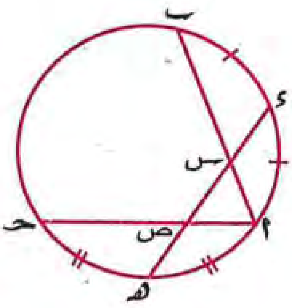
وبالمثل برسم $\overline{أ حـ}$ (أ، $\overline{ب ء}$) يمكن إثبات أن :

ق (∠ حـ هـ ب) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) + ق ($\overset{\frown}{أ ء}$)] (المطلوب ثانياً)

مثال ٤

$\overline{أب}$ ، $\overline{أح}$ وتران فى دائرة ، ء منتصف $\overset{\frown}{أب}$ ، هـ منتصف $\overset{\frown}{أح}$
، رسم $\overline{ءهـ}$ فقطع $\overline{أب}$ فى س ، $\overline{أح}$ فى ص
أثبت أن : Δ أ س ص متساوى الساقين.

الحل



المعطيات | ء منتصف $\overset{\frown}{أب}$ ، هـ منتصف $\overset{\frown}{أح}$

المطلوب | إثبات أن : Δ أ س ص متساوى الساقين.

البرهان | $\because$ ق (∠ أ س هـ) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{أهـ}$) + ق ($\overset{\frown}{بء}$)]

، ق (∠ أ ص ء) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{حهـ}$) + ق ($\overset{\frown}{أء}$)]

، $\because$ ء منتصف $\overset{\frown}{أب}$ ، هـ منتصف $\overset{\frown}{أح}$

$\therefore$ ق ($\overset{\frown}{أهـ}$) = ق ($\overset{\frown}{حهـ}$) ، ق ($\overset{\frown}{بء}$) = ق ($\overset{\frown}{أء}$)

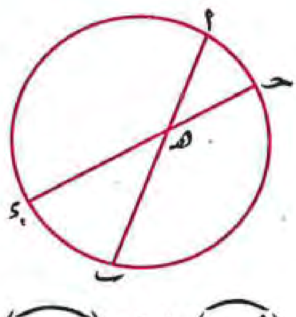
$\therefore$ ق (∠ أ س هـ) = ق (∠ أ ص ء)

$\therefore$ أ س = أ ص

$\therefore$ Δ أ س ص متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٤

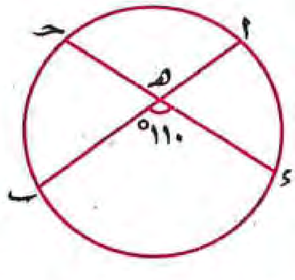
١



إذا كان : ق ($\overset{\frown}{أح}$) + ق ($\overset{\frown}{بء}$) = 80°

فأوجد : ق (∠ أ هـ ح)

٢



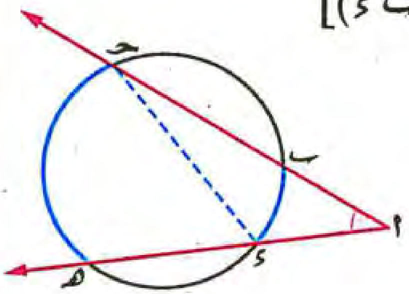
إذا كان : ق (∠ ء هـ ب) = 110°

، ق ($\overset{\frown}{بح}$) = 70°

فأوجد : ق ($\overset{\frown}{أء}$)

تمرين مشهور ٢

إذا تقاطع شعاعان حاملان لوترين فى دائرة خارجها ، فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوى نصف قياس القوس الأكبر مطروحًا منه نصف قياس القوس الأصغر اللذين يحصرهما ضلعا هذه الزاوية.



المعطيات | ←حب ∩ ←هء = {أ}

المطلوب | إثبات أن : ق (∠ أ) = ½ [ق (⌒حـهـ) − ق (⌒ب ء)]

العمل | نرسم ءحـ (أ، بهـ)

البرهان | ∵ ∠ حـ ء هـ خارجة عن Δ أ ء حـ

∴ ق (∠ حـ ء هـ) = ق (∠ أ) + ق (∠ حـ)

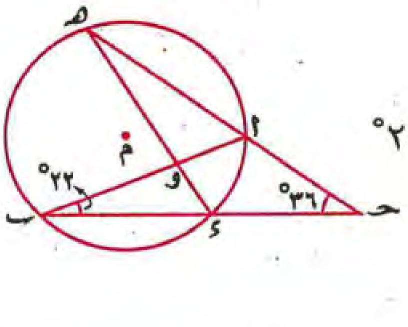
∴ ق (∠ أ) = ق (∠ حـ ء هـ) − ق (∠ حـ)

، ∵ ق (∠ حـ ء هـ) = ½ ق (⌒حـهـ) ، ق (∠ حـ) = ½ ق (⌒ب ء)

∴ ق (∠ أ) = ½ ق (⌒حـهـ) − ½ ق (⌒ب ء)

= ½ [ق (⌒حـهـ) − ق (⌒ب ء)] (وهو المطلوب)

مثال ٥



فى الشكل المقابل :

←هـأ ∩ ←ب ء = {حـ} ، ق (∠ حـ) = ٣٦° ، ق (∠ أ ب ء) = ٢٢°

أوجد : ق (⌒ب هـ)

الحل

المعطيات | ←هـأ ∩ ←ب ء = {حـ} ، ق (∠ حـ) = ٣٦° ، ق (∠ أ ب ء) = ٢٢°

المطلوب | إيجاد : ق (⌒ب هـ)

البرهان ∵ ق (∠ أ ب ء) = ٢٢° ∴ ق (أ⌒ء) = ٢ ق (∠ أ ب ء) = ٤٤°

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{هـ أ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ = {ح} ∴ ق (∠ ح) = $\frac{1}{2}$ [ق (ب⌒هـ) − ق (أ⌒ء)]

∴ ٣٦° = $\frac{1}{2}$ [ق (ب⌒هـ) − ٤٤°]

∴ ٧٢° = ق (ب⌒هـ) − ٤٤° ∴ ق (ب⌒هـ) = ١١٦° (وهو المطلوب)

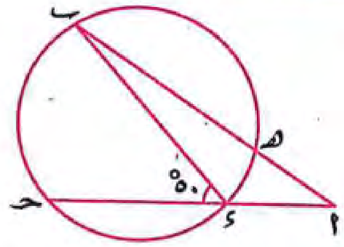
برهان آخر ∵ ∠ هـ أ ب خارجة عن Δ أ ح ب

∴ ق (∠ هـ أ ب) = ق (∠ ح) + ق (∠ ب) = ٣٦° + ٢٢° = ٥٨°

∴ ق (هـ⌒ب) = ٢ ق (∠ هـ أ ب) = ٢ × ٥٨° = ١١٦° (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٥

(١)

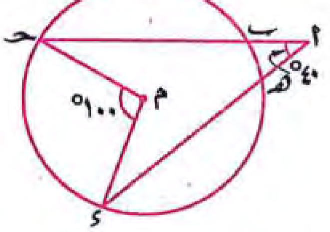


إذا كان : ق (∠ ب ء ح) = ٥٠°

، ق (ء⌒هـ) = ٣٠°

فأوجد : ق (∠ أ)

(٢)



إذا كان : ق (∠ أ) = ٤٠°

، ق (∠ ء م ح) = ١٠٠°

فأوجد : ق (ب⌒هـ)

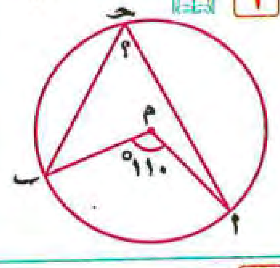
اختبـــار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ⁂ حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

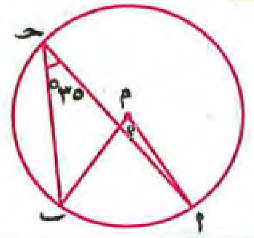
أولًا مسائل على نظرية (١) ونتائجها

١ فى كل مما يأتى أوجد قياسات الزوايا والأقواس المشار إليها بالعلامة (؟) علمًا بأن م مركز الدائرة :

١ 📖



٢



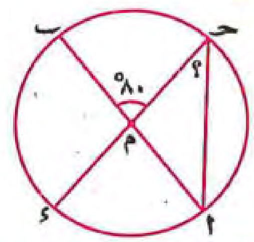
٣



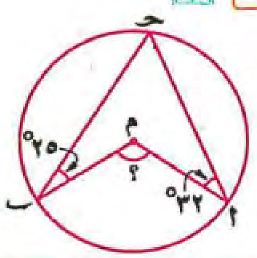
٤ 📖



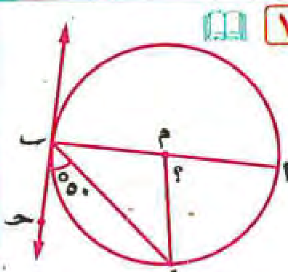
٥



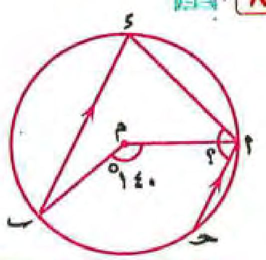
٦ 📖



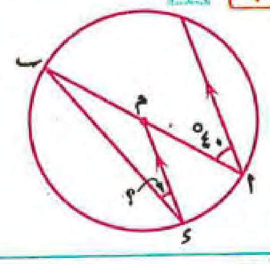
٧ 📖



٨ 📖



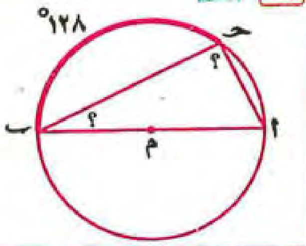
٩ 📖



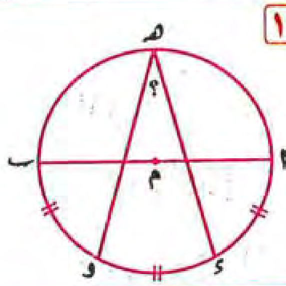
١٠ 📖



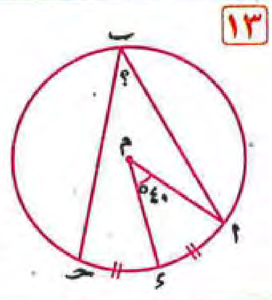
١١ 📖



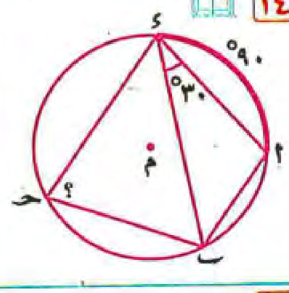
١٢



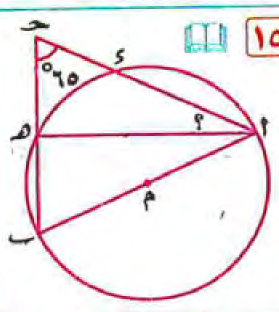
١٣



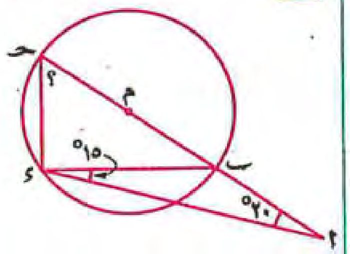
١٤ 📖



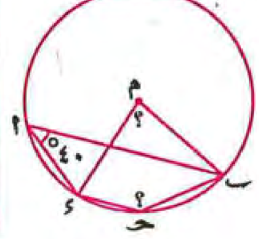
١٥ 📖



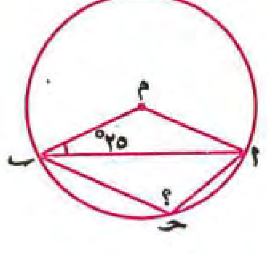
١٦



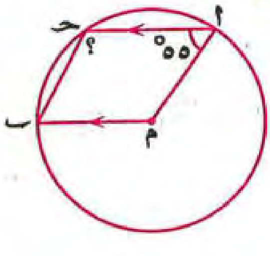
١٧



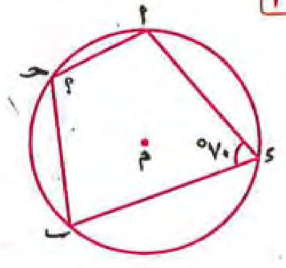
١٨



١٩ 📖



٢٠



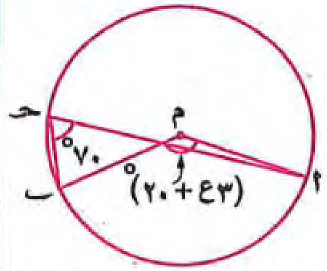
٢ في كل من الأشكال الآتية ، م دائرة ، أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس :

١



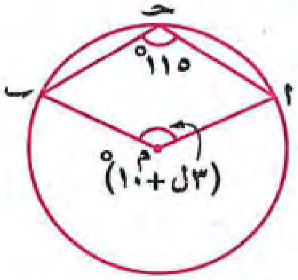
ص = ...

٢



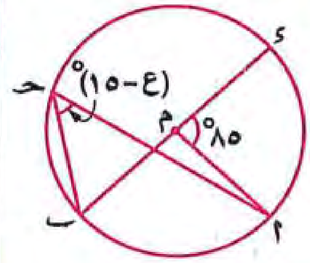
ع = ...

٣



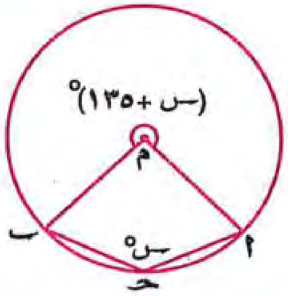
ل = ...

٤



ع = ...

٥



س = ...

٦



ص = ... ، ع = ...

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية المحيطية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس. (الإسكندرية ٢٣ ، القاهرة ١٩ ، الجيزة ١٧ ، أسوان ١٥)

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

٢ النسبة بين قياس الزاوية المركزية وقياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس تساوى .... (الفيوم ١١)

(أ) ٣ : ١ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٣ إذا كان قياس زاوية مركزية ١٠٠° فإن قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى نفس القوس يساوى .... (الجيزة ١١)

(أ) ٢٠٠° (ب) ١٠٠° (جـ) ٥٠° (د) ٢٥°

٤ قياس القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٤٠° يساوى ....

(أ) ٢٠°　(ب) ٤٠°　(جـ) ٨٠°　(د) ٩٠°

٥ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون .... (الوادى الجديد ٢٣)

(أ) منفرجة.　(ب) حادة.　(جـ) قائمة.　(د) مستقيمة.

٦ نوع الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أكبر من نصف دائرة .... (البحيرة ٢٣)

(أ) حادة.　(ب) منفرجة.　(جـ) قائمة.　(د) مستقيمة.

٧ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أصغر فى الدائرة .... (دمياط ٢٣ ، الإسكندرية ١٧ ، قنا ١٦)

(أ) منعكسة.　(ب) قائمة.　(جـ) منفرجة.　(د) حادة.

٨ الزاوية المحيطية المرسومة فى ربع دائرة تكون .... (القليوبية ٢٣)

(أ) حادة.　(ب) قائمة.　(جـ) مستقيمة.　(د) منفرجة.

٩ أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع مرسوم داخل دائرة

فإن : ق $(\overset{\frown}{أ ب})$ = ... (الفيوم ١٨)

(أ) ٣٠°　(ب) ٦٠°　(جـ) ٩٠°　(د) ١٢٠°

١٠ طول القوس المقابل لزاوية محيطية قائمة فى دائرة محيطها ٤٤ سم

يساوى .... سم (الدقهلية ١٢)

(أ) ٢٢　(ب) ١١　(جـ) $\frac{٢٢}{٧}$　(د) $\frac{٤٤}{٧}$

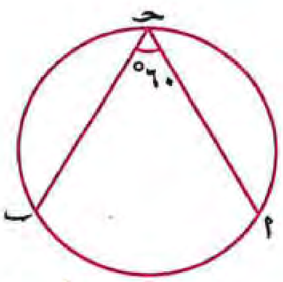
١١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى $\frac{١}{٣}$ دائرة يساوى .... (القاهرة ٠٩)

(أ) ٢٤٠°　(ب) ١٢٠°　(جـ) ٦٠°　(د) ٣٠°

١٢ قياس الزاوية المحيطية التى تحصر قوسًا يمثل $\frac{١}{٣}$ دائرة يساوى ....

(أ) ٢٤٠°　(ب) ١٢٠°　(جـ) ٦٠°　(د) ٣٠°

١٣ فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ حـ ب) = ٦٠°

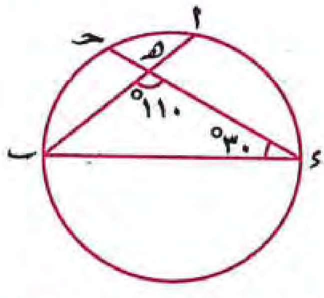
فإن طول (أ⌒ب) = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ π نق (ب) $\frac{١}{٣}$ π نق

(جـ) $\frac{١}{٦}$ π نق (د) ١٢ π نق

(الإسماعيلية ٢٣)

١٤ فى الشكل المقابل :



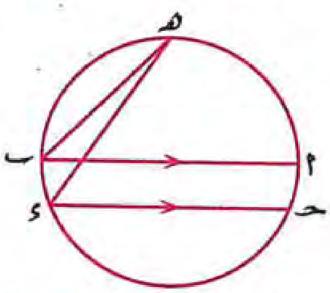
أب ∩ حـ ء = {ﻫ} ، ق (∠ ء) = ٣٠°

، ق (∠ ء ﻫ ب) = ١١٠°

فإن : ق (أ⌒ء) = ...

(أ) ٨٠° (ب) ٧٠° (جـ) ٤٠° (د) ٦٠° (القليوبية ٠٥)

١٥ فى الشكل المقابل :



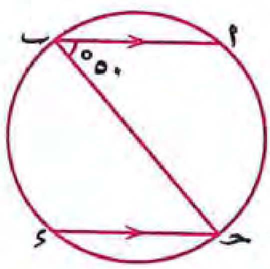
أب ، حـ ء وتران متوازيان

، ق (أ⌒حـ) = ٣٠°

فإن : ق (∠ ب ﻫ ء) = ...

(أ) ١٥° (ب) ١٠° (جـ) ٣٠° (د) ٦٠° (الجيزة ٢٣)

١٦ فى الشكل المقابل :



أب // حـ ء

، ق (∠ ب) = ٥٠°

فإن : ق (أ⌒حـ) + ق (ب⌒ء) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٢٠٠° (جـ) ١٥٠° (د) ١٨٠° (أسوان ٢٣)

١٧ فى الشكل المقابل :



أب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ أ) = ٢٥°

، ق (∠ ب) = ٣٢°

فإن : ق (∠ حـ م ء) = ...

(أ) ٣٣° (ب) ٦٦° (جـ) ١٢٣° (د) ١٤٧°

١٨ في الشكل المقابل :

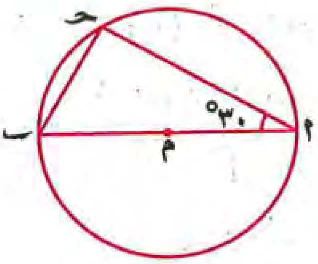


م دائرة فإن : ق (∠ حـ أ م) = ...

(أ) ٢٠°   (ب) ٣٠°

(جـ) ٤٠°   (د) ٥٠°

١٩ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أب}}$ قطر في الدائرة م التي طول نصف قطرها ٤ سم

، ق (∠ أ) = ٣٠°

فإن : ب حـ = ... سم   (مطروح ١١)

(أ) ٢   (ب) ٤   (جـ) ٦   (د) ٨

٢٠ في الشكل المقابل :



م دائرة ، إذا كان : ق (∠ م) − ق (∠ أ) = ٥٠°

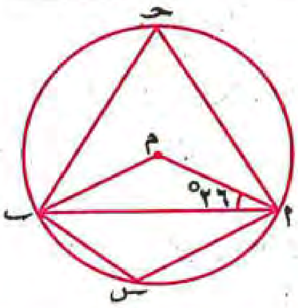
فإن : ق (∠ أ) = ...   (المنيا ١٧ ، بورسعيد ١٣)

(أ) ٤٠°   (ب) ٥٠°

(جـ) ١٠٠°   (د) ١٣٠°

---

٤ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م ،

$\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ نصفا قطرين فيها ، ق (∠ م أ ب) = ٢٦° ، س ∈ $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$

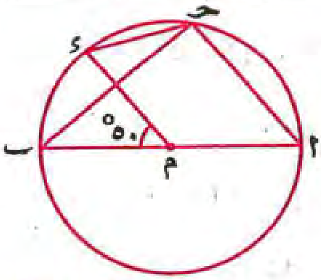
أوجد بالبرهان : ١ ق (∠ أ م ب)   ٢ ق (∠ أ حـ ب)

٣ ق (∠ أ س ب)   ٤ ق ($\overset{\frown}{\text{أ س ب}}$)

«١٢٨° ، ٦٤° ، ١١٦° ، ١٢٨°»

---

٥ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أب}}$ قطر في الدائرة م

، ق (∠ ب م ء) = ٥٠°

أوجد : ق (∠ أ حـ ء)

(دمياط ١٤) «١١٥°»

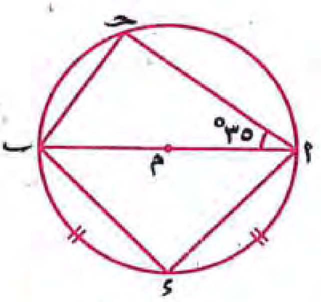
٦ **فى الشكل المقابل :**

أب قطر فى الدائرة م

، طول (⌒أ ء) = طول (⌒ب ء)

، ق (∠ حـ أ ب) = ٣٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ ب ء)



(المنيا ١١) «١٠٠°»

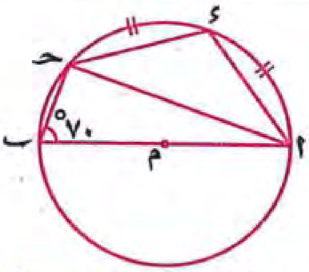
---

٧ **فى الشكل المقابل :**

أب قطر فى الدائرة م

، طول (⌒أ ء) = طول (⌒ء حـ) ، ق (∠ أ ب حـ) = ٧٠°

أوجد كلًا من : ق (∠ ء حـ أ) ، ق (∠ حـ أ ب)



(الإسماعيلية ٠٥) «٣٥° ، ٢٠°»

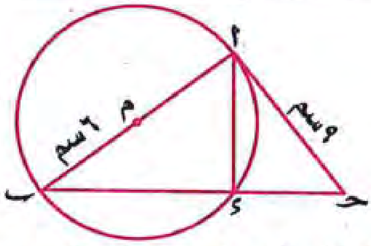
---

٨ **فى الشكل المقابل :**

أب قطر فى دائرة مركزها م ، أحـ تمس الدائرة عند أ

، فإذا كان : أحـ = ٩ سم ، ب م = ٦ سم

أوجد : طول كل من ب حـ ، أ ء



(سوهاج ١٧ ، كفر الشيخ ٠٤) «١٥ سم ، ٧,٢ سم»

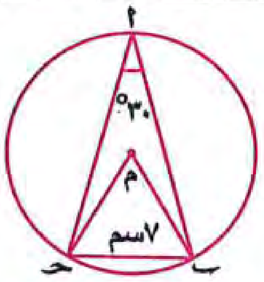
---

٩ **فى الشكل المقابل :**

ق (∠ أ) = ٣٠°

، ب حـ = ٧ سم

أوجد : مساحة الدائرة م $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$



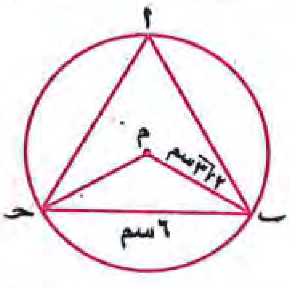
(قنا ٢٣ ، الغربية ٠٩) «١٥٤ سم^٢»

---

١٠ **فى الشكل المقابل :**

دائرة م فيها : ب حـ = ٦ سم ، ب م = ٢ $\sqrt{٣}$ سم

أوجد : ق (∠ ب أ حـ) (إرشاد : ارسم م ء ⊥ ب حـ)



(الوادى الجديد ١٣) «٦٠°»

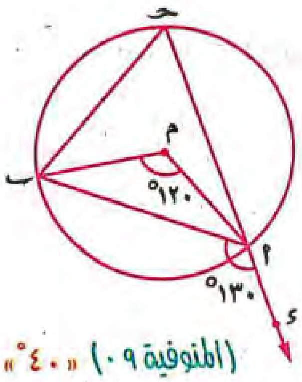
١١ في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أ ب جـ}$ مثلث مرسوم داخل دائرة م ، ء $\in$ $\overleftarrow{جـ أ}$

، ق (∠ ب أ ء) = ١٣٠°

، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

أوجد : ق (∠ م ب جـ)



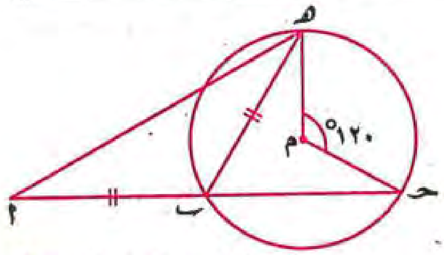
(المنوفية ٠٩) «٤٠°»

١٢ في الشكل المقابل :

م دائرة ، ق (∠ هـ م جـ) = ١٢٠°

، أ ب = ب هـ

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ)

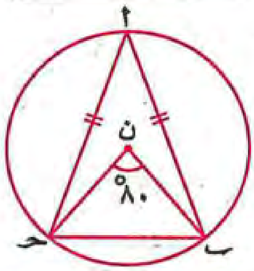


(ج. سيناء ١٦) «٣٠°»

١٣ بالاستعانة بالشكل المقابل أوجد :

١ ق (∠ أ ب جـ)

٢ ق ($\frown{ب جـ}$) الأكبر.



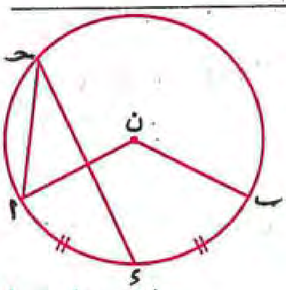
(القاهرة ١٩ ، الوادى الجديد ٠٦) «٧٠° ، ٢٨٠°»

١٤ في الشكل المقابل :

ء منتصف $\frown{أ ب}$

أثبت أن :

ق (∠ أ جـ ء) = $\frac{1}{4}$ ق (∠ أ ن ب)



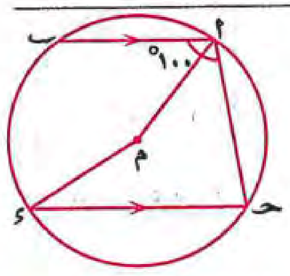
(بنى سويف ٠٤)

١٥ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران فى الدائرة م

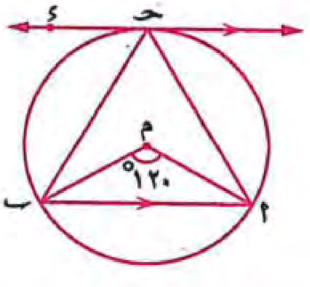
، ق (∠ ب أ جـ) = ١٠٠° ، $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ ء}$

أوجد : ق (∠ أ م ء)



(الدقهلية ١٨) «١٦٠°»

١٦ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماس للدائرة عند حـ

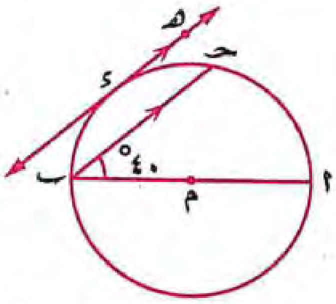
، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن : المثلث حـ أ ب متساوى الأضلاع.

(الأقصر ٢٣ ، الجيزة ١٩ ، الإسكندرية ١٩ ، ج. سيناء ١٨ ، الإسكندرية ١٦ ، الإسماعيلية ١٣)

---

١٧ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ب) = ٤٠°

، $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ مماس للدائرة عند ء

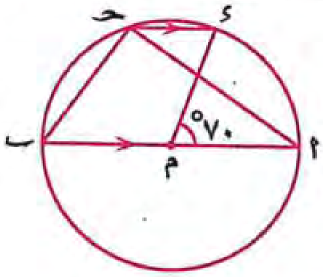
، $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أوجد : ق ($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$)

(المنوفية ١٧) «٥٠°»

---

١٨ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م

، $\overline{\text{ء حـ}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

، ق (∠ أ م ء) = ٧٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ حـ ء) ، ق (∠ أ ب حـ)

(المنيا ١٧) «٣٥° ، ٥٥°»

---

١٩ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى دائرة م ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتر فيها حيث ق (∠ ب أ حـ) = ٣٠° ، رسمت $\overline{\text{ب حـ}}$

، ورسم $\overrightarrow{\text{م ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ يقطعه فى ء

أثبت أن : [١] $\overline{\text{ء م}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

[٢] طول $\overline{\text{ب حـ}}$ = طول نصف قطر الدائرة.

(المنوفية ١٧)

---

٢٠ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج فى أ ، رُسم $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ أ}}$ يقطعان الدائرة م فى ب ، حـ ويقطعان الدائرة ن فى ء، هـ على الترتيب ، فإذا كان ق (∠ ب م حـ) = ١٤٠°

، أوجد فى الدائرة ن : ق ($\overset{\frown}{\text{هـ ء}}$)

(الدقهلية ١٦) «١٤٠°»

٢١ $\overline{\text{ب ح}}$ قطر فى دائرة م ، $\overline{\text{ب ص}}$ وتر فيها ، ه ∈ $\overleftarrow{\text{ب ص}}$ حيث ص منتصف $\overline{\text{ب ه}}$

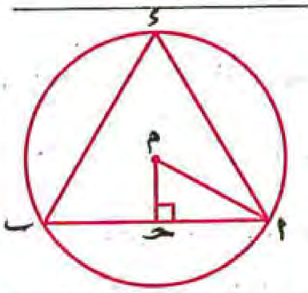
أثبت أن : ق (∠ ص م ح) = ٢ ق (∠ ب ه ح) (الدقهلية ١٨)

---

٢٢ أ نقطة خارج الدائرة م ، $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة عند ب ، $\overleftarrow{\text{أ م}}$ قطع الدائرة م فى ح ، ء على الترتيب ، ق (∠ أ) = ٤٠° **أوجد بالبرهان :** ق (∠ ب ء ح) «٢٥°»

---

٢٣ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ب}}$ وتر فى الدائرة م

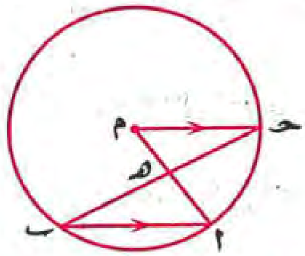
، $\overline{\text{م ح}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

أثبت أن : ق (∠ أ م ح) = ق (∠ أ ء ب)

(المنيا ١٩ ، بورسعيد ١٤ ، البحيرة ١٣)

---

٢٤ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ب}}$ وتر فى الدائرة م ، $\overline{\text{ح م}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

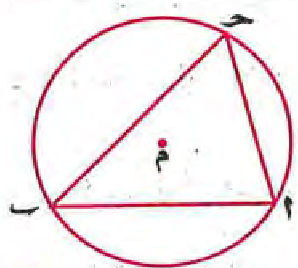
، $\overline{\text{ب ح}}$ ∩ $\overline{\text{أ م}}$ = {ه}

أثبت أن : ب ه > أ ه

(القليوبية ١٩ ، المنوفية ١٨ ، الغربية ١٨ ، الغربية ١٧ ، بنى سويف ١٦)

---

٢٥ **فى الشكل المقابل :**



أ ب ح مثلث مرسوم داخل دائرة م

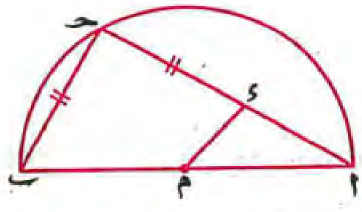
، ق ($\frown{\text{أ ب}}$) : ق ($\frown{\text{ب ح}}$) : ق ($\frown{\text{أ ح}}$) = ٤ : ٥ : ٣

أوجد : ق (∠ أ ح ب)

(الإسكندرية ١٦) «٦٠°»

---

٢٦ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى نصف دائرة م

، ح ء = ح ب = نق

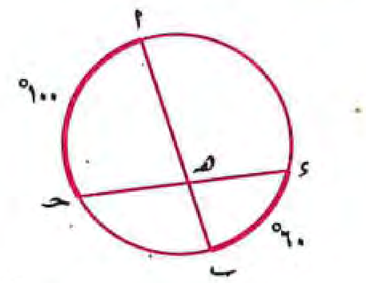
أوجد : ق (∠ أ ء م)

«١٠٥°»

ثانيا مسائل على التمارين المشهورة

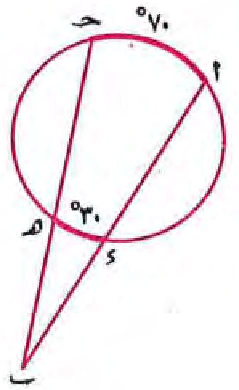
١ ادرس كلًا من الأشكال الآتية ثم أكمل :

١



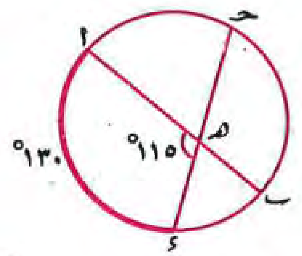
ق (∠ أ هـ حـ) = ...°

٢



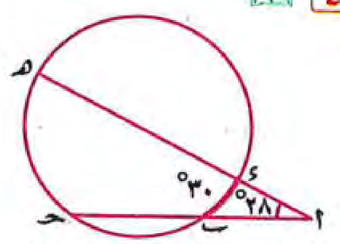
ق (∠ ب) = ...°

٣



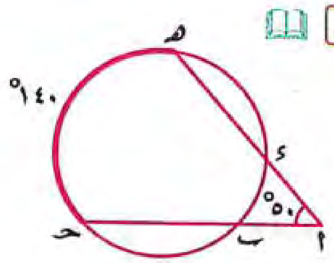
ق (⌒ب حـ) = ...°

٤



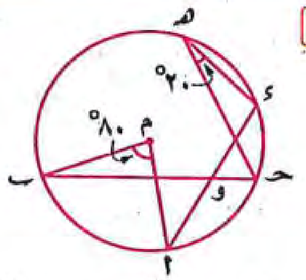
ق (⌒هـ حـ) = ...°

٥



ق (⌒ء ب) = ...°

٦



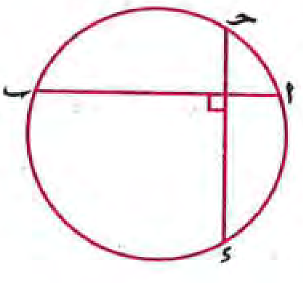
ق (∠ أ و ب) = ...°

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا تقاطع وتران فى نقطة داخل الدائرة فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوى .... مجموع قياسى القوسين المقابلين لهما. (القاهرة ٢٣)

(أ) ضعف (ب) نصف (جـ) ثلث (د) ربع

٢ فى الشكل المقابل :



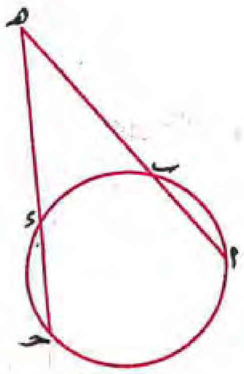
ق (⌒أ حـ) + ق (⌒ب ء) = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠°

(جـ) ١٨٠° (د) ٢٧٠°

(بورسعيد ٢٣ ، القاهرة ١٦ ، المنوفية ١٥)

[٣] في الشكل المقابل :



(الأقصر ١١)

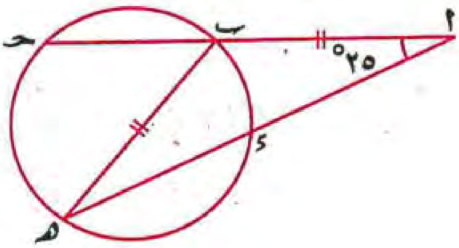
إذا كان : ق (أ حـ) − ق (ب ء) = ٧٠°

فإن : ق (∠ هـ) = ...

(أ) ٣٥° (ب) ٧٠°

(جـ) ١١٠° (د) ١٤٠°

[٤] في الشكل المقابل :



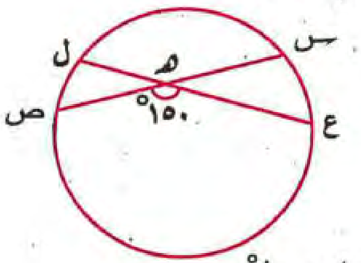
أ ب = ب هـ

، ق (∠ هـ أ حـ) = ٢٥°

فإن : ق (حـ هـ) = ...

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٨٠°

[٥] في الشكل المقابل :

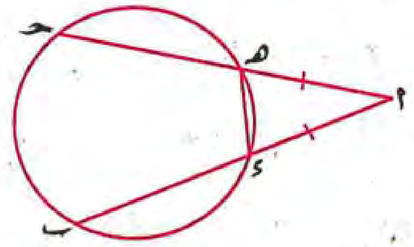


إذا كان : ق (∠ ع هـ ص) = ١٥٠°

فإن : ق (س ع) + ق (ل ص) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٠٠°

[٦] في الشكل المقابل :



إذا كان : ق (ب حـ) = ١١٢°

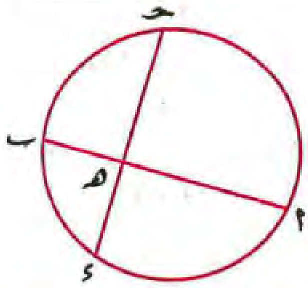
، ق (ء هـ) = ٤٤° ، أ ء = أ هـ

فإن : ق (∠ أ ء هـ) = ...

(أ) ٧٥° (ب) ٧٣° (جـ) ٧٠° (د) ٧٦° (كفر الشيخ ٠٨)

---

[٣] في الشكل المقابل :



أ ب ، حـ ء وتران في الدائرة ، أ ب ∩ حـ ء = {هـ}

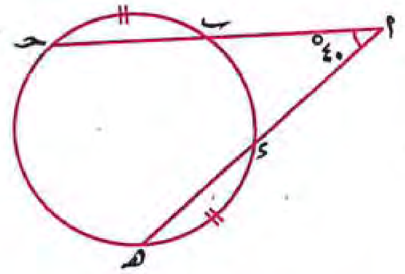
فإذا كان : ق (ب ء) = ٦٠° ، ق (أ ء) = ١٠٠°

، ق (أ حـ) = ١٢٠°

فاحسب : [١] ق (حـ ب) [٢] ق (∠ حـ هـ ب)

(الإسكندرية ٠٥) «٨٠° ، ٩٠°»

٤ **فى الشكل المقابل :**



ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (⌒ ب ء) = ٦٠°

، ق (⌒ ب حـ) = ق (⌒ ء هـ)

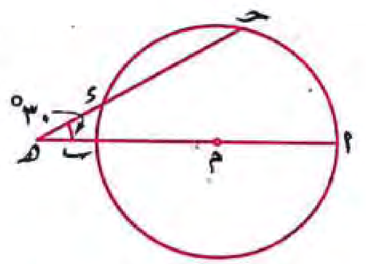
أوجد : [١] ق (⌒ هـ حـ)

[٢] ق (⌒ ب حـ)

(بورسعيد ١٧ ، ش. سيناء ١٧) «١٤٠° ، ٨٠°»

---

٥ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ = {هـ}

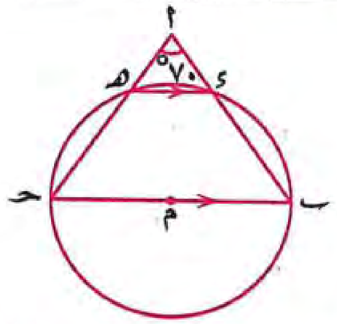
، ق (∠ أ هـ حـ) = ٣٠° ، ق (⌒ أ حـ) = ٨٠°

أوجد : ق (⌒ حـ ء)

(أسوان ٢٣ ، الإسكندرية ١٨ ، الشرقية ١٧ ، أسوان ١٧) «٨٠°»

---

٦ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{ب حـ}}$ قطر فى الدائرة م

، ق (∠ أ) = ٧٠°

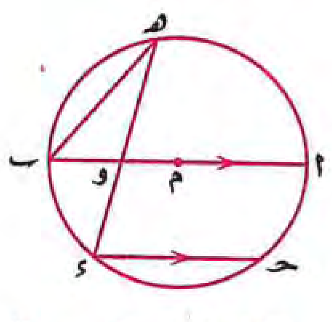
، $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أوجد : ق (⌒ ب ء)

(الدقهلية ١٧ ، الشرقية ١٣) «٧٠°»

---

٧ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م

، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ ، ق (⌒ حـ ء) = ٨٠°

، ق (⌒ أ هـ) = ١٠٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء هـ ب) ، ق (∠ أ و هـ)

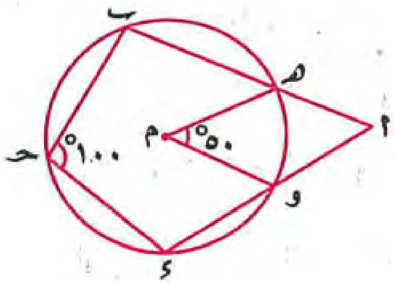
(المنيا ١٧) «٢٥° ، ٧٥°»

---

٨ أ نقطة خارج الدائرة م ، رسم $\overrightarrow{\text{أ حـ}}$ يقطع الدائرة فى ب ، حـ ، $\overrightarrow{\text{أ هـ}}$ يقطعها فى ء ، هـ

فإذا كان : ق (∠ حـ م هـ) = ١٠٠° ، ق (∠ ب م ء) = ٤٠° أوجد : ق (∠ أ) «٣٠°»

٩ في الشكل المقابل :



دائرة م ، ق (∠ م) = ٥٠°

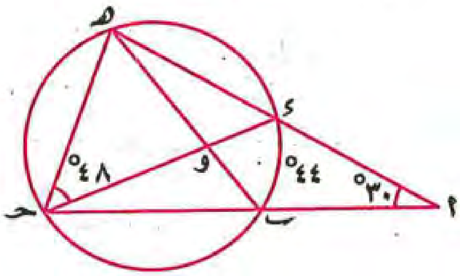
، ق (∠ حـ) = ١٠٠°

أوجد : ق (∠ أ)

(الأقصر ١٩) «٥٥°»

---

١٠ في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{هـ ء}}$ = {أ} ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ∩ $\overline{\text{حـ ء}}$ = {و}

فإذا كان : ق (∠ أ) = ٣٠° ، ق ($\frown{\text{ب ء}}$) = ٤٤°

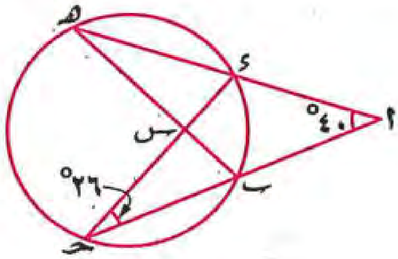
، ق (∠ ء حـ هـ) = ٤٨°

أوجد : [١] ق ($\frown{\text{حـ هـ}}$) [٢] ق ($\frown{\text{ب حـ}}$)

«١٠٤° ، ١١٦°»

---

١١ في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{هـ ء}}$ = {أ} ، ق (∠ أ) = ٤٠°

، $\overline{\text{ء حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب هـ}}$ = {س} ، ق (∠ حـ) = ٢٦°

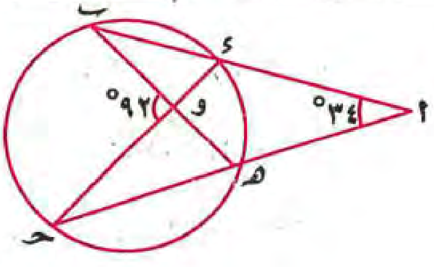
أوجد : [١] ق ($\frown{\text{حـ هـ}}$)

[٢] ق (∠ هـ س حـ)

(البحر الأحمر ١٩ ، الغربية ١٧ ، الإسماعيلية ١٦) «١٣٢° ، ٩٢°»

---

١٢ في الشكل المقابل :



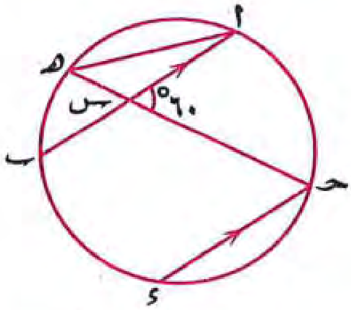
ق (∠ أ) = ٣٤°

، ق (∠ ب و حـ) = ٩٢°

أوجد : ق (∠ حـ ء ب)

«٦٣°»

١٣ في الشكل المقابل :



$\overline{أب} // \overline{حـ ء}$ ، ق (∠ أ س حـ) = ٦٠°

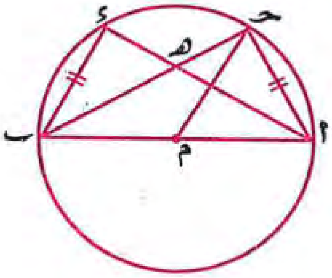
، ق $(\widehat{أحـ})$ = ٨٠°

أوجد بالبرهان :

[١] ق (∠ أ هـ حـ) [٢] ق $(\widehat{ب ء})$ [٣] ق $(\widehat{ب هـ})$ «٤٠° ، ٨٠° ، ٤٠°»

---

١٤ في الشكل المقابل :



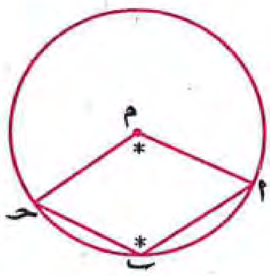
$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{أحـ}$ ، $\overline{ب ء}$ وتران متساويان في الطول

، $\overline{أ ء} \cap \overline{ب حـ} = \{هـ\}$

أثبت أن : ق (∠ أ م حـ) = ق (∠ أ هـ حـ)

للمتفوقين

١ في الشكل المقابل :



إذا كان : م مركز الدائرة

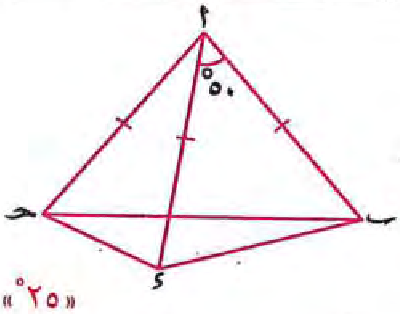
، ق (∠ أ م حـ) = ق (∠ ب)

أوجد : ق (∠ ب)

(المنوفية ٠٦) «١٢٠°»

---

٢ في الشكل المقابل :



أب = أء = أحـ

، ق (∠ ب أ ء) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب حـ ء)

«٢٥°»

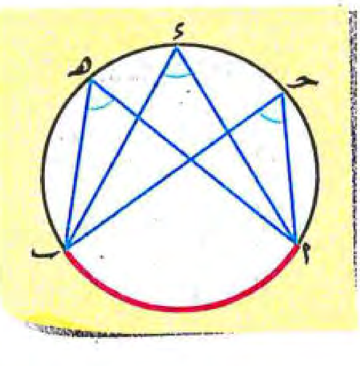


الدرس 3

الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس

نظرية ٢

الزوايا المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس.



المعطيات | ∠حـ ، ∠ء ، ∠هـ زوايا محيطية مشتركة فى $\overset{\frown}{\text{أب}}$

المطلوب | إثبات أن : ق(∠حـ) = ق(∠ء) = ق(∠هـ)

البرهان | ∵ ق(∠حـ) = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{\text{أب}}$)

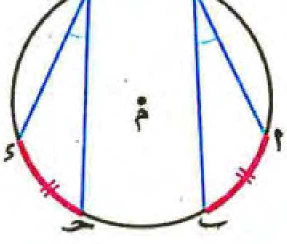
، ق(∠ء) = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{\text{أب}}$)

، ق(∠هـ) = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{\text{أب}}$)

∴ ق(∠حـ) = ق(∠ء) = ق(∠هـ) (وهو المطلوب)

نتيجة

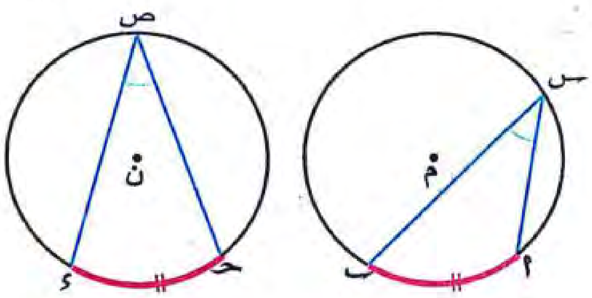
الزوايا المحيطية التى تحصر أقواسًا متساوية فى القياس فى الدائرة الواحدة (أو فى عدة دوائر) تكون متساوية فى القياس.



أى أنه : فى الدائرة م إذا كان : ق($\overset{\frown}{\text{أب}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$)

فإن : ق(∠س) = ق(∠ص)

فى هذه الحالة يكون طول $\overset{\frown}{\text{أب}}$ = طول $\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$

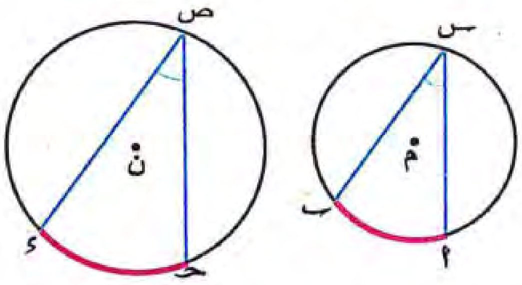


• **وكذلك** : إذا كانت م ، ن دائرتين متطابقتين

وكان : ق (⌒أ ب) = ق (⌒حـ ء)

فإن : ق (∠ س) = ق (∠ ص)

فى هذه الحالة يكون طول ⌒أ ب = طول ⌒حـ ء



• وبالمثل فى أى دائرتين م ، ن

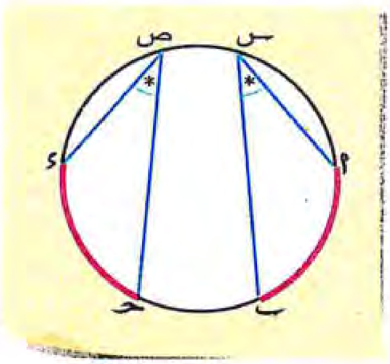
إذا كان : ق (⌒أ ب) = ق (⌒حـ ء)

فإن : ق (∠ س) = ق (∠ ص)

فى هذه الحالة يكون طول ⌒أ ب ≠ طول ⌒حـ ء

عكس النتيجة السابقة صحيح أى أن

الزوايا المحيطية المتساوية فى القياس فى الدائرة الواحدة (أو فى عدة دوائر) تحصر بين ضلعيها أقواسًا متساوية فى القياس.

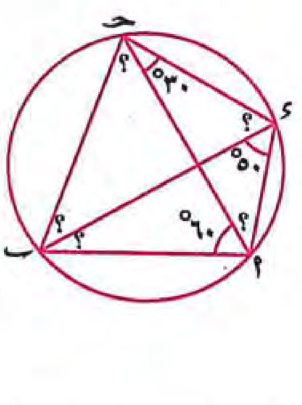


ففى الشكل المقابل :

إذا كان : ق (∠ س) = ق (∠ ص)

فإن : ق (⌒أ ب) = ق (⌒حـ ء)

مثال ١



فى الشكل المقابل :

ق (∠ ب أ حـ) = °٦٠ ، ق (∠ أ ء ب) = °٥٠

، ق (∠ أ حـ ء) = °٣٠

أوجد : قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة (؟)

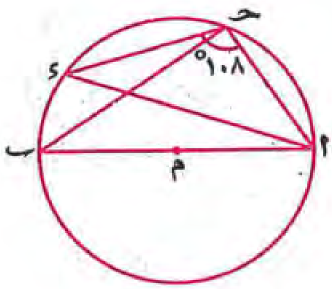
الحل

المعطيات	ق (∠ ب أ حـ) = °٦٠ ، ق (∠ أ ء ب) = °٥٠ ، ق (∠ أ حـ ء) = °٣٠
المطلوب	إيجاد : قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة (؟)

البرهان	ق (∠ ؟ حـ ب) = ق (∠ ؟ ء ب) = ٥٠° (محيطيتان مشتركتان فى $\frown{؟ ب}$)
	، ق (∠ ؟ ب ء) = ق (∠ ؟ حـ ء) = ٣٠° (محيطيتان مشتركتان فى $\frown{؟ ء}$)
	، ق (∠ ب ء حـ) = ق (∠ ب ؟ حـ) = ٦٠° (محيطيتان مشتركتان فى $\frown{ب حـ}$)
	، ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث ؟ حـ ء = ١٨٠°
	∴ ق (∠ ء ؟ حـ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٥٠° + ٦٠°) = ٤٠°
	∴ ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ ء ؟ حـ) = ٤٠° (محيطيتان مشتركتان فى $\frown{ء حـ}$)

(وهو المطلوب)

مثال ٢



فى الشكل المقابل :

$\overline{؟ ب}$ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ؟ حـ ء) = ١٠٨°

أوجد : ق (∠ ب ؟ ء)

الحل

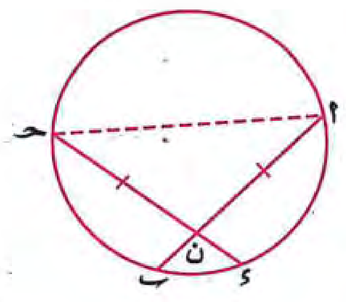
المعطيات	$\overline{؟ ب}$ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ؟ حـ ء) = ١٠٨°
المطلوب	إيجاد : ق (∠ ب ؟ ء)
البرهان	∵ $\overline{؟ ب}$ قطر فى الدائرة م ∴ ق (∠ ؟ حـ ب) = ٩٠°
	∴ ق (∠ ب حـ ء) = ق (∠ ؟ حـ ء) − ق (∠ ؟ حـ ب)
	= ١٠٨° − ٩٠° = ١٨°
	∴ ق (∠ ب ؟ ء) = ق (∠ ب حـ ء) = ١٨° (محيطيتان تحصران $\frown{ب ء}$) (وهو المطلوب)

مثال ٣

$\overline{؟ ب}$ ، $\overline{حـ ء}$ وتران فى دائرة متقاطعان فى نقطة ن فإذا كان : ؟ ن = ن حـ

فأثبت أن : ؟ ب = حـ ء

الحـــل

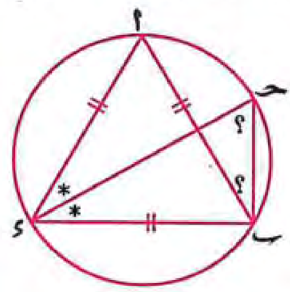


المعطيات	٩ ن = ن حـ
المطلـوب	إثبات أن : ٩ب = حـ ء
العمـــل	نرسم $\overline{٩حـ}$
البرهــان	فى Δ ن ٩ حـ : ∵ ن ٩ = ن حـ (معطى)
	∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ ٩) ∴ ق ($\overset{\frown}{٩ ء}$) = ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$)
	وبإضافة ق ($\overset{\frown}{ء ب}$) للطرفين : ∴ ق ($\overset{\frown}{٩ ب}$) = ق ($\overset{\frown}{حـ ء}$)
	∴ ٩ب = حـ ء (وهو المطلوب)

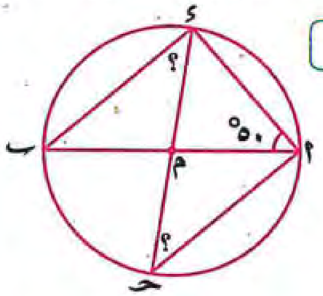
حاول بنفسك ١

أوجد قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة (؟) علمًا بأن م مركز الدائرة :

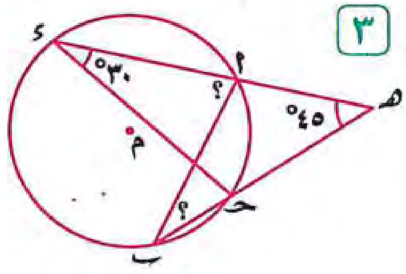
١



٢



٣



عكس نظرية ٢

إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها فإنه تمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وترًا فيها.

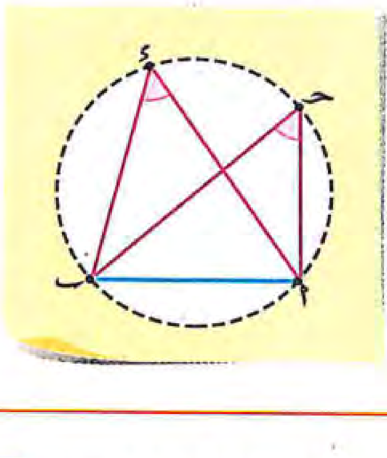
ففى الشكل المقابل :

إذا كانت : ∠ حـ ، ∠ ء مرسومتين على القاعدة $\overline{٩ب}$

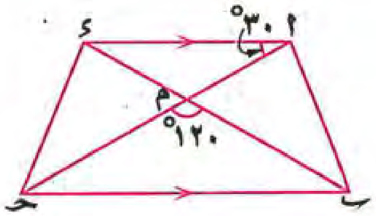
وفى جهة واحدة منها ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ء)

، فإن النقط ٩ ، ب ، ء ، حـ تمر بها دائرة وحيدة

وتكون $\overline{٩ب}$ وترًا فيها.



مثال ٤



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : $\overline{أء} // \overline{ب حـ}$

، ق (∠ ء أ حـ) = ٣٠° ، ق (∠ ب م حـ) = ١٢٠°

أثبت أن : النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة.

الحـــل

المعطيات | أ ب حـ ء شكل رباعى ، $\overline{أء} // \overline{ب حـ}$ ، ق (∠ ء أ حـ) = ٣٠°
، ق (∠ ب م حـ) = ١٢٠°

المطلوب | إثبات أن : النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة.

البرهــان | ∵ $\overline{أء} // \overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ ء أ حـ) = ٣٠° (بالتبادل)

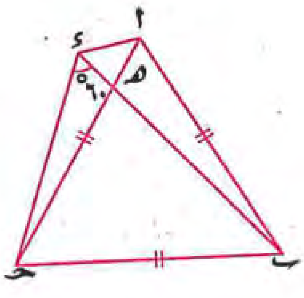
فى Δ ب م حـ : ق (∠ ء ب حـ) = ١٨٠° − (١٢٠° + ٣٠°) = ٣٠°

∴ ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ ء ب حـ)

وهما مرسومتان على $\overline{ء حـ}$ وفى جهة واحدة منها

∴ النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة. (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى هـ

، أ ب = ب حـ = حـ أ ، ق (∠ ب ء حـ) = ٦٠°

أثبت أن : النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة.

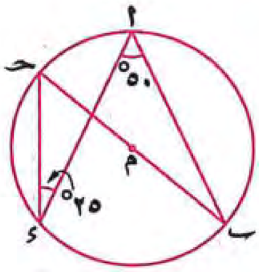
على الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس

اختبـار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ 📖 **فى الشكل المقابل :**



أولًا : ق (∠ حـ) = ...

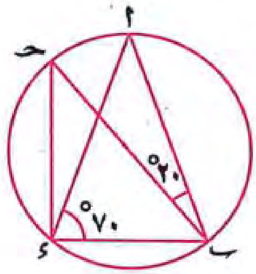
(أ) $\frac{1}{2}$ ١٢° (ب) ٢٥°

(جـ) ٥٠° (د) ١٠٠°

ثانيًا : ق (∠ ب) = ...

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠° (جـ) ٧٥° (د) ١٠٠°

٢ 📖 **فى الشكل المقابل :**



إذا كان : أ ب = أ ء فإن :

أولًا : ق (∠ حـ) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ٧٠°

ثانيًا : ق (∠ ب ء حـ) = ...

(أ) ٨٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١١٠°

٣ فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ ب أ حـ) = ٣٠° فإن :

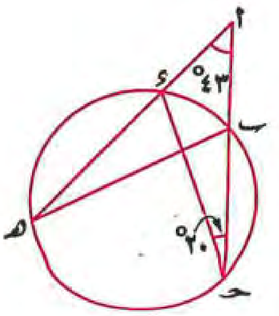
أولًا : ق (∠ ب ء حـ) = ... (الدقهلية ٠٦)

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (د) ١٥٠°

ثانيًا : ق (∠ ب م حـ) = ... (الدقهلية ٠٦)

(أ) ٣٠° (ب) ٩٠° (جـ) ٦٠° (د) ١٢٠°

٤ في الشكل المقابل :



أولًا : ق (∠ب هـ ء) = …………

(أ) ١٠° (ب) ٢٠°

(جـ) ٢٣° (د) ٤٠°

ثانيًا : ق (∠أ ب هـ) = …………°

(أ) ٦٣° (ب) ٩٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١١٧°

٥ في الشكل المقابل :

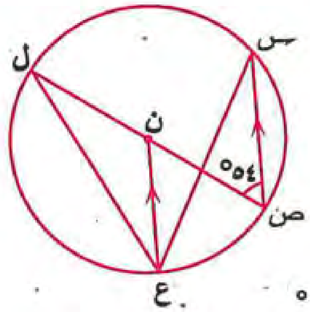


إذا كان : ق (∠أ ب ء) = ٦٥° ، أ ب = أ ء

فإن : ق (∠ب حـ ء) = ………… (بني سويف ١٢)

(أ) ١٥° (ب) ٢٥° (جـ) ٣٠° (د) ٥٠°

٦ في الشكل المقابل :



دائرة ن ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ن ع}}$

فإذا كان : ق (∠س ص ل) = ٥٤° فإن :

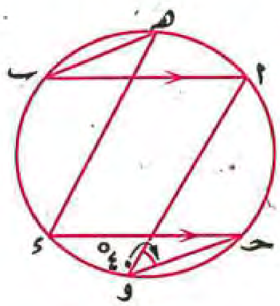
أولًا : ق (∠س ع ل) = …………

(أ) ٢٧° (ب) ٥٤° (جـ) ١٠٠° (د) ١٠٨°

ثانيًا : ق (∠ص س ع) = …………

(أ) ٢٧° (ب) ٥٤° (جـ) ١٠٠° (د) ١٠٨°

٧ في الشكل المقابل :

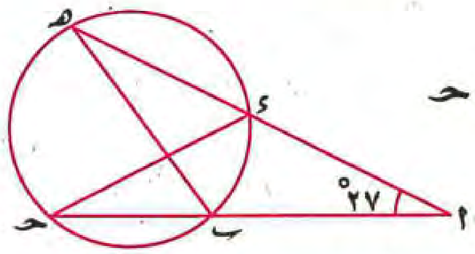


$\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ ، ق (∠أ و حـ) = ٤٠°

فإن : ق (∠ء هـ ب) = ………… (الشرقية ١٧)

(أ) ٥٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٣٠° (د) ٤٥°

٨ في الشكل المقابل :



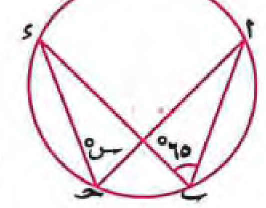
$\overleftarrow{\text{أ ء}}$ يقطع الدائرة في ء ، هـ ، $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ يقطعها في ب ، حـ

فإذا كان : ق (∠أ) = ٢٧° ، أ ب = ب هـ

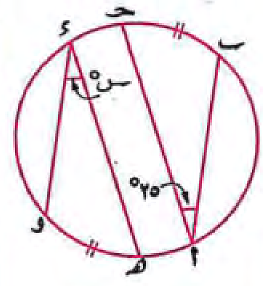
فإن : ق (∠حـ ء هـ) = …………

(أ) ١٣,٥° (ب) ٥٤° (جـ) ٢٧° (د) ٣٦°

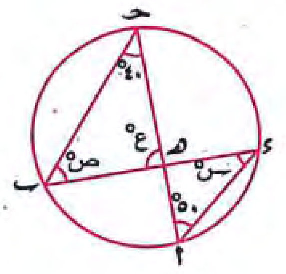
٢ في كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس علمًا بأن م مركز الدائرة :



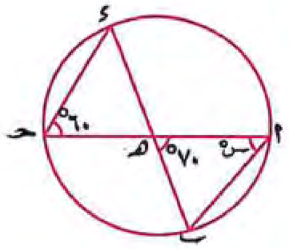
شكل (١)



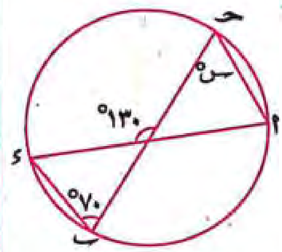
شكل (٢)



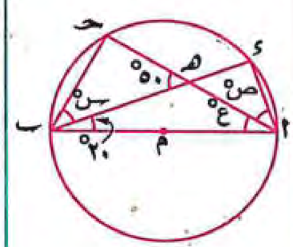
شكل (٣)



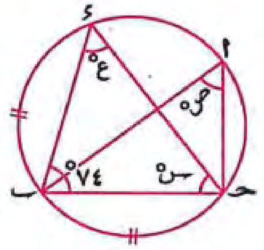
شكل (٤)



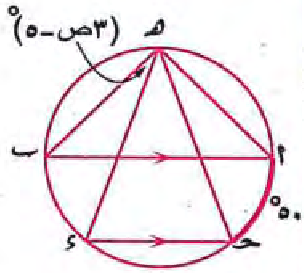
شكل (٥)



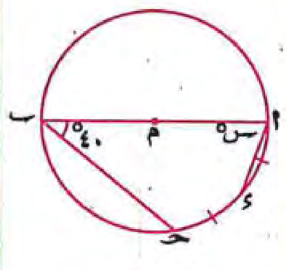
شكل (٦)



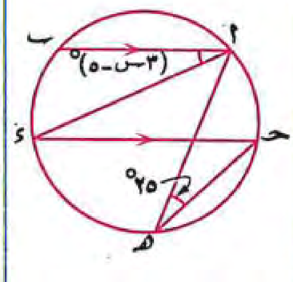
شكل (٧)



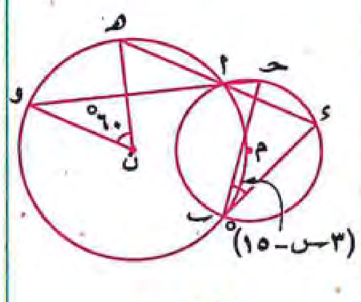
شكل (٨)
(القليوبية ١٩)



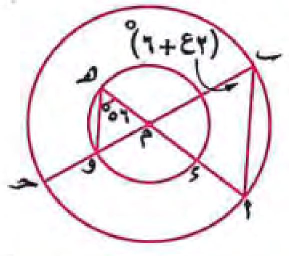
شكل (٩)
(الجيزة ٢٣)



شكل (١٠)
(الغربية ٢٣)



شكل (١١)



شكل (١٢)

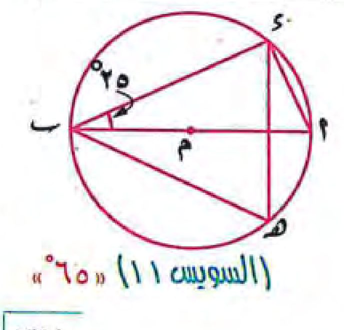
٣ أثبت أن الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس في الدائرة متساوية في القياس.
(مطروح ١٩ ، كفر الشيخ ١٦)

٤ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

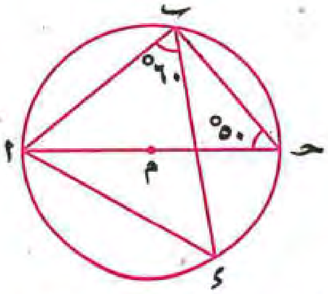
، ق (∠ أ ب ء) = ٢٥°

أوجد : ق (∠ ء هـ ب)



(السويس ١١) «٦٥°»

٥ **فى الشكل المقابل :**



أ حـ قطر فى الدائرة م

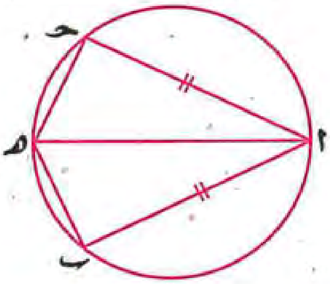
، ق (∠ حـ) = ٥٠° ، ق (∠ أ ب ء) = ٦٠°

أوجد بالبرهان كلًّا من : ق (∠ حـ ب ء) ، ق (∠ ب أ ء)

(الإسماعيلية ١٩ ، كفر الشيخ ١٣) «٣٠° ، ٧٠°»

---

٦ **فى الشكل المقابل :**



أ ب = أ حـ

، هـ ∈ ⌒ب حـ

أثبت أن : ق (∠ أ هـ ب) = ق (∠ أ هـ حـ)

(المنيا ١٩ ، السويس ١٨ ، ش. سيناء ١٧)

---

٧ **فى الشكل المقابل :**



أ ب ، حـ ء وتران متوازيان فى الدائرة

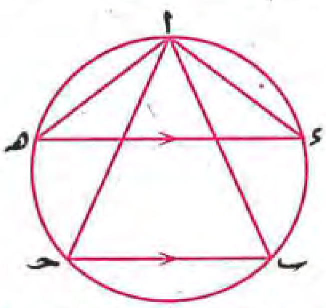
، أ ء ∩ حـ ب = {و}

أثبت أن : أ و = و ب

(كفر الشيخ ٠٨)

---

٨ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

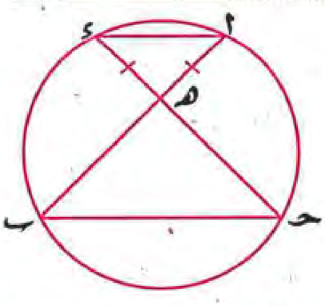
، ء هـ // ب حـ

أثبت أن : ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ ب أ هـ)

(المنوفية ٢٣ ، مطروح ١٩ ، الإسماعيلية ١٨ ، الفيوم ١٧ ، الغربية ١٦)

---

٩ **فى الشكل المقابل :**



أ ب ∩ حـ ء = {هـ}

، هـ أ = هـ ء

أثبت أن : هـ ب = هـ حـ

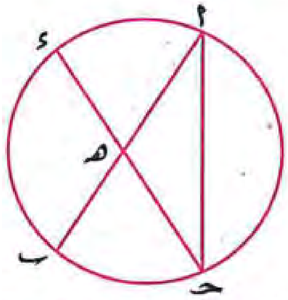
(الإسكندرية ٢٣ ، الإسماعيلية ١٩ ، كفر الشيخ ١٧ ، الشرقية ١٦ ، السويس ١٥ ، البحيرة ١٤)

١٠ **فى الشكل المقابل :**

أب ، حء وتران متساويان فى الطول فى الدائرة

، أب ∩ حء = {هـ}

أثبت أن : المثلث أحهـ متساوى الساقين.



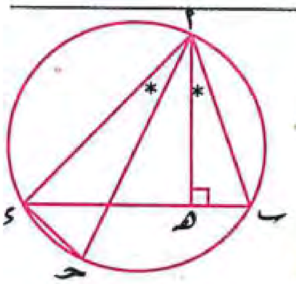
(الأقصر ٢٣ ، البحيرة ١٩ ، المنوفية ١٨ ، القليوبية ١١)

١١ **فى الشكل المقابل :**

ق (∠ب أ هـ) = ق (∠ء أ ح)

، أهـ ⊥ بء

أثبت أن : أح قطر فى الدائرة.



(القليوبية ٢٣)

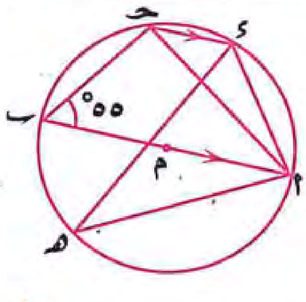
١٢ **فى الشكل المقابل :**

أب قطر فى الدائرة م

، ءح // أب

، ق (∠أبح) = ٥٥°

أوجد : ق (∠أهـء)



«٣٥°»

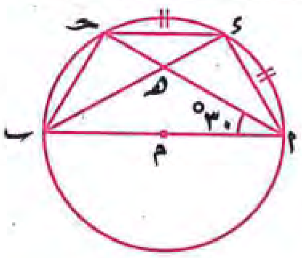
١٣ **فى الشكل المقابل :**

أب قطر فى دائرة م ، ح ∈ الدائرة ، ق (∠ح أ ب) = ٣٠°

، ء منتصف ⌒أح ، ءب ∩ أح = {هـ}

١ **أوجد :** ق (∠ب ء ح) ، ق (⌒أء)

٢ **أثبت أن :** أب // حء



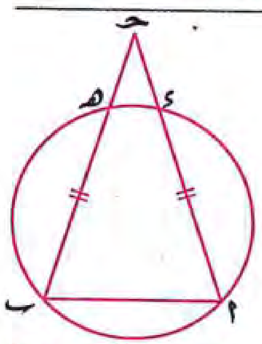
(الوادى الجديد ٢٣ ، دمياط ١٨ ، القاهرة ١٧) «٣٠° ، ٦٠°»

١٤ **فى الشكل المقابل :**

أء ، بهـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة

، أء ∩ بهـ = {ح}

أثبت أن : حء = حهـ



(الدقهلية ١٨ ، دمياط ١٧ ، بنى سويف ١٤ ، القليوبية ١٣)

١٥ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{ءحـ}$ وتران في دائرة متقاطعان في هـ

فإذا كان : أهـ = حـ هـ

أثبت أن : ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ حـ أ ء)



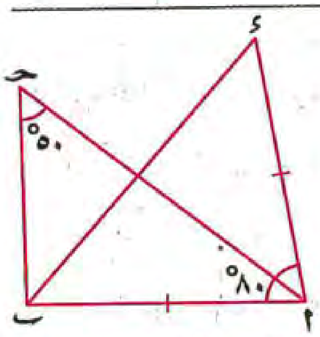
(البحر الأحمر ١١)

١٦ في الشكل المقابل :

أب = أء ، ق (∠ ب أ ء) = ٨٠°

، ق (∠ حـ) = ٥٠°

أثبت أن : النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة.



(السويس ١٦ ، ج. سيناء ١٥ ، بورسعيد ١٤)

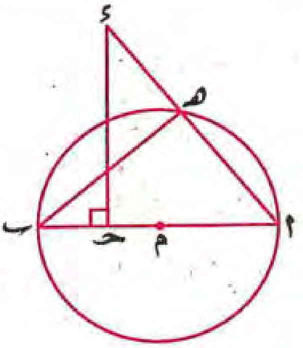
١٧ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

، $\overline{أهـ}$ وتر فيها

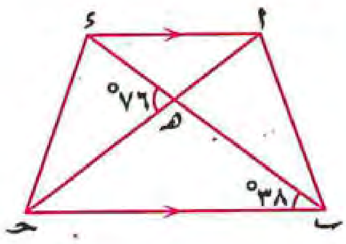
، رسم $\overleftrightarrow{حـ ء}$ ⊥ $\overline{أب}$ فقطع $\overleftrightarrow{أهـ}$ في ء

أثبت أن : النقط ء ، هـ ، حـ ، ب تمر بها دائرة واحدة.

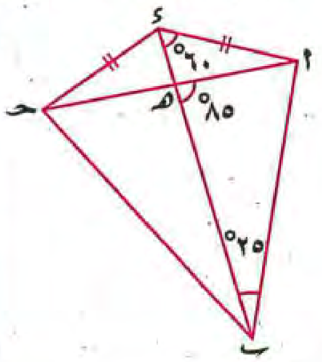


١٨ في كل من الأشكال الآتية أثبت أن النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة :

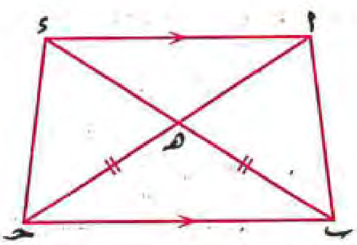
١



٢



٣



١٩ أ ب حـ مثلث متساوي الساقين فيه : أب = أحـ ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

، رسم $\overleftrightarrow{ب هـ}$ ⊥ $\overline{أحـ}$ حيث $\overleftrightarrow{ب هـ}$ ∩ $\overline{أحـ}$ = {هـ}

أثبت أن : النقط أ ، ب ، ء ، هـ تمر بها دائرة واحدة.

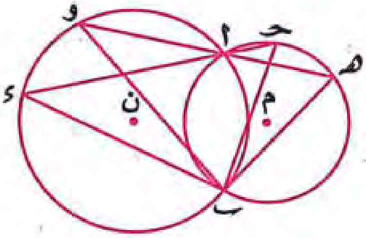
(الدقهلية ١٢)

٢٠ أ ب قطر فى الدائرة م ، حـ ∈ الدائرة بحيث ق (∠ أ ب حـ) = ٤٠° ، ء ∈ ب⌒حـ

أوجد : ق (∠ حـ ء ب) «١٣٠°»

---

٢١ فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

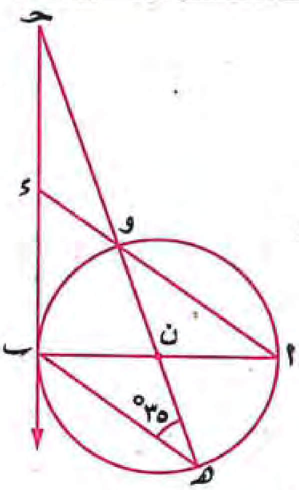
، $\overleftrightarrow{أحـ}$ يقطع الدائرة م فى حـ ويقطع الدائرة ن فى ء

، $\overleftrightarrow{أهـ}$ يقطع الدائرة م فى هـ ويقطع الدائرة ن فى و

أثبت أن : ق (∠ هـ ب حـ) = ق (∠ و ب ء) (المنوفية ٢٣ ، قنا ١٧ ، البحيرة ١٣)

---

٢٢ فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها ن ، $\overleftarrow{حـب}$ مماس للدائرة عند ب

، رسم $\overleftarrow{حـن}$ فقطع الدائرة فى و ، هـ ورسم $\overleftarrow{أو}$ فقطع $\overleftarrow{حـب}$ فى ء

فإذا كان : ق (∠ ب هـ حـ) = ٣٥°

أوجد : [١] ق (∠ ب ن حـ) [٢] ق (∠ ب حـ ن)

[٣] ق (∠ ب ء أ) «٥٥° ، ٢٠° ، ٧٠°»

---

٢٣ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة حيث

$\overline{بحـ}$ // $\overline{أء}$ ، $\overline{أحـ}$ ∩ $\overline{بء}$ = {هـ}

، $\overleftrightarrow{بل}$ مماس للدائرة عند ب حيث $\overleftrightarrow{بل}$ // $\overline{أحـ}$

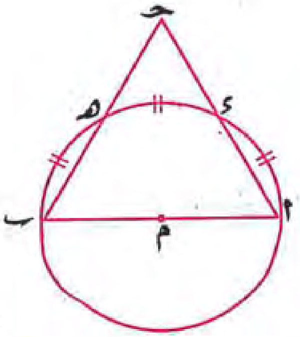
أثبت أن : [١] $\overleftarrow{ءب}$ ينصف ∠ أ ء حـ [٢] Δ ء ب حـ متساوى الساقين.

---

٢٤ أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع مرسوم داخل الدائرة م ، رسم القطر $\overline{حـء}$

أثبت أن : ق (∠ أ ب ء) = ق (∠ حـ ب م) = ق (∠ أ حـ ء) (بنى سويف ٠٨)

٢٥ في الشكل المقابل :



أب قطر فى الدائرة م ، ء ، هـ تنتميان إلى ⌒أب

بحيث ق(⌒أء) = ق(⌒ءهـ) = ق(⌒هـب)

فإذا كان : ←أء ∩ ←بهـ = {جـ}

أثبت أن : جـ أ = جـ ب ثم أوجد : ق(⌒ءهـب)

«١٢٠°»

---

٢٦ في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث متساوى الأضلاع مرسوم داخل دائرة

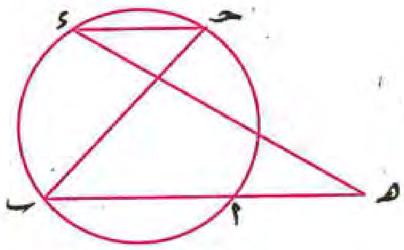
، ء ∈ ⌒أب ، هـ ∈ ‾ءجـ بحيث أء = ء هـ

أثبت أن : المثلث أ ء هـ متساوى الأضلاع.

(كفر الشيخ ١٨ ، مطروح ١٦ ، الفيوم ١٥ ، الإسكندرية ١١)

للمتفوقين

١ في الشكل المقابل :



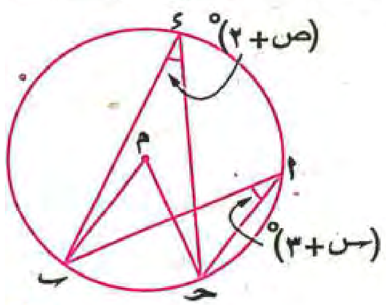
هـ نقطة خارج الدائرة

أثبت أن : ق(∠هـ) < ق(∠ب جـ ء)

(القليوبية ١٢)

---

٢ في الشكل المقابل :



م دائرة ، ∠أ ، ∠ء زاويتان محيطيتان قياساهما

(س + ٣)° ، (ص + ٢)° على الترتيب

فإذا كان : ص² − س² = ٥٣

فأوجد : ق(∠جـ م ب)

«٥٨°»

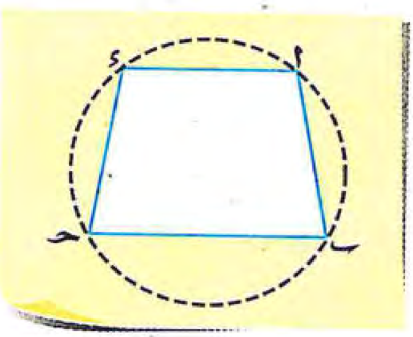


الدرس 4

الشكل الرباعى الدائرى وخواصه

الشكل الرباعى الدائرى

الشكل الرباعى الدائرى هو شكل رباعى تنتمى رءوسه الأربعة إلى دائرة واحدة أى أنه يمكن رسم دائرة واحدة تمر برءوسه الأربعة.

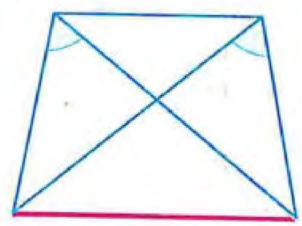


فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى لأن رءوسه الأربعة أ ، ب ، حـ ، ء تقع على دائرة واحدة.

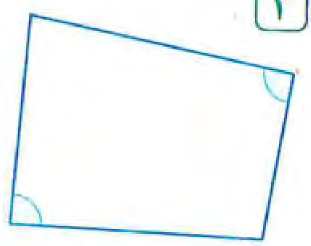
خواص الشكل الرباعى الدائرى

١



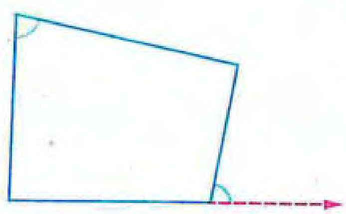
كل زاويتين مرسومتين على ضلع من أضلاعه كقاعدة وفى جهة واحدة منه تكونان متساويتين فى القياس

٢



كل زاويتين متقابلتين متكاملتان

٣



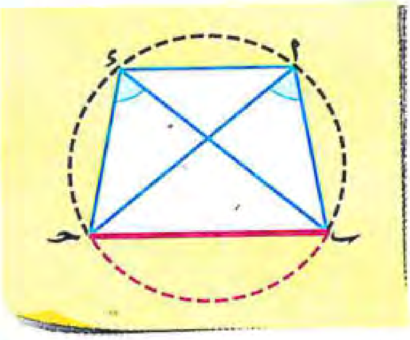
قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رؤوسه يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها

فيما يلى ندرس كل خاصية بالتفصيل مع التوضيح بالأمثلة :

فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين مرسومتين على ضلع من أضلاعه كقاعدة وفى جهة واحدة من هذا الضلع تكونان متساويتين فى القياس.

«لأنهما زاويتان محيطيتان مشتركتان فى نفس القوس»

فمثلاً : فى الشكل المقابل :



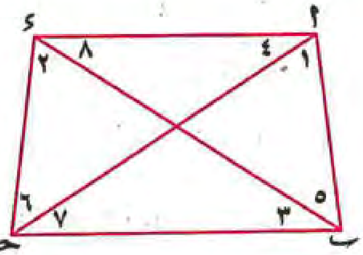
إذا كان أ ب حـ ء رباعيًا دائريًا

فإن : ق (∠ب أ حـ) = ق (∠ب ء حـ)

لأنهما مرسومتان على $\overline{\text{ب حـ}}$ وفى جهة واحدة منه.

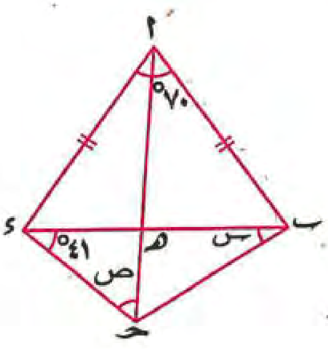
وبصفة عامة :

إذا كان الشكل أ ب حـ ء رباعيًا دائريًا فإن :



- ق (∠ ١) = ق (∠ ٢) ، ق (∠ ٣) = ق (∠ ٤)
  ، ق (∠ ٥) = ق (∠ ٦) ، ق (∠ ٧) = ق (∠ ٨)
- القطع المستقيمة $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$
  جميعها أوتار فى هذه الدائرة.

مثال ١



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه :

أ ب = أ ء ، ق (∠ب أ ء) = ٧٠° ، ق (∠ب ء حـ) = ٤١°

أوجد قيمة كل من : س ، ص

الحـــل

المعطيات | أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، أ ب = أ ء

، ق (∠ب أ ء) = ٧٠° ، ق (∠ب ء حـ) = ٤١°

المطلـوب إيجاد قيمة كل من : س ، ص

البرهـان ∵ أ ب حـ ء شكل رباعي دائري.

∴ ق (∠ ب أ حـ) = ق (∠ ب ء حـ) = ٤١° (مرسومتان على ب حـ)

، ∵ ق (∠ ب أ ء) = ٧٠°

∴ ق (∠ حـ أ ء) = ٧٠° − ٤١° = ٢٩°

، ∵ ق (∠ حـ ب ء) = ق (∠ حـ أ ء) (مرسومتان على حـ ء)

∴ س = ٢٩°

، ∵ Δ أ ب ء فيه : أ ب = أ ء

∴ ق (∠ أ ب ء) = ق (∠ أ ء ب) = $\frac{١٨٠° - ٧٠°}{٢}$ = ٥٥°

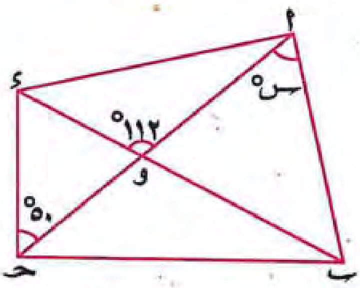
، ∵ ق (∠ أ حـ ء) = ق (∠ أ ب ء) (مرسومتان على أ ء)

∴ ص = ٥٥° (وهو المطلوب)

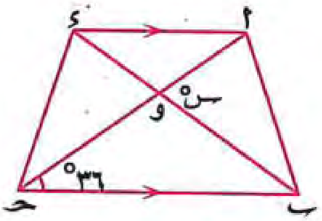
حاول بنفسك ١

فى كل من الشكلين الآتيين إذا كان أ ب حـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا فأوجد قيمة س :

١

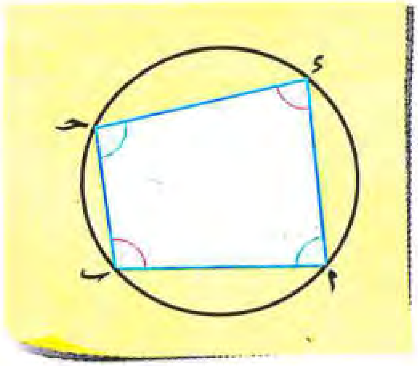


٢



نظرية ٣

إذا كان الشكل الرباعى دائريًا فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.



المعطيات | أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى.

المطلوب | إثبات أن :

١ ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) = ١٨٠°

٢ ق (∠ ب) + ق (∠ ء) = ١٨٠°

البرهان | ∵ ق (∠ أ) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ب حـ ء)

، ق (∠ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ب أ ء)

∴ ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) = $\frac{1}{2}$ [ق (⌒ب حـ ء) + ق (⌒ب أ ء)]

= $\frac{1}{2}$ قياس الدائرة

= $\frac{1}{2}$ × ٣٦٠° = ١٨٠°

بالمثل : ق (∠ ب) + ق (∠ ء) = ١٨٠° (وهو المطلوب)

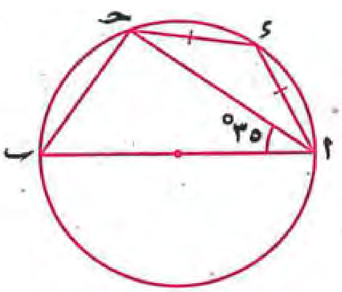
مثال ٢

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة ، $\overline{أب}$ قطر فيها

، أ ء = ء حـ ، فإذا كان : ق (∠ ب أ حـ) = ٣٥°

فأوجد : ١ ق (∠ ء) ٢ ق (∠ ب حـ ء)



الحل

المعطيات | أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، $\overline{أب}$ قطر ، أ ء = ء حـ ، ق (∠ ب أ حـ) = ٣٥°

المطلوب | إيجاد : ١ ق (∠ ء) ٢ ق (∠ ب حـ ء)

البرهان | ∵ $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة. ∴ ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠°

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° − ٣٥° = ٥٥°

، ∵ الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى (معطى) ∴ ق (∠ ب) + ق (∠ ء) = ١٨٠°

∴ ق (∠ ء) = ١٨٠° − ٥٥° = ١٢٥° (المطلوب أولاً)

فى Δ أ ء حـ : ∵ ق (∠ ء) = ١٢٥°

∴ ق (∠ ء أ حـ) + ق (∠ ء حـ أ) = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°

، ∵ ء أ = ء حـ (معطى)

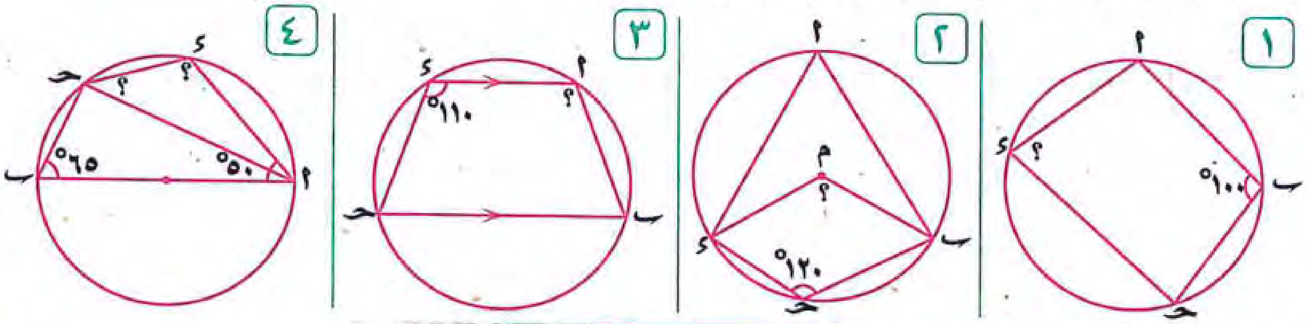
∴ ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ ء حـ أ) = $\frac{٥٥°}{٢}$ = ٢٧,٥°

∴ ق (∠ ب حـ ء) = ق (∠ ب حـ أ) + ق (∠ أ حـ ء)

= ٩٠° + ٢٧,٥° = ١١٧,٥° (المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك ٢

فى كل من الأشكال التالية أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) :



نتيجة

قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رءوس الشكل الرباعى الدائرى يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها.

ففى الشكل المقابل :

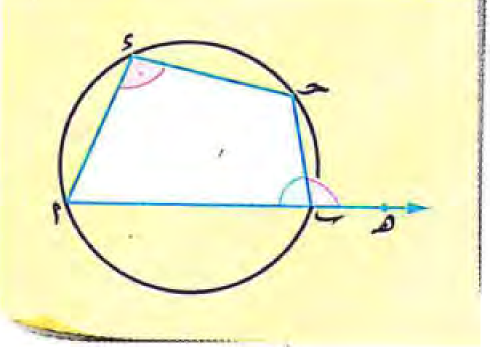
إذا كان : أ ب حـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا

، ∠ حـ ب هـ زاوية خارجة عنه

، فإن : ق (∠ أ ب حـ) + ق (∠ ء) = ١٨٠°

، ولكن ق (∠ أ ب حـ) + ق (∠ حـ ب هـ) = ١٨٠°

∴ ق (∠ حـ ب هـ) = ق (∠ ء)



مثال ٣



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة فيه : ق (∠ أ) = ٧٠°

، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، فإذا كان : حـ ء = حـ ب ، ء ب = ء أ

أوجد : ق (∠ هـ ب حـ)

الحل

المعطيات حـ ء = حـ ب ، ء ب = ء أ ، ق (∠ أ) = ٧٠°

المطلوب إيجاد : ق (∠ هـ ب حـ)

البرهان فى △ ء ب أ : ∵ ء ب = ء أ ∴ ق (∠ ء ب أ) = ق (∠ أ) = ٧٠°

∴ ق (∠ ب ء أ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°

، ∵ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى. ∴ ق (∠ حـ) + ق (∠ أ) = ١٨٠°

∴ ق (∠ حـ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

، فى △ حـ ب ء : ∵ حـ ب = حـ ء ، ق (∠ حـ) = ١١٠°

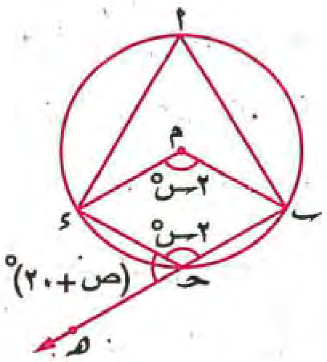
∴ ق (∠ حـ ء ب) = ق (∠ حـ ب ء) = $\frac{١٨٠° - ١١٠°}{٢}$ = ٣٥°

∴ ق (∠ حـ ء أ) = ق (∠ حـ ء ب) + ق (∠ ب ء أ) = ٣٥° + ٤٠° = ٧٥°

، ∵ ∠ هـ ب حـ خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى أ ب حـ ء

∴ ق (∠ هـ ب حـ) = ق (∠ حـ ء أ) = ٧٥° (وهو المطلوب)

مثال ٤



فى الشكل المقابل :

هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، ق (∠ ب م ء) = ق (∠ ب حـ ء) = ٢ س°

، ق (∠ ء حـ هـ) = (ص + ٢٠)°

أوجد قيمة كل من : س ، ص

الحل

المعطيات | ق (∠ ب م ء) = ق (∠ ب حـ ء) = ٢ س° ، ق (∠ ء حـ هـ) = (ص + ٢٠)°

المطلوب | إيجاد قيمة كل من : س ، ص

البرهان | ∵ ∠ أ محيطية ، ∠ ب م ء مركزية مشتركتان فى ⌒ب ء

∴ ق (∠ أ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م ء) = س

، ∵ الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى ∴ ق (∠ أ) + ق (∠ ب حـ ء) = ١٨٠°

∴ س + ٢ س = ١٨٠° ∴ ٣ س = ١٨٠°

∴ س = ٦٠°

، ∵ ∠ ء حـ هـ خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى أ ب حـ ء

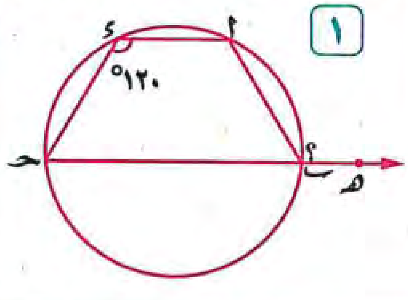
∴ ق (∠ ء حـ هـ) = ق (∠ أ) ∴ ص + ٢٠° = ٦٠°

∴ ص = ٤٠° (وهو المطلوب)

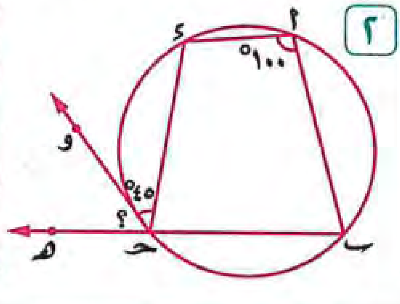
حاول بنفسك ٣

فى كل مما يأتى أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) :

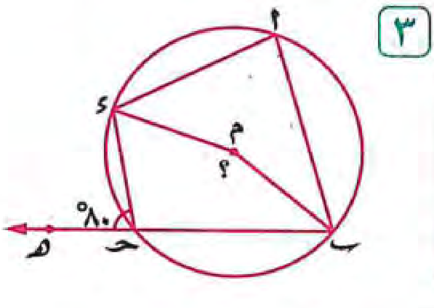
١



٢



٣

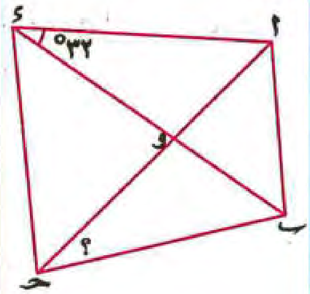


● تذكر ● فهم ○ تطبيق ⁂ حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

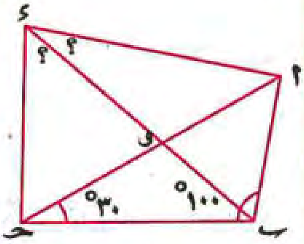
١ فى كل من الأشكال الآتية : إذا كان : أ ب حـ ء رباعيًا دائريًا ، $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{و\}$

فأوجد قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة (؟)

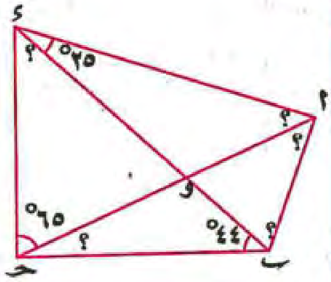
١



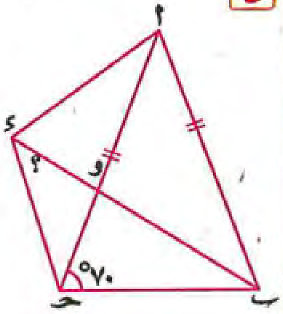
٢



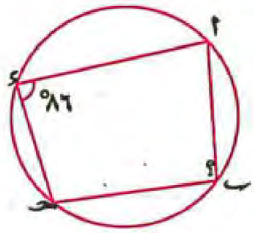
٣



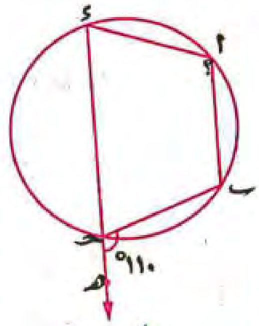
٤



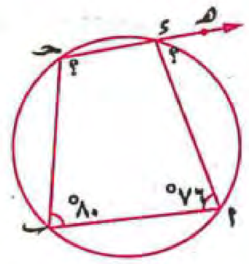
٢ فى كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) علمًا بأن م هى مركز الدائرة :



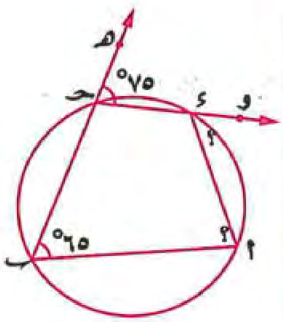
شكل (١)



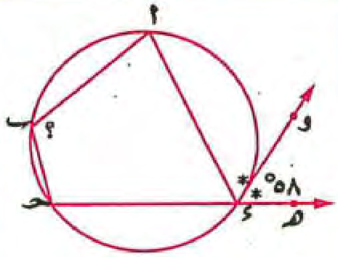
شكل (٢)



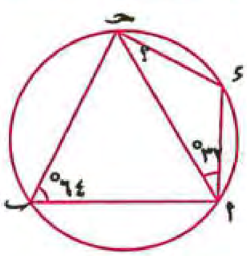
شكل (٣)



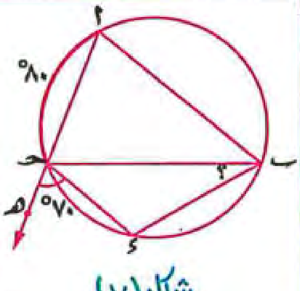
شكل (٤)



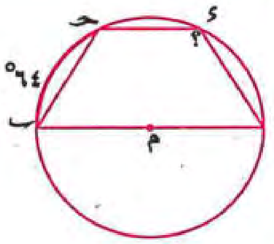
شكل (٥)



شكل (٦)

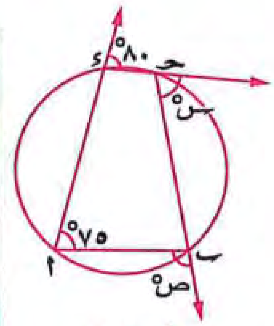


شكل (٧)

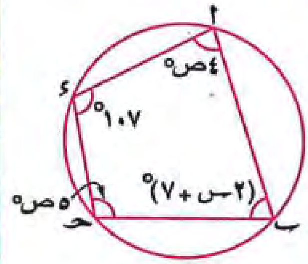


شكل (٨)

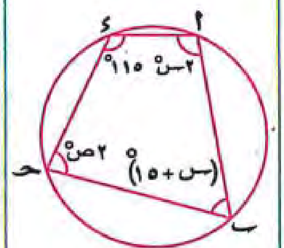
٣ فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس حيث م مركز الدائرة :



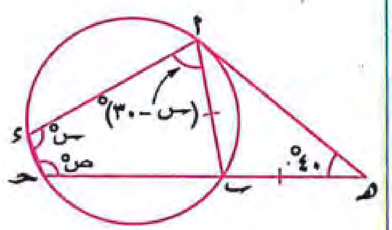
شكل (١)



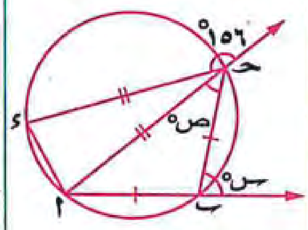
شكل (٢)



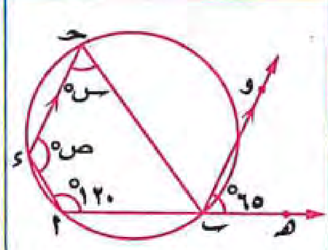
شكل (٣)



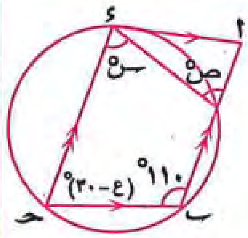
شكل (٤)



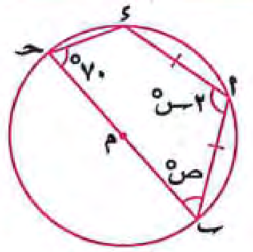
شكل (٥)



شكل (٦)



شكل (٧)



شكل (٨)

---

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين .... (الفيوم ٢١ ، سوهاج ٢١)

(أ) متساويتان فى القياس. (ب) متتامتان.

(جـ) متكاملتان. (د) متبادلتان.

٢ إذا كان الشكل أ ب جـ ء رباعيًا دائريًا

فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) = ... (البحيرة ٢٣)

(أ) ٩٠° (ب) ١٢٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

٣ إذا كان : أ ب جـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٥٠°

فإن : ق (∠ ء) = ... (ج. سيناء ٢٣ ، المنيا ٢٢ ، القاهرة ٢١)

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٣٠°

٤ إذا كان أ ب حـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا

فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) − ٨٠° = ………… (أسيوط ٢١)

(أ) ٦٠° (ب) ٨٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٨٠°

٥ أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق (∠ أ) = ق (∠ حـ)

فإن : ق (∠ أ) = ………… (الإسماعيلية ٢٣)

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

٦ إذا كان : أ ب حـ ء رباعيًا دائريًا ، ق (∠ أ) : ق (∠ حـ) = ١ : ٢

فإن : ق (∠ أ) = ………… (المنوفية ٢٣)

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

٧ في الشكل الرباعي الدائري أ ب حـ ء إذا كان : ق (∠ أ) = ٣ ق (∠ حـ)

فإن : ق (∠ أ) = ………… (قنا ٢٣ ، الشرقية ٢٢ ، أسيوط ٢٢)

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٣٥°

٨ في الشكل الرباعي الدائري أ ب حـ ء إذا كان : ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ ب) = ٥ ق (∠ حـ)

فإن : ق (∠ ء) = …………

(أ) ٣٠° (ب) ٧٥° (جـ) ١٠٥° (د) ١٥٠°

٩ إذا كان : أ ب حـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا ، ق (∠ أ) = ٦٠° فإن قياس الزاوية الخارجة عند الرأس حـ يساوي …………

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

١٠ أ ب حـ ء شكل رباعي دائري ، إذا كان : ق (∠ أ حـ ب) = ٨٠°

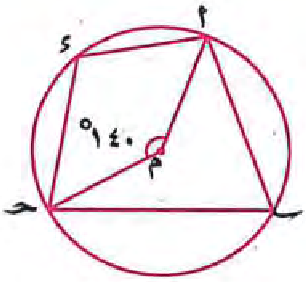
فإن : ق (∠ أ ء ب) = ………… (بني سويف ٢٣)

(أ) ٤٠° (ب) ٨٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٦٠°

١١ أ ب حـ ء شكل رباعي دائري مرسوم داخل دائرة فيه : ق (∠ أ) = ٧٠°

فإن : ق (⌒ب أ ء) = ………… (الغربية ٢٣ ، الدقهلية ٢١)

(أ) ٣٥° (ب) ١١٠° (جـ) ١٤٠° (د) ٢٢٠°



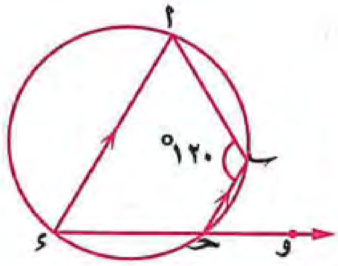
١٢ في الشكل المقابل :

في الدائرة م إذا كان : ق (∠ حـ م أ) = ١٤٠°

فإن : ق (∠ حـ ء أ) = ... (الإسكندرية ٢١ ، الفيوم ١٧)

(أ) ٤٠° (ب) ٧٠°

(جـ) ١١٠° (د) ١٤٠°

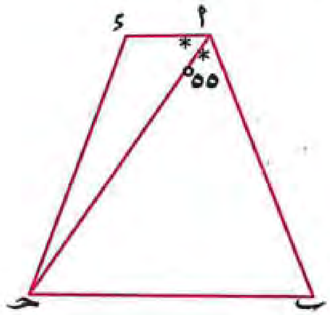


١٣ في الشكل المقابل :

إذا كان : ق (∠ ب) = ١٢٠° ، $\overline{\text{ب حـ}}$ // $\overline{\text{أ ء}}$

فإن : ق (∠ ب حـ و) = ... (ش. سيناء ١٧)

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٢٠°



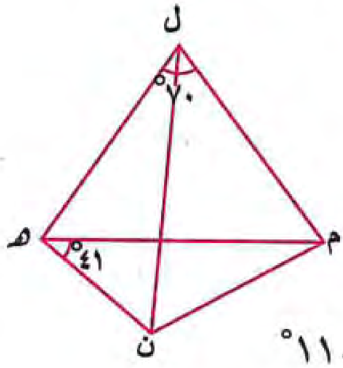
١٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء رباعي دائري فيه : $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ ينصف ∠ ب أ ء

، إذا كان : ق (∠ ب أ حـ) = ٥٥°

فإن : ق (∠ ب حـ ء) = ... (القاهرة ٠٥)

(أ) ٥٥° (ب) ٧٠° (جـ) ١١٠° (د) ١٢٥°



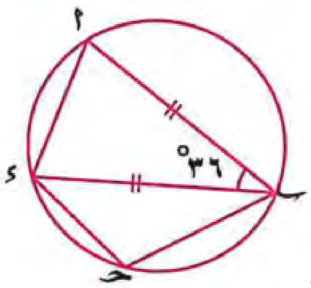
١٥ في الشكل المقابل :

ل م ن هـ رباعي دائري

، ق (∠ م ل هـ) = ٧٠° ، ق (∠ م هـ ن) = ٤١°

فإن : ق (∠ هـ م ن) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ٤١° (جـ) ٢٩° (د) ١١٠°



١٦ في الشكل المقابل :

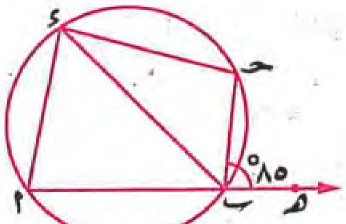
إذا كان : أ ب = ب ء

، ق (∠ أ ب ء) = ٣٦°

فإن : ق (∠ حـ) = ... (الأقصر ١٩)

(أ) ١٤٠° (ب) ٧٠° (جـ) ٥٤° (د) ١٠٨°

٥ في الشكل المقابل :



هـ ∈ أب (شعاع) ، هـ ∉ $\overline{أب}$ ، ق (⌒أب) = ١١٠°

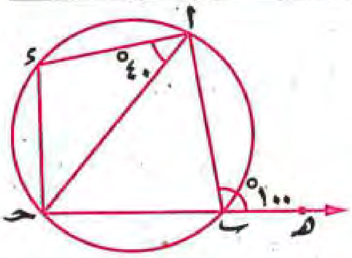
، ق (∠حـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد : ق (∠ب ء حـ)

(أسيوط ٢٣ ، سوهاج ١٩ ، القليوبية ١٨ ، دمياط ١٨ ، البحيرة ١٤) « ٣٠° »

---

٦ في الشكل المقابل :



ق (∠أ ب هـ) = ١٠٠°

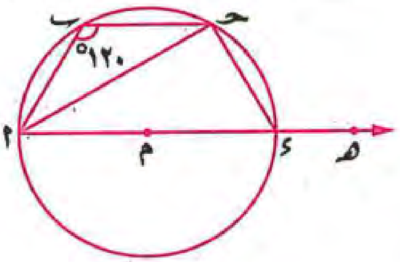
، ق (∠حـ أ ء) = ٤٠°

أثبت أن : ق (⌒حـ ء) = ق (⌒أ ء)

(المنوفية ٢٣ ، الجيزة ١٩ ، البحر الأحمر ١٨ ، الغربية ١٧ ، سوهاج ١٥)

---

٧ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة م فيه :

ق (∠ب) = ١٢٠° ، $\overline{أء}$ قطر فى الدائرة ، هـ ∈ أء (شعاع)

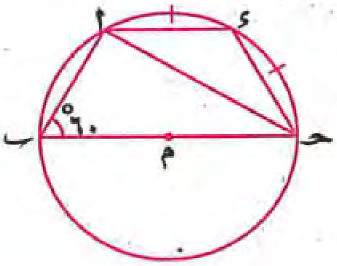
[١] أوجد : ق (∠حـ ء هـ) ، ق (∠حـ أ ء)

[٢] إذا كان : ء حـ = ٧ سم فأوجد : طول ⌒أ ء $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$

« ١٢٠° ، ٣٠° ، ٢٢ سم »

---

٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، $\overline{حـ ب}$ قطر فى الدائرة م

، ق (∠أ ب حـ) = ٦٠°

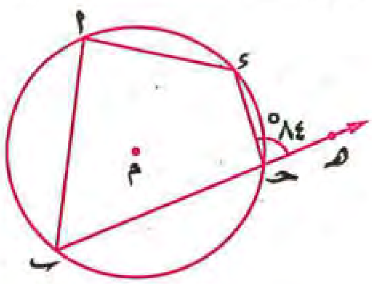
، طول ⌒أ ء = طول ⌒حـ ء

أثبت أن : حـ أ (شعاع) ينصف ∠ ء حـ ب

(المنوفية ٠٨)

---

٩ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة م

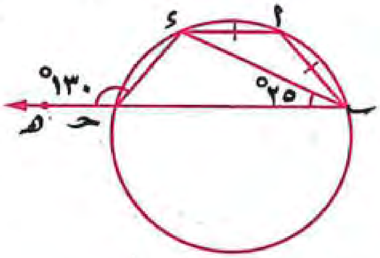
، هـ ∈ ب حـ (شعاع) ، ق (∠ء حـ هـ) = ٨٤°

، ق (∠ب) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ء)

أوجد : [١] ق (∠أ) [٢] ق (∠ب)

« ٨٤° ، ٦٠° »

١٠ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : أ ب = أ ء

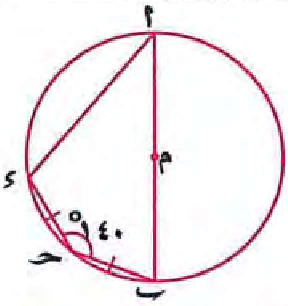
، ق (∠ حـ ب ء) = ٢٥° ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$

، ق (∠ هـ حـ ء) = ١٣٠°

أثبت أن : أ ء = ء حـ

---

١١ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة م

، م ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، حـ ب = حـ ء

، ق (∠ ب حـ ء) = ١٤٠°

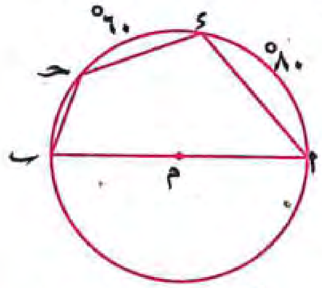
أوجد : [١] ق (∠ أ) [٢] ق (∠ ء)

(مطروح ١٧ ، كفر الشيخ ١٤) «٤٠° ، ١١٠°»

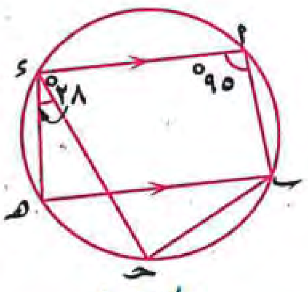
---

١٢ **فى كل من الشكلين الآتيين ، مستعينًا بمعطيات كل شكل**

أوجد بالبرهان قياسات زوايا الشكل أ ب حـ ء :



شكل (١) (الجيزة ٢٣)



شكل (٢)

---

١٣ **فى الشكل المقابل :**



ق (∠ ب م ء) = ق (∠ ب حـ ء)

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ)

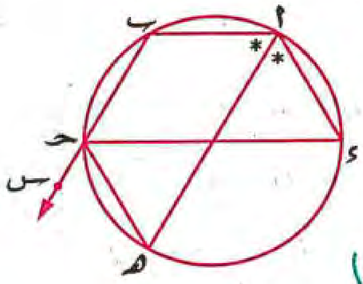
(سوهاج ١٨) «٦٠°»

---

١٤ أ نقطة خارج دائرة ، رُسم $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ يقطع الدائرة فى ب ، حـ على الترتيب ، رُسم $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ يقطع الدائرة فى ء ، هـ على الترتيب ، فإذا كان : أ حـ = أ هـ

أثبت أن : [١] $\overline{\text{ب ء}}$ // $\overline{\text{حـ هـ}}$ [٢] ق ($\frown$ ب حـ) = ق ($\frown$ ء هـ)

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة

، $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ ينصف ∠ ب أ ء ويلاقى الدائرة فى نقطة هـ

أثبت أن : $\overleftarrow{\text{حـ هـ}}$ ينصف ∠ س حـ ء (أسيوط ١٢)

---

١٦ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ق (∠ حـ) = ١٠٥°

أوجد : [١] ق (∠ أ) [٢] ق (∠ ب) «٧٥° ، ١٠٥°»

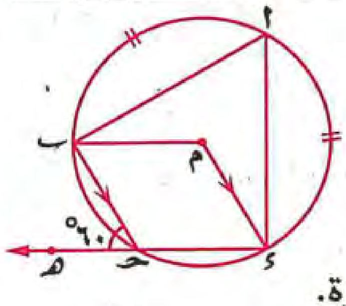
---

١٧ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : أ ب = أ ء ، ق (∠ حـ) = ١٢٤° ، ق (∠ ب أ حـ) = ٣٦°

أوجد : [١] ق (∠ أ حـ ء) [٢] ق (∠ أ ء حـ) «٦٢° ، ٩٨°»

---

١٨ في الشكل المقابل :



ق (∠ ب حـ هـ) = ٦٠° ، $\overline{\text{ب حـ}}$ // $\overline{\text{م ء}}$

، أ منتصف $\overset{\frown}{\text{ب ء}}$ الأكبر

أثبت أن : [١] الشكل ب م ء حـ معين. [٢] $\overline{\text{أ حـ}}$ قطر فى الدائرة.

---

١٩ $\overline{\text{ب حـ}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{\text{ب أ}}$ وتر فيها ، ء ∈ $\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$ بحيث ق (∠ أ ء حـ) = ١١٨°

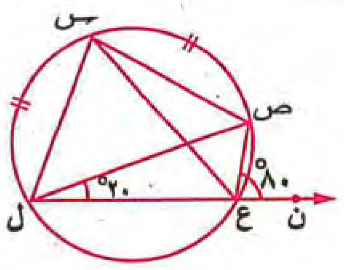
، رسم $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ ويقطع الدائرة فى هـ

[١] أوجد : ق (∠ أ ب حـ) «٦٢°»

[٢] أثبت أن : ق (∠ أ حـ ء) = ق (∠ حـ ب هـ)

---

٢٠ في الشكل المقابل :



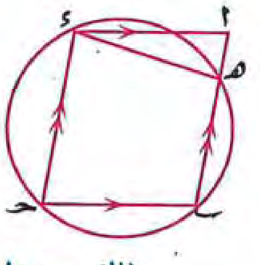
س منتصف $\overset{\frown}{\text{ص ل}}$

، ق (∠ ص ع ن) = ٨٠°

، ق (∠ ص ل ع) = ٢٠°

أوجد : [١] ق (∠ ع س ل) [٢] ق ($\overset{\frown}{\text{س ص ع}}$) «٦٠° ، ١٤٠°»

٢١ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، الدائرة المارة بالنقط ب ، حـ ، ء

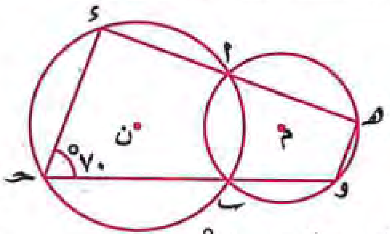
تقطع أ ب فى هـ

أثبت أن : أ ء = هـ ء

(الفيوم ١١)

---

٢٢ **فى الشكل المقابل :**



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، رسم ↔أ ء يقطع الدائرة م فى هـ والدائرة ن فى ء

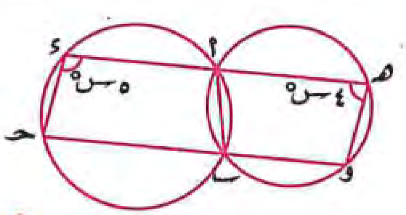
، رسم ↔ب حـ يقطع الدائرة م فى و والدائرة ن فى حـ ، ق (∠ حـ) = ٧٠°

١ **أوجد :** ق (∠ و) **٢** **أثبت أن :** ↔حـ ء // ↔هـ و

(قنا ١٩ ، المنوفية ١٧) « ١١٠° »

---

٢٣ **فى الشكل المقابل :**



دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ، أ ∈ هـ ء ، ب ∈ و حـ

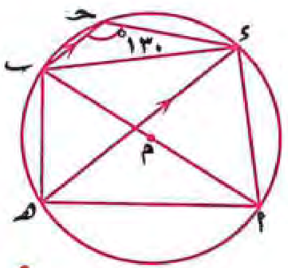
، ق (∠ ء) = ٥ س° ، ق (∠ هـ) = ٤ س°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ ب و)

« ١٠٠° »

---

٢٤ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، أ ب قطر فى الدائرة

، رسم ↔ء هـ // ب حـ ويقطع الدائرة فى هـ

١ **أثبت أن :** ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ ب أ هـ)

٢ إذا كان : ق (∠ حـ) = ١٣٠° **فأوجد :** ق (∠ أ هـ ء)

« ٤٠° »

للمتفوقين

١ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) = س° ، ق (∠ ب) = ٢ س°

، ق (∠ حـ) = ٣ ص° ، ق (∠ ء) = ص°

أوجد : قيمة كل من س ، ص

« ٧٢° ، ٣٦° »

---

٢ أ ب حـ ء هـ مخمس مرسوم فى نصف دائرة قطرها أ ب

أثبت أن : ق (∠ أ هـ ء) + ق (∠ ب حـ ء) = ٢٧٠°



الدرس 5

حالات إثبات الشكل الرباعى الدائرى

فى هذا الدرس سنجيب عن السؤال التالى :

متى يكون الشكل الرباعى دائريًا ؟

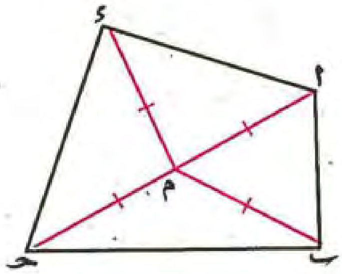
أولًا

يكون الشكل الرباعى دائريًا إذا وجدت نقطة فى مستوى الشكل على أبعاد متساوية من رؤوسه.

فمثلًا : إذا كانت م نقطة بحيث :

م أ = م ب = م حـ = م ء

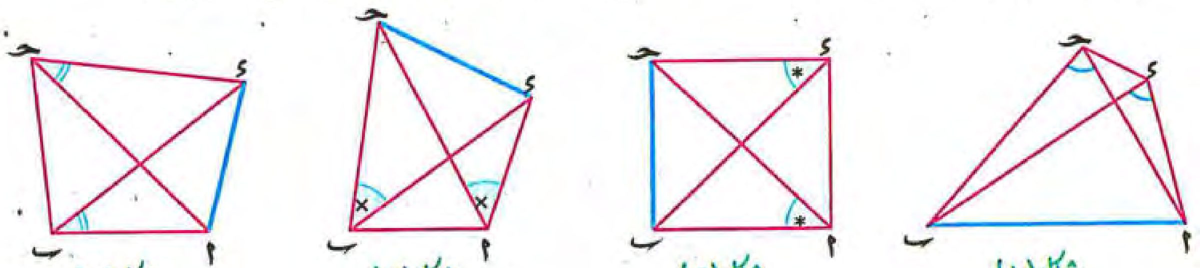
فإن : أ ب حـ ء رباعى دائرى.



ثانيًا

يكون الشكل الرباعى دائريًا إذا وجُدت زاويتان متساويتان فى القياس ومرسومتان على ضلع من أضلاعه كقاعدة وفى جهة واحدة من هذا الضلع.

- وعلى ذلك فإن كل شكل من الأشكال الأربعة الآتية هو شكل رباعى دائرى.



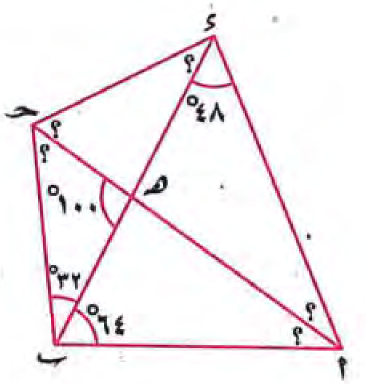
شكل (١) شكل (٢) شكل (٣) شكل (٤)

ملاحظتان

١ إذا وجدت زاويتان مرسومتان على ضلع من أضلاع شكل رباعى وفى جهة واحدة من هذا الضلع وكانتا غير متساويتين فى القياس فإن الشكل لا يكون رباعيًا دائريًا.

٢ المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوى الساقين أشكال رباعية دائرية بينما متوازى الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير المتساوى الساقين ليست أشكالاً رباعية دائرية.

مثال ١



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى هـ

، فإذا كان : ق (∠ أ ء ب) = ٤٨° ، ق (∠ ء ب حـ) = ٣٢°

، ق (∠ ب هـ حـ) = ١٠٠° ، ق (∠ أ ب ء) = ٦٤°

١ **أثبت أن :** الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.

٢ **أوجد :** قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة (؟)

الحـــل

المعطيات ق (∠ أ ء ب) = ٤٨° ، ق (∠ ء ب حـ) = ٣٢° ، ق (∠ ب هـ حـ) = ١٠٠°

، ق (∠ أ ب ء) = ٦٤°

المطلـوب ١ **إثبات أن :** الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.

٢ **إيجاد :** قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة (؟)

البرهـــان فى Δ ب هـ حـ : ∵ ق (∠ ب حـ هـ) = ١٨٠° − (١٠٠° + ٣٢°) = ٤٨°

∴ ق (∠ أ ء ب) = ق (∠ أ حـ ب) = ٤٨°

وهما زاويتان مرسومتان على $\overline{\text{أ ب}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى. (المطلوب أولاً)

∴ ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ ء ب حـ) = ٣٢° (مرسومتان على ء حـ وفى جهة واحدة منها)

، ق (∠ أ حـ ء) = ق (∠ أ ب ء) = ٦٤° (مرسومتان على أ ء وفى جهة واحدة منها)

، ∵ ∠ ب هـ حـ خارجة عن Δ أ ب هـ

∴ ق (∠ ب هـ حـ) = ق (∠ هـ أ ب) + ق (∠ هـ ب أ)

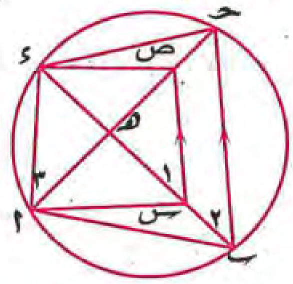
∴ ق (∠ هـ أ ب) = ١٠٠° − ٦٤° = ٣٦°

∴ ق (∠ ب ء حـ) = ق (∠ ب أ حـ) = ٣٦°

(مرسومتان على ب حـ وفى جهة واحدة منها) (المطلوب ثانيًا)

مثال ٢

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة تقاطع قطراه فى هـ

، س ∈ ب هـ ، ص ∈ حـ هـ بحيث س ص // ب حـ

أثبت أن : ١ أ س ص ء رباعى دائرى.

٢ ق (∠ ب أ س) = ق (∠ حـ ء ص)

الحل

المعطيات أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، س ص // ب حـ

المطلوب إثبات أن : ١ أ س ص ء رباعى دائرى.

٢ ق (∠ ب أ س) = ق (∠ حـ ء ص)

البرهان ∵ س ص // ب حـ

∴ ق (∠ ١) = ق (∠ ٢) (بالتناظر)

، لكن ق (∠ ٢) = ق (∠ ٣) (محيطيتان مشتركتان فى حـ ء⌒)

∴ ق (∠ ١) = ق (∠ ٣) ، وهما مرسومتان على القاعدة ص ء وفى جهة واحدة منها.

∴ أ س ص ء رباعى دائرى. (المطلوب أولاً)

، ∵ أ ب ح ء رباعى دائرى.

∴ ق (∠ ب أ ح) = ق (∠ ب ء ح) (١)

، ∵ أ س ص ء رباعى دائرى.

∴ ق (∠ س أ ص) = ق (∠ س ء ص) (٢)

بطرح (٢) من (١) ينتج أن :

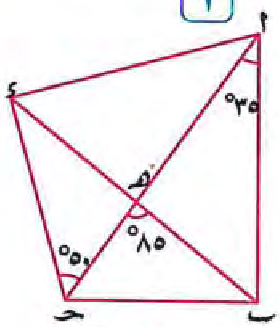
ق (∠ ب أ ح) − ق (∠ س أ ص) = ق (∠ ب ء ح) − ق (∠ س ء ص)

∴ ق (∠ ب أ س) = ق (∠ ح ء ص) (المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك ١

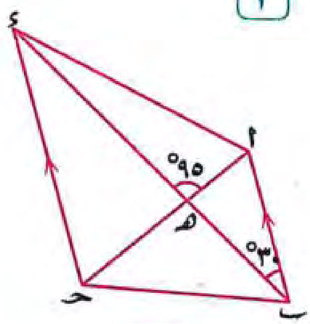
ضع علامة (✔) أسفل الشكل الرباعى الدائرى فيما يلى علمًا بأن : $\overline{أح} \cap \overline{بء} = \{ه\}$:

١



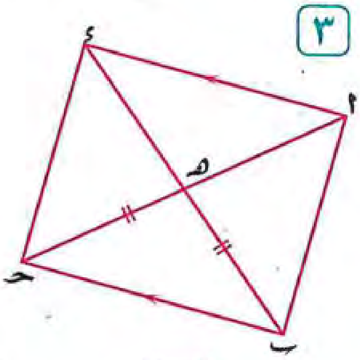
☐

٢



☐

٣



☐

ثالثًا عكس نظرية ٣

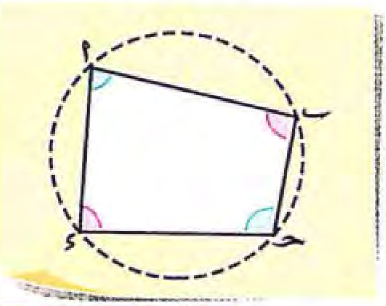
إذا وُجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان فى شكل رباعى كان هذا الشكل رباعيًا دائريًا.

ففى الشكل المقابل :

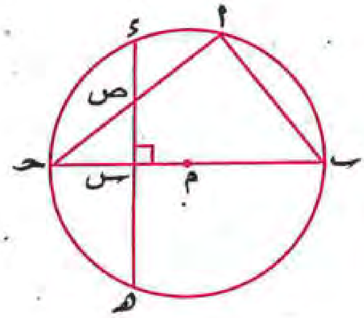
إذا كان : ق (∠ ب) + ق (∠ ء) = ١٨٠°

أ، ق (∠ أ) + ق (∠ ح) = ١٨٠°

فإن : الشكل أ ب ح ء رباعى دائرى.



مثال ٣



فى الشكل المقابل :

$\overline{بحـ}$ قطر فى الدائرة م ، أ ∈ $\overset{\frown}{بحـ}$ ، الوتر $\overline{ءهـ}$ ⊥ $\overline{بحـ}$

بحيث $\overline{ءهـ}$ ∩ $\overline{بحـ}$ = {س} ، $\overline{ءهـ}$ ∩ $\overline{أحـ}$ = {ص}

أثبت أن : الشكل أ ب س ص رباعى دائرى.

الحـــل

المعطيات: $\overline{بحـ}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{ءهـ}$ ⊥ $\overline{بحـ}$

المطلـوب: إثبات أن : الشكل أ ب س ص رباعى دائرى.

البرهــان: ∵ $\overline{بحـ}$ قطر فى الدائرة م ∴ ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

، ∵ $\overline{ءهـ}$ ⊥ $\overline{بحـ}$ ∴ ق (∠ ء س ب) = ٩٠°

∴ فى الشكل أ ب س ص :

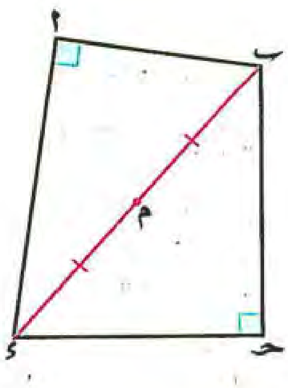
ق (∠ ب أ ص) + ق (∠ ص س ب) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ الشكل أ ب س ص رباعى دائرى. (وهو المطلوب)

ملاحظة

إذا كانت إحدى زوايا شكل رباعى دائرى قائمة كان قطر الشكل المقابل لهذه الزاوية القائمة هو قطر فى الدائرة المارة برءوس الشكل، ومنتصف هذا القطر هو مركز هذه الدائرة.

ففى الشكل المقابل :



إذا كان : أ ب حـ ء شكلاً رباعيًا دائريًا ، ق (∠ أ) = ق (∠ حـ) = ٩٠°

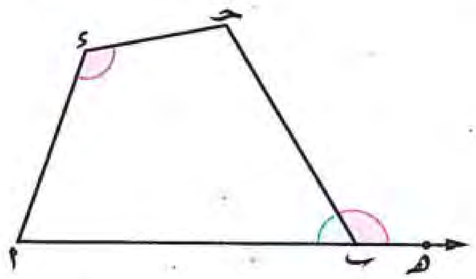
فإن : $\overline{بء}$ هو قطر فى الدائرة المارة برءوس الشكل أ ب حـ ء

، والنقطة م منتصف $\overline{بء}$ هى مركز هذه الدائرة

، وطول نصف قطرها = م ب = م ء = م أ = م حـ

رابعًا نتيجــة

إذا وُجدت زاوية خارجة عند رأس من رءوس شكل رباعى قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعيًا دائريًا.



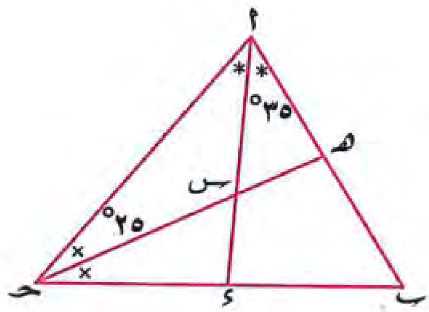
ففى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب حـ ء شكلاً رباعيًا

، وكان : ق (∠ حـ ب هـ) الخارجة = ق (∠ ء)

، فإن الشكل أ ب حـ ء يكون رباعيًا دائريًا.

مثال ٤



فى الشكل المقابل :

أء ينصف ∠ ب أ حـ ، حـ س ينصف ∠ أ حـ ب

، ق (∠ ب أ ء) = ٣٥° ، ق (∠ أ حـ هـ) = ٢٥°

أثبت أن : الشكل ب هـ س ء رباعى دائرى.

الحـــل

المعطيات | أء ينصف ∠ أ ، حـ س ينصف ∠ حـ ، ق (∠ ب أ ء) = ٣٥°

، ق (∠ أ حـ هـ) = ٢٥°

المطلـوب | إثبات أن : الشكل ب هـ س ء رباعى دائرى.

البرهـــان | فى Δ أ ب حـ :

∵ أء ينصف ∠ ب أ حـ   ∴ ق (∠ ب أ حـ) = ٣٥° × ٢ = ٧٠°

، ∵ حـ هـ ينصف ∠ أ حـ ب   ∴ ق (∠ أ حـ ب) = ٢٥° × ٢ = ٥٠°

∴ ق (∠ب) = ١٨٠° − (٧٠° + ٥٠°) = ٦٠° (١)

، ∵ ∠ أ س هـ خارجة عن Δ أ س حـ

∴ ق (∠ أ س هـ) = ق (∠س أ حـ) + ق (∠ أ حـ س) = ٣٥° + ٢٥° = ٦٠° (٢)

من (١) ، (٢) وفى الشكل ب هـ س ء :

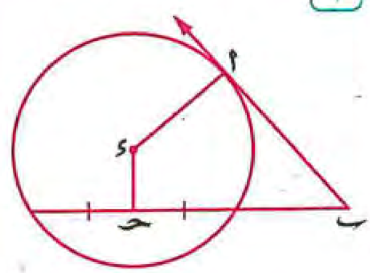
∴ ق (∠ أ س هـ) الخارجة = ق (∠ب) المقابلة للرأس س

∴ الشكل ب هـ س ء رباعى دائرى. (وهو المطلوب)

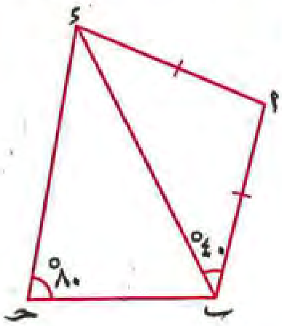
حاول بنفسك ٢

فى كل مما يأتى هل الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى أم لا ؟

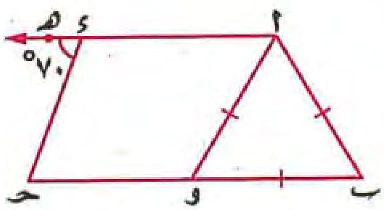
١



٢



٣



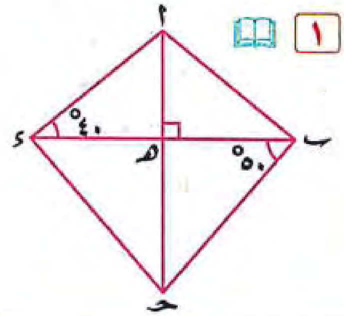
تمارين 10

على حالات إثبات الشكل الرباعى الدائرى

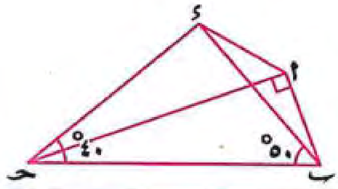
• تذكر • فهم ○ تطبيق ∴ حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ بيِّن أى الأشكال الآتية رباعيًا دائريًا ، فسر إجابتك :

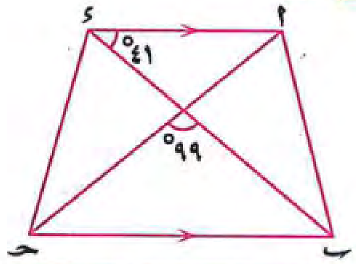
١ 📖



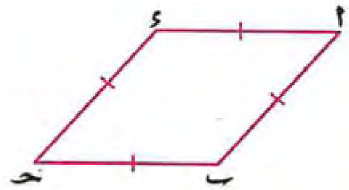
٢ 📖



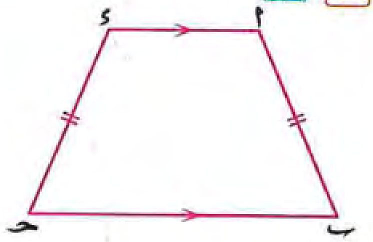
٣ 📖



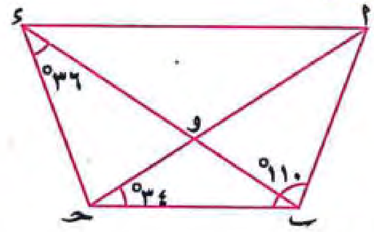
٤ 📖



٥ 📖

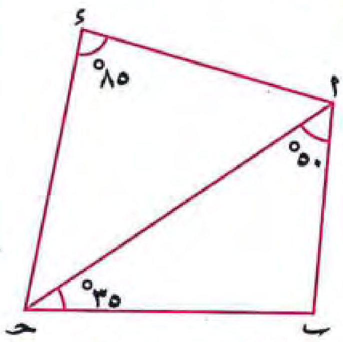


٦



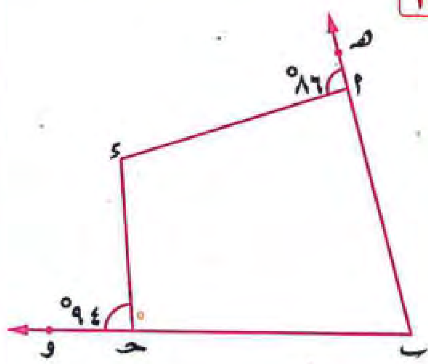
٢ فى كل من الأشكال الآتية ، أثبت أن الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى :

١ 📖

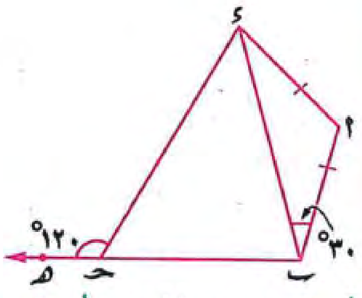


(ج. سيناء ١٦)

٢

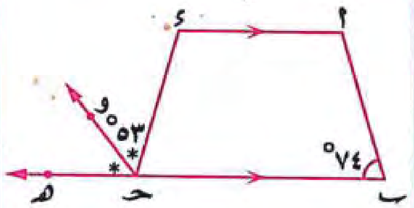


٣



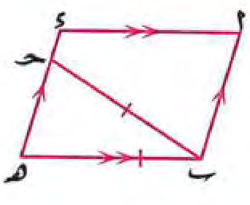
(أسوان ٢٣ ، دمياط ١٥ ، أسوان ١٦)

٤

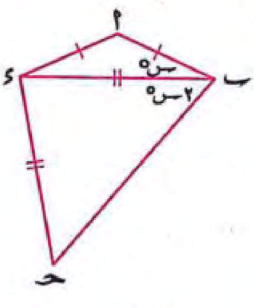


(الأقصر ٢٣ ، بورسعيد ١٧ ، دمياط ١٧)

٥



٦

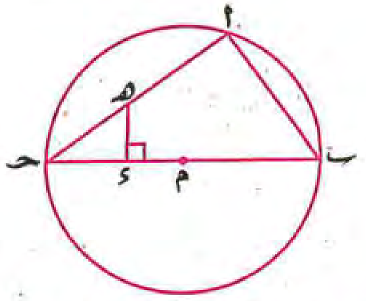


(الدقهلية ١٣)

٣ اذكر حالتين يكون فيهما الشكل الرباعى رباعيًا دائريًا. (السويس ٢٣ ، القاهرة ١٩ ، أسيوط ١٩)

---

٤ في الشكل المقابل :



$\overline{بحـ}$ قطر فى الدائرة م

، $\overline{هـ ء} \perp \overline{بحـ}$

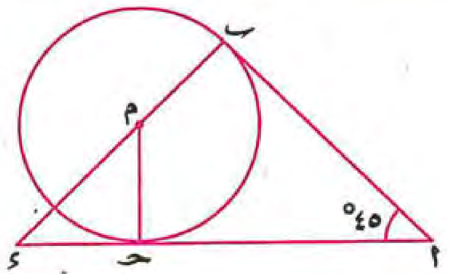
أثبت أن : [١] الشكل أ ب ء هـ رباعى دائرى.

[٢] ق (∠ حـ هـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{أحـ}$)

(ش. سيناء ٢٣ ، القاهرة ١٨ ، الجيزة ٠٩)

---

٥ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ تمسان الدائرة م عند ب ، حـ على الترتيب

، ق (∠ أ) = ٤٥°

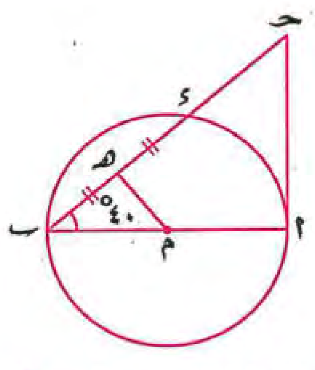
أثبت أن : [١] الشكل أ ب م حـ رباعى دائرى.

[٢] المثلث م حـ ء متساوى الساقين.

(ج. سيناء ١٢)

---

٦ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماس لها عند أ

، هـ منتصف $\overline{ءب}$ ، ق (∠ ب) = ٤٠°

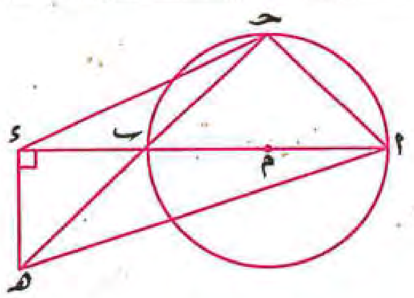
[١] أثبت أن : الشكل أ م هـ حـ رباعى دائرى.

[٢] أوجد : ق (∠ حـ)

(الوادى الجديد ١٤) « ٥٠° »

---

٧ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م

، رسم $\overleftrightarrow{ءهـ} \perp \overleftrightarrow{أب}$

، $\overleftrightarrow{حـب} \cap \overleftrightarrow{ءهـ} = \{هـ\}$

أثبت أن : أ حـ ء هـ شكل رباعى دائرى.

(قنا ١٩ ، الفيوم ١١)

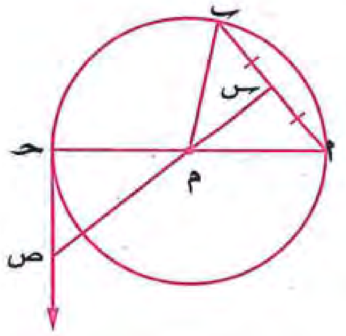
٨ **في الشكل المقابل :**

$\overline{أحـ}$ قطر في الدائرة م ، س منتصف $\overline{أب}$

، $\overleftrightarrow{حـ ص}$ مماس للدائرة قطع $\overrightarrow{س م}$ في ص

أثبت أن : ١ الشكل أ س حـ ص رباعي دائري.

٢ ق (∠ ب م حـ) = ٢ ق (∠ م ص حـ)



(أسوان ٠٩)

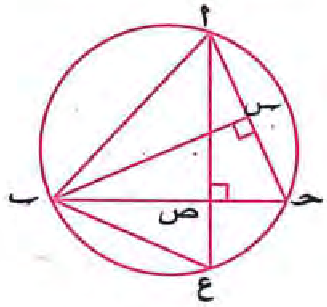
٩ **في الشكل المقابل :**

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overline{ب س}$ ⊥ $\overline{أحـ}$

، $\overleftrightarrow{أص}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ يقطعه في ص ويقطع الدائرة في ع

أثبت أن : ١ الشكل أ ب ص س رباعي دائري.

٢ $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ينصف ∠ س ب ع



(الغربية ١٧ ، البحيرة ١٧)

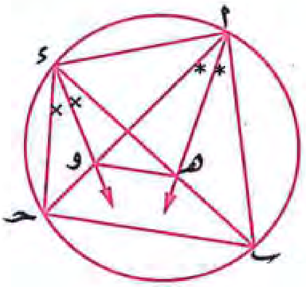
١٠ **في الشكل المقابل :**

أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه :

$\overrightarrow{أهـ}$ ينصف ∠ ب أ حـ ، $\overrightarrow{ء و}$ ينصف ∠ ب ء حـ

أثبت أن : ١ أ هـ و ء شكل رباعي دائري.

٢ $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$



(الغربية ١٨ ، الأقصر ١٦ ، الدقهلية ١٣)

١١ أ ب حـ ء مربع ، $\overrightarrow{أ س}$ ينصف ∠ ب أ حـ ويقطع $\overline{ب ء}$ في س

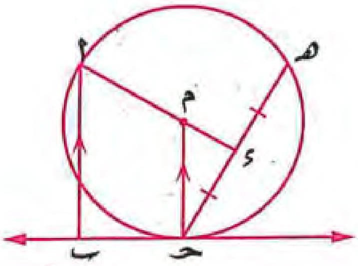
، $\overrightarrow{ء ص}$ ينصف ∠ حـ ء ب ويقطع $\overline{أحـ}$ في ص

أثبت أن : ١ الشكل أ س ص ء رباعي دائري.

٢ ق (∠ أ ص س) = ٤٥°

(الإسكندرية ١٦ ، الشرقية ١٢)

١٢ في الشكل المقابل :



م دائرة ، ء منتصف الوتر هـ حـ

، بـ حـ مماس للدائرة م عند حـ

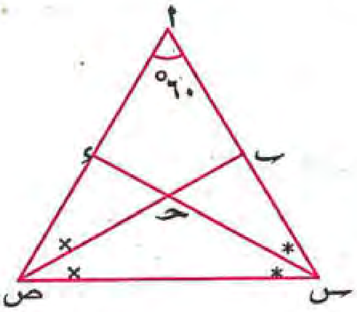
، أ بـ // م حـ

أثبت أن : الشكل أ بـ حـ ء رباعي دائري.

(القاهرة ١٢)

---

١٣ في الشكل المقابل :



Δ أ سـ ص فيه : ق (∠ أ) = ٦٠°

، سـ ء ينصف ∠ أ سـ ص

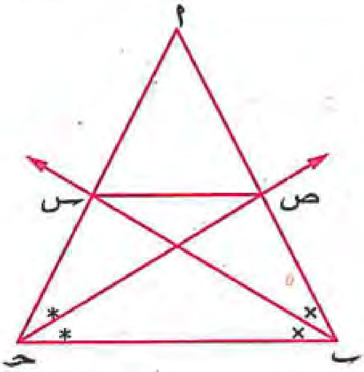
، ص بـ ينصف ∠ أ ص سـ

أثبت أن : الشكل أ بـ حـ ء رباعي دائري.

(البحيرة ١٦)

---

١٤ في الشكل المقابل :



أ بـ حـ مثلث فيه : أ بـ = أ حـ

، بـ سـ ينصف ∠ أ بـ حـ ويقطع أ حـ في سـ

، حـ ص ينصف ∠ أ حـ بـ ويقطع أ بـ في ص

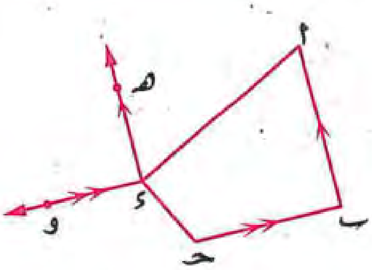
أثبت أن : ١ بـ حـ سـ ص رباعي دائري.

٢ سـ ص // بـ حـ

(الفيوم ١٧ ، أسيوط ١١)

---

١٥ في الشكل المقابل :



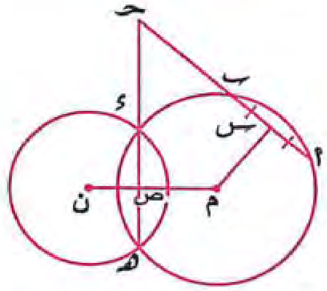
أ بـ // ء هـ ، بـ حـ // ء و

، ق (∠ أ ء هـ) + ق (∠ حـ ء و) = ١٨٠°

أثبت أن : الشكل أ بـ حـ ء رباعي دائري.

(المنوفية ٠٦)

١٦ **في الشكل المقابل :**



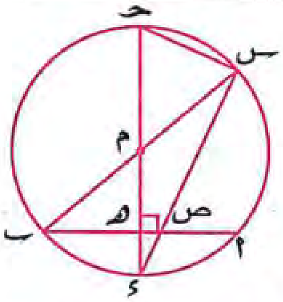
س منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{من} \cap \overline{هـ حـ} = \{ص\}$

[١] **أثبت أن :** الشكل حـ س م ص رباعي دائري.

[٢] **أوجد :** مركز الدائرة المارة برؤوس الشكل حـ س م ص

---

١٧ **في الشكل المقابل :**



$\overline{أب}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{حـ ء}$ قطر عمودي على $\overline{أب}$ ويقطعه في هـ

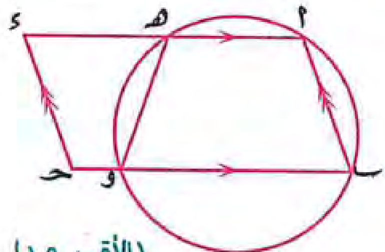
، $\overleftarrow{ب م}$ يقطع الدائرة في س ، $\overline{س ء} \cap \overline{أب} = \{ص\}$

أثبت أن : [١] الشكل س ص هـ حـ رباعي دائري.

[٢] ق (∠ ء ص ب) = ق (∠ ء ب س) (الوادي الجديد ٢٣ ، الوادي الجديد ١٩ ، القاهرة ١١)

---

١٨ **في الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، رُسمت دائرة تمر بالنقطتين

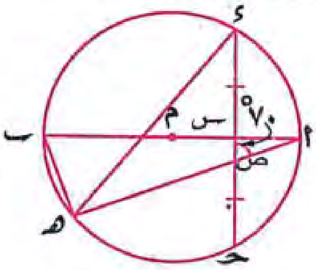
أ ، ب فقطعت $\overline{أء}$ في هـ ، $\overline{ب حـ}$ في و

أثبت أن : الشكل حـ ء هـ و رباعي دائري.

(الأقصر ١٩)

---

١٩ **في الشكل المقابل :**



$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، س منتصف $\overline{ء حـ}$

، ق (∠ أ ص س) = ٧٠°

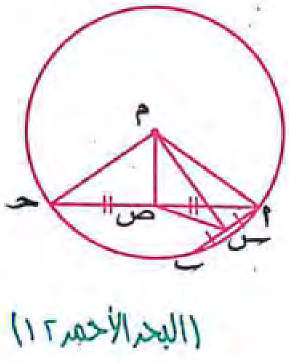
[١] **أثبت أن :** الشكل س ص هـ ب رباعي دائري.

[٢] **أوجد :** ق (∠ أ ء هـ)

(دمياط ٠٨) « ٧٠° »

---

٢٠ **في الشكل المقابل :**



دائرة مركزها م ، س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب.

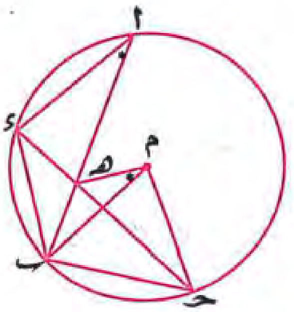
أثبت أن : [١] الشكل أ س ص م رباعي دائري.

[٢] ق (∠ م س ص) = ق (∠ م حـ ص)

[٣] $\overline{أم}$ قطر في الدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص ، م

(البحر الأحمر ١٢)

٢١ في الشكل المقابل :



أب ، حـ ء وتران في الدائرة م

، أب ∩ حـ ء = {هـ} ، ق(∠ب أ ء) = ق(∠ب م هـ)

أثبت أن : ١ الشكل م حـ ب هـ رباعي دائري.

٢ ق(∠حـ هـ ب) = ٢ ق(∠حـ ء ب)

---

٢٢ أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، س ∈ ⌢أب ، ص ∈ ⌢أحـ حيث :

ق(⌢أس) = ق(⌢أص) ، حـ س ∩ أب = {ء} ، ب ص ∩ أحـ = {هـ}

أثبت أن : ١ الشكل ب حـ هـ ء رباعي دائري.

٢ ق(∠ء هـ ب) = ق(∠س أ ب) (المنوفية ١٩ ، الوادي الجديد ١٩ ، الإسكندرية ١٥)

---

٢٣ أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ، و ∈ أب ، رسم و هـ // ب حـ ويقطع حـ ء في هـ ، ء و ∩ حـ ب = {س} أثبت أن :

١ الشكل أ و هـ ء رباعي دائري. ٢ ق(∠ب س و) = ق(∠هـ أ ء) (مطروح ١٧)

---

٢٤ أب قطر في دائرة ، ء ∈ أب ، رُسم ء هـ ⊥ أب بحيث هـ خارج الدائرة ، ورُسم هـ أ فقطع الدائرة في س ، ورُسم س ء فقطع الدائرة في ص

أثبت أن : ١ الشكل هـ ب ء س رباعي دائري. ٢ ب أ ينصف ∠هـ ب ص

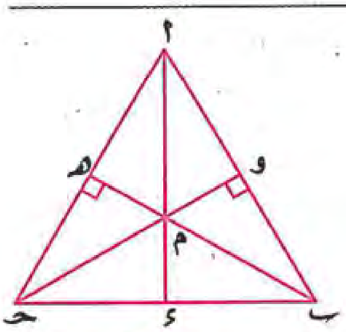
---

٢٥ أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة فيه : أب > أحـ ، ء ∈ أب بحيث أحـ = أء ، أهـ ينصف ∠أ ويقطع ب حـ في هـ ويقطع الدائرة في و

أثبت أن : الشكل ب ء هـ و رباعي دائري. (كفر الشيخ ١٩ ، المنيا ١٩ ، المنوفية ١٨ ، المنيا ١٨)

---

٢٦ في الشكل المقابل :



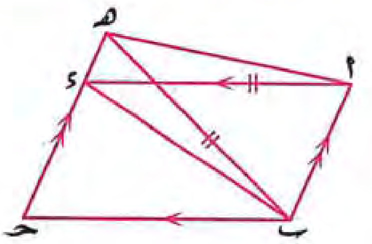
أ ب حـ مثلث ، ب هـ ⊥ أحـ

، حـ و ⊥ أب ، ب هـ ∩ حـ و = {م}

، أم ∩ ب حـ = {ء}

أثبت أن : الشكل م ء حـ هـ رباعي دائري. (ج. سيناء ١٧)

٢٧ **فى الشكل المقابل :**



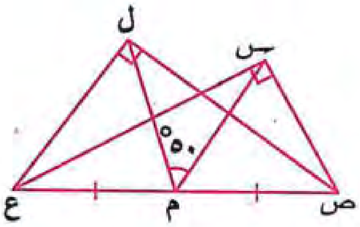
أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ء}}$ حيث ب هـ = أ ء

أثبت أن : الشكل أ ب ء هـ رباعى دائرى. (البحيرة ١٨ ، الأقصر ١٧ ، ج.سيناء ١٣ ، مطروح ١١)

---

٢٨ **فى الشكل المقابل :**



ق (∠ ص س ع) = ق (∠ ص ل ع) = ٩٠°

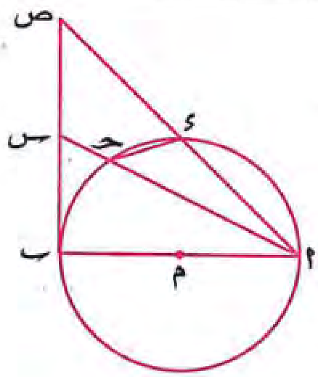
، م منتصف $\overline{\text{ص ع}}$ ، ق (∠ س م ل) = ٥٠°

[١] **أوجد :** ق (∠ س ص ل) «٢٥°»

[٢] **أثبت أن :** ق (∠ س ص ل) = ق (∠ س ع ل)

---

٢٩ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ وتران فيها

فى جهة واحدة من $\overline{\text{أ ب}}$ ، رسم من ب مماس للدائرة

قطع $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ فى س ، وقطع $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ فى ص

أثبت أن : الشكل س ص ء حـ رباعى دائرى.

---

٣٠ أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ أ) = ٩٠° وأطوال أضلاعه $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$

هى على الترتيب ٨ ، ٥ $\sqrt{٣}$ ، ٥ ، ٦ من السنتيمترات **أثبت أن :**

الشكل رباعى دائرى وعيّن مركز الدائرة المارة برءوسه وطول نصف قطرها. «٥ سم»

---

٣١ $\overline{\text{أ ب}}$ وتر فى دائرة م ، حـ منتصف $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ ، رسم من حـ الشعاعان $\overleftarrow{\text{حـ س}}$ ، $\overleftarrow{\text{حـ ص}}$ فقطعا

$\overline{\text{أ ب}}$ فى س ، ص على الترتيب وقطعا الدائرة فى ل ، ع على الترتيب

أثبت أن : س ص ع ل رباعى دائرى.

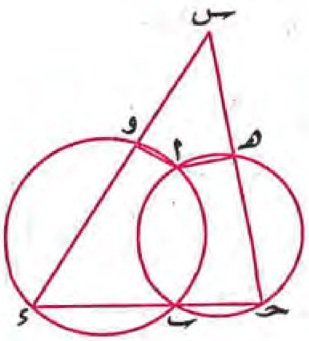
٣٢ في الشكل المقابل :

دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ يمر بالنقطة ب ويقطع الدائرتين في جـ ، ء

، $\overleftarrow{\text{جـ هـ}} \cap \overleftarrow{\text{ء و}} = \{\text{س}\}$

أثبت أن : الشكل أ و س هـ رباعي دائري.



(دمياط ١٧ ، الدقهلية ١٥ ، الغربية ١٤ ، ش.سيناء ١٣)

للمتفوقين

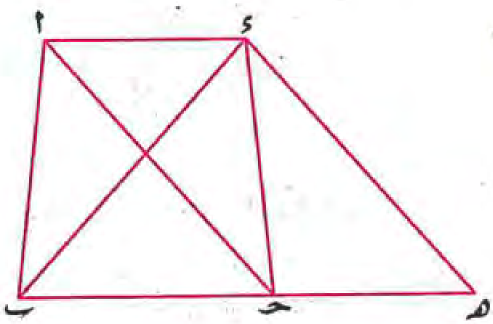
١ في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء شكل رباعي ، جـ $\in \overline{\text{هـ ب}}$

، Δ ء جـ هـ $\sim \Delta$ ب أ ء

أثبت أن : [١] الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري.

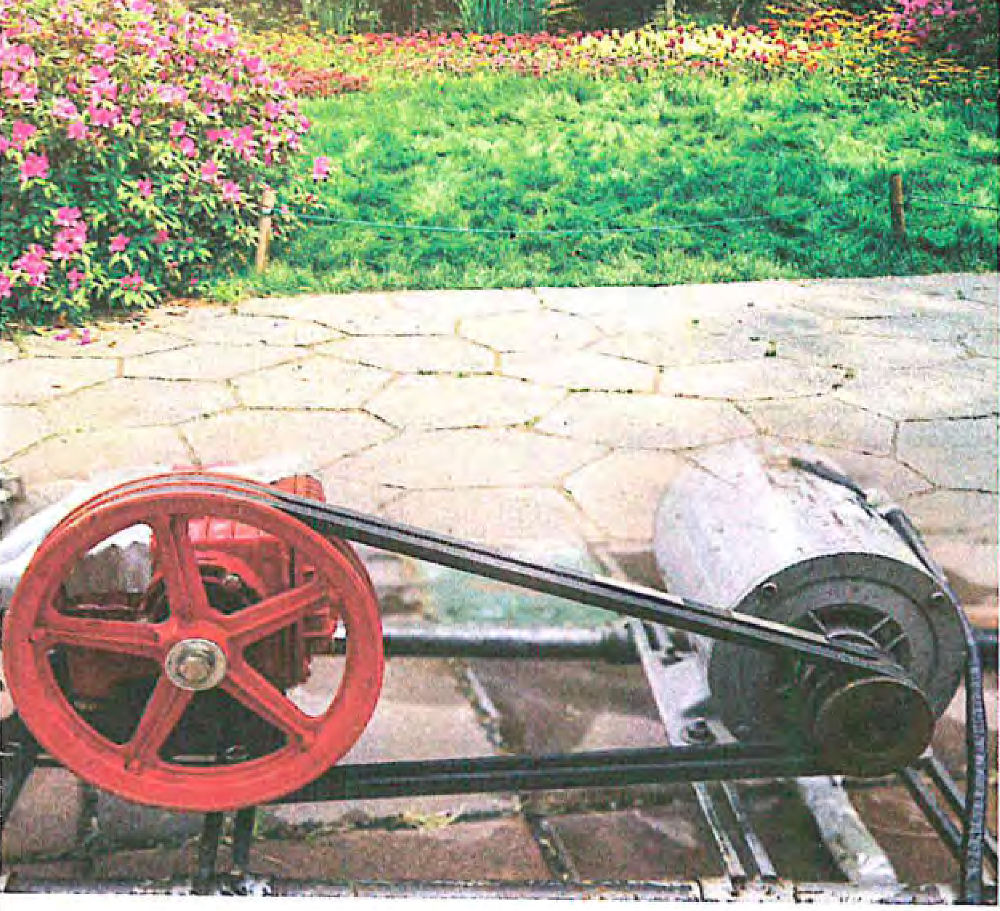
[٢] $\overline{\text{هـ ء}} \parallel \overline{\text{جـ أ}}$



---

٢ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر في دائرة ، ل مستقيم يمس الدائرة عند ب ، فرضت النقطتان جـ ، ء على الدائرة في جهتين مختلفتين من $\overline{\text{أ ب}}$ ثم رسم $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ فقطعا المستقيم ل في هـ ، و على الترتيب.

أثبت أن : الشكل جـ ء و هـ رباعي دائري.

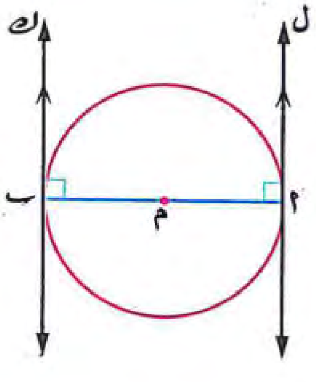


الدرس 6

العلاقة بين مماسات الدائرة

أولًا المماسان لدائرة المرسومان من نهايتى قطر فيها يكونان متوازيين

أى أنه فى الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى الدائرة م

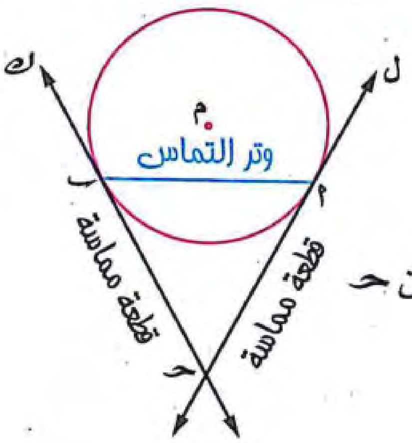
، المستقيمان ل ، ك مماسين لها عند أ ، ب على الترتيب

، فإن المستقيم ل // المستقيم ك

(لأن : المستقيم ل ⊥ $\overline{أب}$ ، المستقيم ك ⊥ $\overline{أب}$)

ثانيًا المماسان لدائرة المرسومان من نهايتى وتر فيها يكونان متقاطعين

أى أنه فى الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{أب}$ وترًا فى الدائرة م

، المستقيمان ل ، ك مماسين لها عند أ ، ب على الترتيب

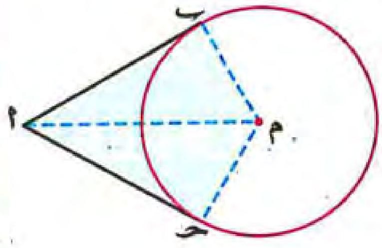
، فإن المستقيمين ل ، ك يتقاطعان فى نقطة خارج الدائرة ولتكن حـ

، وتُسمى $\overline{أحـ}$ ، $\overline{بحـ}$ **«قطعتين مماستين»** للدائرة م

، ويُسمى $\overline{أب}$ «وتر التماس».

نظرية ٤

القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان فى الطول.



المعطيات: أ نقطة خارج الدائرة م ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ على الترتيب.

المطلوب: إثبات أن : أب = أحـ

العمل: نرسم : $\overline{مب}$ ، $\overline{محـ}$ ، $\overline{مأ}$

البرهان: ∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م ∴ ق (∠ أ ب م) = ٩٠°

، ∵ $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماس للدائرة م ∴ ق (∠ أ حـ م) = ٩٠°

∴ △△ أ ب م ، أ حـ م فيهما :

مب = محـ (طولا نصفى قطرين فى الدائرة) ،

$\overline{أم}$ (ضلع مشترك)

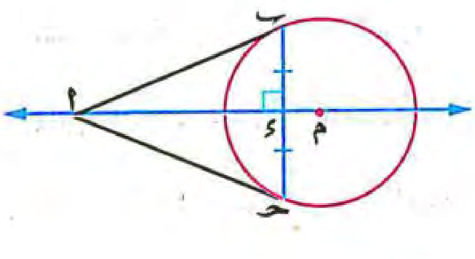
ق (∠ أ ب م) = ق (∠ أ حـ م) = ٩٠° (إثباتًا)

∴ △ أ ب م ≡ △ أ حـ م وينتج أن : أب = أحـ (وهو المطلوب)

نتائج نظرية (٤)

نتيجة ١

المستقيم المار بمركز الدائرة ونقطة تقاطع مماسين لها يكون محورًا لوتر التماس لهذين المماسين.



ففى الشكل المقابل :

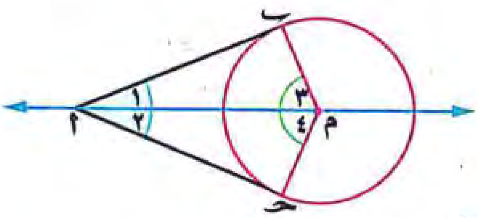
إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسين للدائرة م

عند ب ، حـ على الترتيب ، فإن : $\overleftrightarrow{أم}$ محور $\overline{بحـ}$

أى أن : $\overleftrightarrow{أم}$ ⊥ $\overline{بحـ}$ ، بء = ءحـ

نتيجـــة ٢

المستقيم المار بمركز الدائرة ونقطة تقاطع مماسين لها ينصف الزاوية بين هذين المماسين كما ينصف الزاوية بين نصفى القطرين المارين بنقطتى التماس.



ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسين للدائرة م

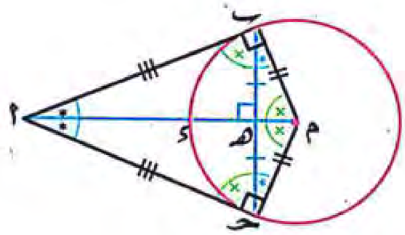
عند ب ، حـ على الترتيب

، فإن : $\overrightarrow{أم}$ ينصف ∠ ب أ حـ ∴ ق (∠ ١) = ق (∠ ٢)

، $\overrightarrow{مأ}$ ينصف ∠ ب م حـ ∴ ق (∠ ٣) = ق (∠ ٤)

! ملاحظات على نظرية (٤) ونتائجها

فى الشكل المقابل :



إذا كانت : $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتين

مماستين للدائرة م عند ب ، حـ فإن :

١ أ ب = أ حـ ٢ م ب = م حـ = نق

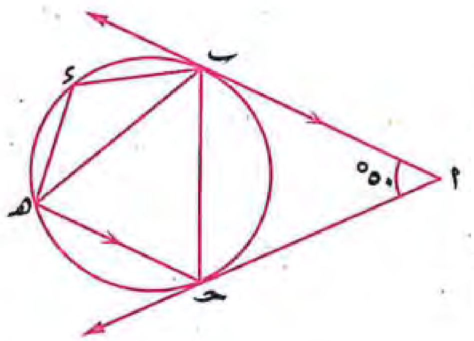
٣ ب هـ = حـ هـ ، $\overleftrightarrow{أم}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

٤ ق (∠ أ ب م) = ق (∠ أ حـ م) = ٩٠° أى أن : الشكل أ ب م حـ رباعى دائرى.

٥ ق (∠ ب أ م) = ق (∠ ب حـ م) = ق (∠ حـ أ م) = ق (∠ حـ ب م)

٦ ق (∠ أ م ب) = ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ أ م حـ) = ق (∠ أ ب حـ)

مثال ١



فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ يمسان الدائرة عند ب ، حـ

، $\overleftarrow{أب}$ // $\overline{حـ هـ}$ ، ق (∠ أ) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب ء هـ)

الحل

المعطيات $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ يمسان الدائرة عند ب ، حـ ، $\overleftarrow{أب}$ // $\overline{حـ هـ}$ ، ق (∠ أ) = ٥٠°

المطلوب إيجاد : ق (∠ب ء هـ)

البرهان ∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة. ∴ أب = أحـ

∴ فى Δ أ ب حـ : ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ أ حـ ب) = $\frac{١٨٠° - ٥٠°}{٢}$ = ٦٥°

، ∵ $\overleftarrow{أب}$ // $\overline{حـ هـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب حـ}$ قاطع لهما.

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ب حـ هـ) = ٦٥° (بالتبادل)

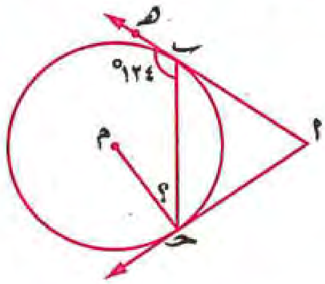
، ∵ الشكل ء ب حـ هـ رباعى دائرى.

∴ ق (∠ب ء هـ) = ١٨٠° - ٦٥° = ١١٥° (وهو المطلوب)

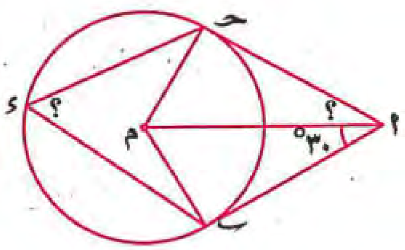
حاول بنفسك ١

فى كل مما يأتى أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) :

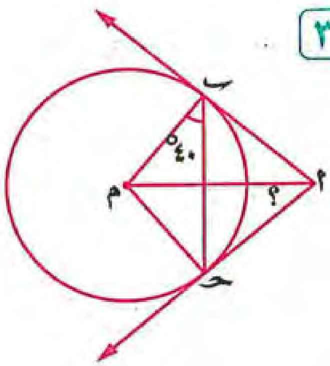
١



٢



٣



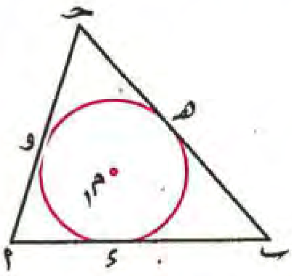
تعريف

الدائرة الداخلة لمضلع هى الدائرة التى تمس أضلاعه جميعها.

شكل (١) :

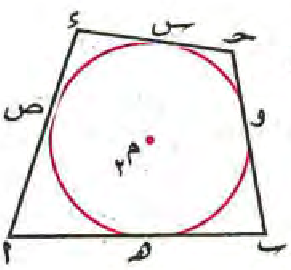
$م_1$ هى الدائرة الداخلة للمثلث أ ب حـ حيث :

الضلع $\overline{أب}$ يمس الدائرة فى ء ، $\overline{ب حـ}$ يمس الدائرة فى هـ ، $\overline{حـ أ}$ يمس الدائرة فى و



شكل (٢) :

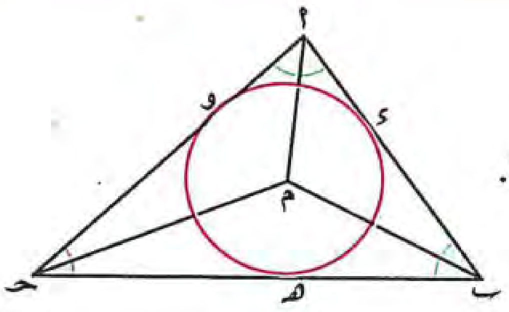
$م_2$ هى الدائرة الداخلة للشكل الرباعى أ ب حـ ء



ملاحظة

مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة.

أى أنه فى الشكل المقابل :



إذا كانت الدائرة م داخلة للمثلث أ ب حـ

فإن : م هى نقطة تلاقى منصفات زوايا Δ أ ب حـ الداخلة.

ويمكن إثبات ذلك كما يلى :

$\because$ $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{أ و}}$ قطعتان مماستان للدائرة م

$\therefore$ $\overleftarrow{\text{أ م}}$ ينصف $\angle$ ب أ حـ (١)

، وبالمثل $\overleftarrow{\text{ب م}}$ ينصف $\angle$ أ ب حـ (٢)

، وبالمثل $\overleftarrow{\text{حـ م}}$ ينصف $\angle$ أ حـ ب (٣)

$\therefore$ من (١) ، (٢) ، (٣) ينتج أن :

م هى نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث أ ب حـ الداخلة.

مثال ٢

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٥ سم ، فإذا مست الدائرة الداخلة له الأضلاع $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ أ}}$ فى ء ، هـ ، و على الترتيب

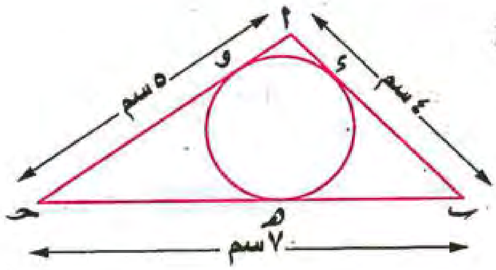
، **فأثبت أن :** أ حـ + ب ء = ب حـ + أ ء ، ثم استنتج من ذلك أطوال الأجزاء التى تنقسم إليها الأضلاع بنقط التماس.

الحل

المعطيات	أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٥ سم ، ء ، هـ ، و هى نقط تماس الدائرة الداخلة للمثلث أ ب حـ
المطلوب	١ إثبات أن : أ حـ + ب ء = ب حـ + أ ء ٢ إيجاد : أ ء ، ء ب ، ب هـ ، حـ هـ ، حـ و ، و أ

البرهــان

∵ حـو ، حـهـ قطعتان مماستان للدائرة



عند و ، هـ

∴ حـو = حـهـ

، وبالمثل أو = أى ، بى = بهـ

∴ (حـو + أو) + بى = (حـهـ + بهـ) + أى

∴ أحـ + بى = بحـ + أى (١) (المطلوب أولاً)

، ∵ أحـ = ٥ سم ، بحـ = ٧ سم ، أى = (٤ − بى) سم

وبالتعويض فى (١) : ∴ ٥ + بى = ٧ + (٤ − بى)

∴ ٥ + بى = ١١ − بى ∴ ٢ بى = ٦

∴ بى = ٣ سم ، ىأ = ٤ − ٣ = ١ سم

، ∵ بى = بهـ

∴ بهـ = ٣ سم ، حـهـ = ٧ − ٣ = ٤ سم

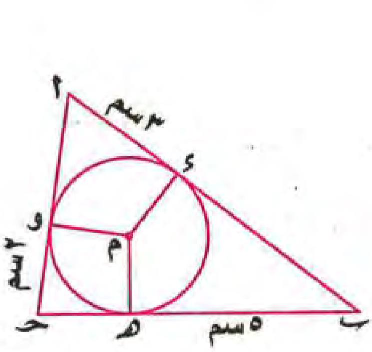
∵ أى = أو

∴ أو = ١ سم ، حـو = حـهـ = ٤ سم (المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك ٢

فى الشكل المقابل :

إذا كانت م هى الدائرة الداخلة للمثلث أبحـ



١ **أوجد :** محيط △ أبحـ

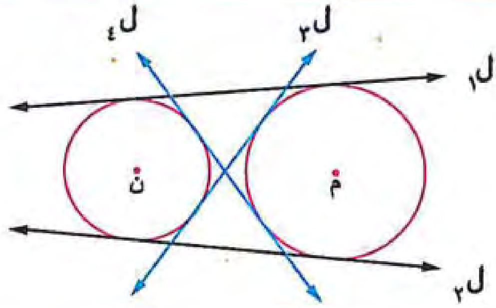
٢ **أثبت أن :** الشكل أى م و رباعى دائرى.

المماسات المشتركة لدائرتين

- يُقال للمماس $\overleftrightarrow{أب}$ إنه مماس مشترك داخلى للدائرتين م ، ن إذا كانت الدائرتان م ، ن تقعان فى جهتين مختلفتين منه.
- يُقال للمماس $\overleftrightarrow{أب}$ إنه مماس مشترك خارجى للدائرتين م ، ن إذا كانت الدائرتان م ، ن تقعان فى جهة واحدة منه.

والجدول التالى يوضح المماسات المشتركة وعددها لدائرتين فى أوضاعهما المختلفة.

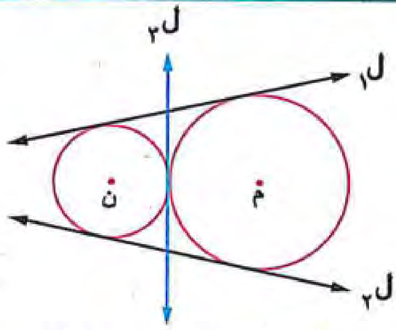
الدائرتان متباعدتان



٤ مماسات مشتركة

(ل$_1$ ، ل$_2$ خارجى ، ل$_3$ ، ل$_4$ داخلى)

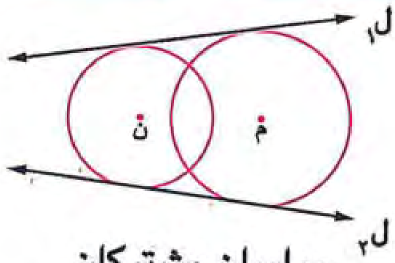
الدائرتان متماستان من الخارج



٣ مماسات مشتركة

(ل$_1$ ، ل$_2$ خارجى ، ل$_3$ داخلى)

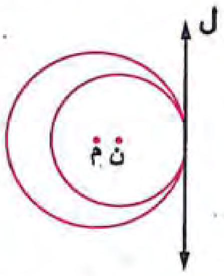
الدائرتان متقاطعتان



مماسان مشتركان

(ل$_1$ ، ل$_2$ خارجى ، ولا يوجد داخلى)

الدائرتان متماستان من الداخل



مماس واحد مشترك خارجى ولا يوجد داخلى

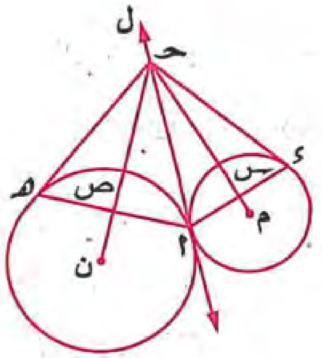
الدائرتان متداخلتان

لا يوجد مماسات مشتركة





مثال ٣



فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متماستان من الخارج فى أ ، المستقيم ل مماس مشترك لهما عند أ ، النقطة حـ ∋ ل ، رُسم من حـ مماسان آخران للدائرتين م ، ن يمسانهما فى ء ، هـ على الترتيب.

أثبت أن :

١ حـ مركز الدائرة المارة بالنقط ء ، أ ، هـ

٢ ∠ ء أ هـ تكمل ∠ م حـ ن

الحل

المعطيات	ل مماس مشترك للدائرتين م ، ن عند أ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ تمس الدائرة م ، $\overline{\text{حـ هـ}}$ تمس الدائرة ن
المطلوب	إثبات أن :
	١ حـ مركز الدائرة المارة بالنقط ء ، أ ، هـ
	٢ ∠ ء أ هـ تكمل ∠ م حـ ن
البرهان	∵ $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{حـ أ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م
	∴ حـ ء = حـ أ (١)
	، ∵ $\overline{\text{حـ هـ}}$ ، $\overline{\text{حـ أ}}$ قطعتان مماستان للدائرة ن
	∴ حـ هـ = حـ أ (٢)
	من (١) ، (٢) ينتج أن : حـ ء = حـ أ = حـ هـ
	∴ حـ مركز الدائرة المارة بالنقط ء ، أ ، هـ (المطلوب أولاً)

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{م ح}}$ محور وتر التماس $\overline{\text{أ ء}}$ فى الدائرة م

∴ ق (∠ أ س ح) = ٩٠°

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{ن ح}}$ محور وتر التماس $\overline{\text{أ هـ}}$ فى الدائرة ن

∴ ق (∠ أ ص ح) = ٩٠°

∴ ق (∠ أ س ح) + ق (∠ أ ص ح) = ١٨٠°

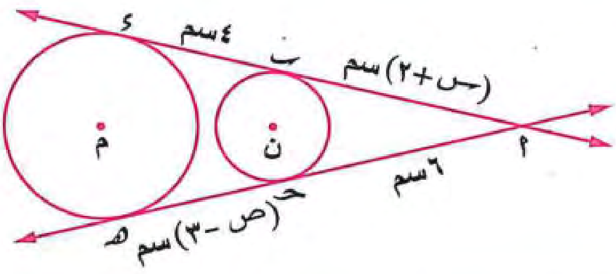
∴ أ س ح ص رباعى دائرى.

∴ ق (∠ ء أ هـ) + ق (∠ م ح ن) = ١٨٠° (المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك ٣

فى الشكل المقابل :

أوجد : قيمة كل من س ، ص بالسنتيمتر.





اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المماسان المرسومان لدائرة من نهايتى قطر فيها .... (الدقهلية ٢١)

(أ) متوازيان. (ب) متقاطعان. (ج) متعامدان. (د) منطبقان.

٢ القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة ....

(أ) متوازيتان. (ب) متعامدتان.

(ج) متساويتان فى الطول. (د) منطبقتان.

٣ مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع ....

(أ) متوسطاته. (ب) ارتفاعاته.

(ج) منصفات زواياه الداخلة. (د) أضلاعه.

٤ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين هو .... (المنيا ٢٣ ، الفيوم ٢٢ ، بورسعيد ٢١)

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٥ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج يساوى .... (الأقصر ٢٣ ، القليوبية ٢١)

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٦ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل هو .... (بورسعيد ٢٣ ، ج. سيناء ٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٧ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متداخلتين هو .... (أسيوط ٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٢ (ج) ١ (د) صفر

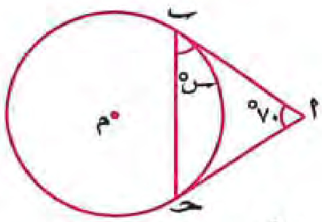
٨ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٩ عدد المماسات التى يمكن رسمها من نقطة تقع على دائرة يساوى .... (البحيرة ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) عدد لا نهائى.

١٠ في الشكل المقابل :

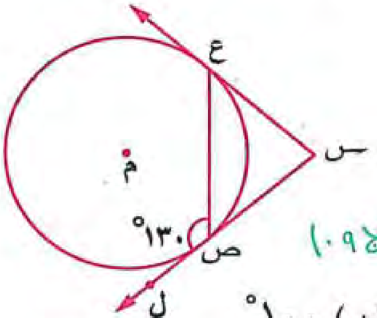


إذا كانت : أب ، أجـ قطعتين مماستين للدائرة م

، ق (∠ أ) = ٧٠° فإن : س = …………

(أ) ٥٠° (ب) ٥٥° (جـ) ٦٠° (د) ٧٠°

١١ في الشكل المقابل :



(سوهاج ٠٩)

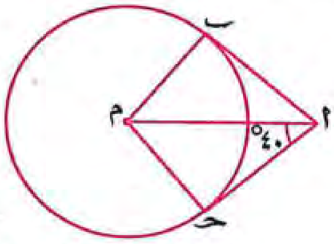
سص ، سع مماسان للدائرة عند ص ، ع

، ق (∠ ل ص ع) = ١٣٠°

فإن : ق (∠ س) = …………

(أ) ٥٠° (ب) ٦٥° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

١٢ في الشكل المقابل :



(دمياط ٠٤)

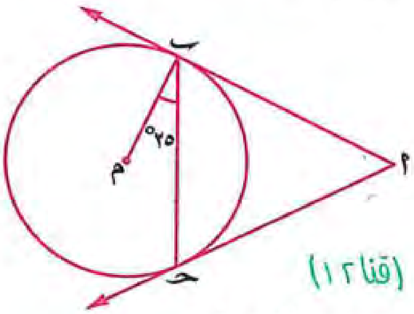
إذا كانت : أب ، أجـ قطعتين مماستين للدائرة م

، ق (∠ م أ جـ) = ٤٠°

فإن : ق (∠ جـ أ ب) = …………

(أ) ٨٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٤٠° (د) ٢٠°

١٣ في الشكل المقابل :



(قنا ١٢)

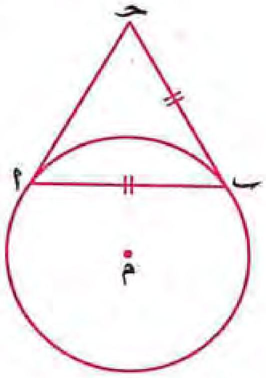
إذا كان : أب ، أجـ مماسين للدائرة م

، ق (∠ جـ ب م) = ٢٥°

فإن : ق (∠ ب أ جـ) = …………

(أ) ٧٥° (ب) ٥٠° (جـ) ٢٥° (د) ١٢° ٣٠َ

١٤ في الشكل المقابل :



(السويس ٠٨)

جـب ، جـأ مماستان للدائرة م ، جـب = ب أ

فإن : ق (∠ جـ) = …………

(أ) ٦٠° (ب) ١٢٠°

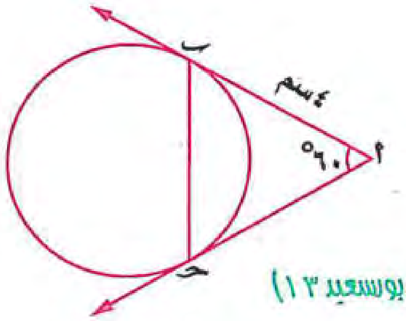
(جـ) ٩٠° (د) ١٠٠°

١٥ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسان ، ق(∠ أ) = ٦٠°

فإذا كان : طول $\overline{أب}$ = ٤ سم

فإن : طول $\overline{بحـ}$ = ...



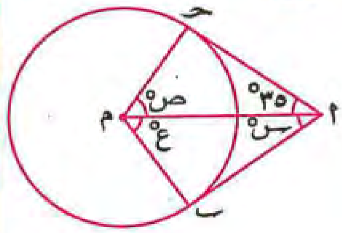
(ش. سيناء ١٥ ، بورسعيد ١٣)

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٥ سم (د) ٨ سم

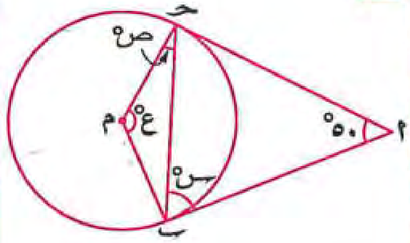
---

٢ في كل من الأشكال الآتية $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م ، أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس :

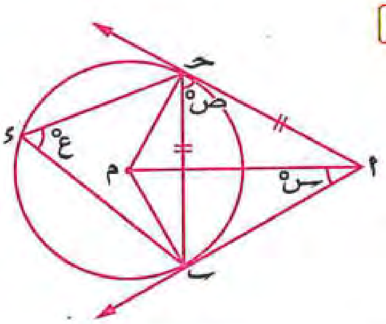
١



٢



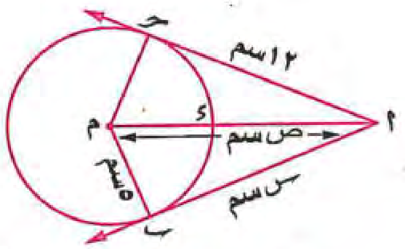
٣



---

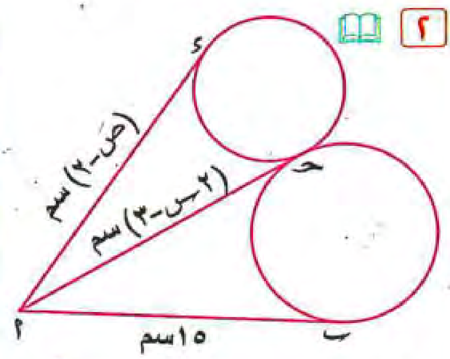
٣ مستعينًا بمعطيات الشكل أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس :

١



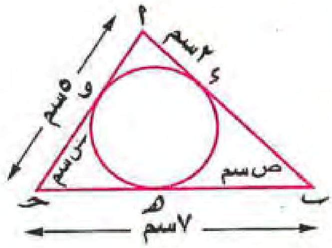
(الوادي الجديد ١٢)

٢

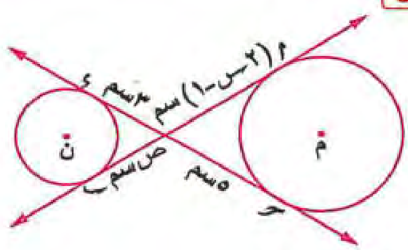


(ش. سيناء ٢٣ ، الإسماعيلية ١٩)

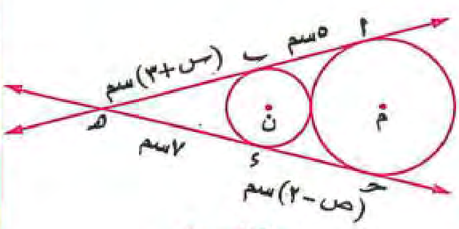
٣



٤

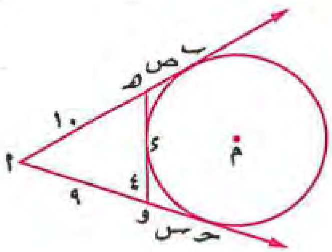


٥



(قنا ٢٣)

٦

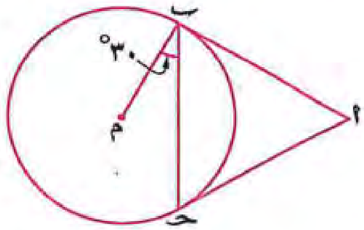


---

٤ أثبت أن القطعتين المماستين المرسومتين من نقطة خارج الدائرة متساويتان في الطول.

(كفر الشيخ ١٥)

٥ **فى الشكل المقابل :**



إذا كانت : أب ، أحـ قطعتين مماستين للدائرة م

، ق (∠ م ب حـ) = ٣٠°

أثبت أن : المثلث أ ب حـ متساوى الأضلاع.

(كفر الشيخ ١١)

---

٦ دائرتان م ، ن متماستان من الداخل فى ب ، ب أ مماس للدائرتين ، رسم أ ء مماسًا للدائرة م عند ء ، ورسم أ حـ مماسًا للدائرة ن عند حـ **أثبت أن :** أ ء = أ حـ

---

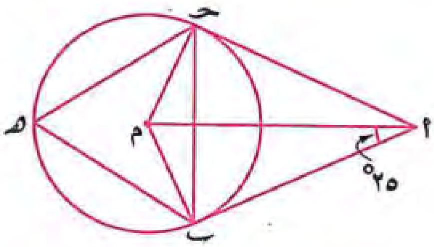
٧ أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ ، فإذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوى ١٠ سم ، ق (∠ ب أ حـ) = ٦٠°

فأوجد : طول كل من م أ ، أ ب

« ٢٠ سم ، ١٠ √٣ سم»

---

٨ **فى الشكل المقابل :**



أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م

، ق (∠ ب أ م) = ٢٥° ، هـ ∈ ب حـ الأكبر

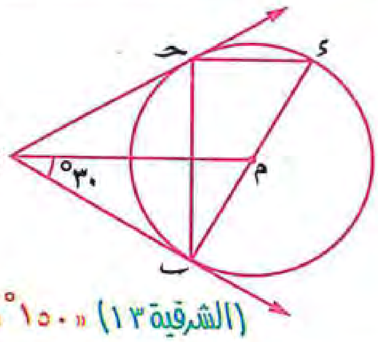
أوجد : [١] ق (∠ أ حـ ب)

[٢] ق (∠ ب هـ حـ)

(القليوبية ١٨ ، الوادى الجديد ١٨) « ٦٥° ، ٦٥° »

---

٩ **فى الشكل المقابل :**



أب ، أحـ مماسان للدائرة م

، ب ء قطر فى الدائرة م

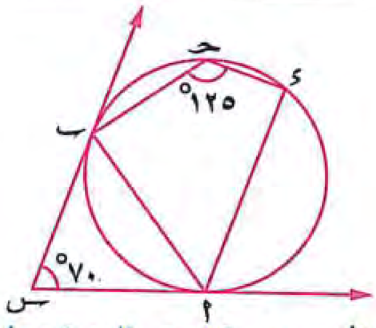
، ق (∠ م أ ب) = ٣٠°

أوجد : ق (∠ أ حـ ء)

(الشرقية ١٣) « ١٥٠° »

---

١٠ **فى الشكل المقابل :**



س أ ، س ب مماسان للدائرة عند أ ، ب

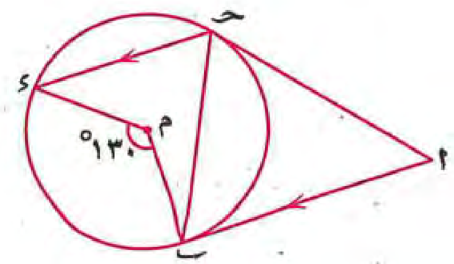
، ق (∠ أ س ب) = ٧٠° ، ق (∠ ء حـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن : [١] أ ب ينصف ∠ ء أ س

[٢] أ ء // س ب

(الجيزة ٢٣ ، أسيوط ١٨ ، الأقصر ١٦ ، قنا ١٦ ، البحيرة ١١)

١١ في الشكل المقابل :



أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م

، أب // حـ ء ، ق (∠ب م ء) = ١٣٠°

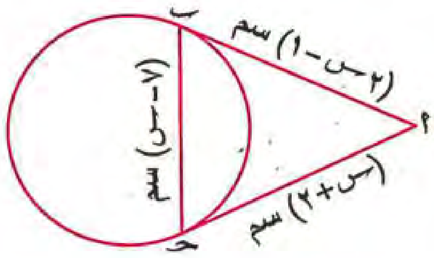
[١] أثبت أن : حـ ب ينصف ∠ أ حـ ء

[٢] أوجد : ق (∠ أ)

(الأقصر ٢٣ ، الوادى الجديد ١٩ ، مطروح ١٨ ، الفيوم ١٧ ، الغربية ١٦) «٥٠°»

---

١٢ في الشكل المقابل :



أب ، أحـ مماسان للدائرة م

، أب = (٢ س − ١) سم ، أحـ = (س + ٢) سم

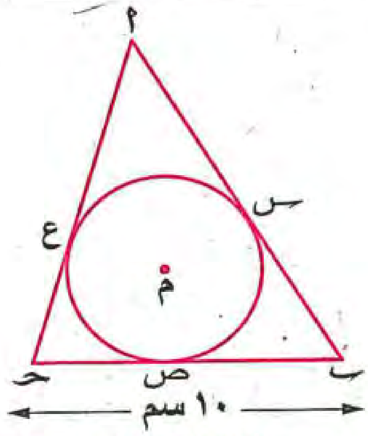
، ب حـ = (٧ − س) سم

أوجد : [١] قيمة س [٢] محيط Δ أ ب حـ

(ج.سيناء ٢٣) «٣ ، ١٤ سم»

---

١٣ في الشكل المقابل :



المثلث أ ب حـ يمس الدائرة م من الخارج

في النقط س ، ص ، ع

فإذا كان محيط المثلث أ ب حـ يساوى ٣٠ سم

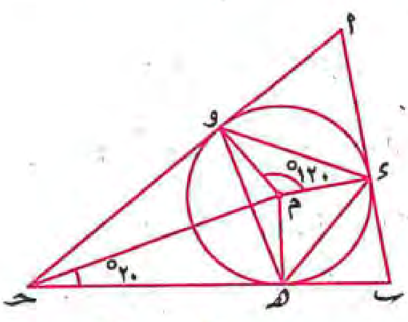
، طول ب حـ = ١٠ سم

أوجد طول : أس

(الدقهلية ٢٣) «٥ سم»

---

١٤ في الشكل المقابل :



إذا كانت الدائرة م الداخلة للمثلث أ ب حـ تمس أضلاعه

أب ، ب حـ ، حـ أ في ء ، هـ ، و على الترتيب

، وكان : ق (∠ء م و) = ١٢٠° ، ق (∠هـ حـ م) = ٢٠°

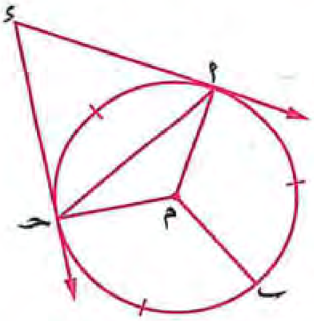
فأوجد : قياسات زوايا Δ أ ب حـ

«٤٠° ، ٦٠° ، ٨٠°»

١٥ **فى الشكل المقابل :**

الدائرة م انقسمت إلى ثلاثة أقواس متساوية فى الطول

، ء أ ، ء حـ يمسانها من ء



١ **أوجد :** ق (∠ أ م ب)

٢ **أثبت أن : أولًا :** الشكل أ م حـ ء رباعى دائرى.

ثانيًا : Δ أ حـ ء متساوى الأضلاع.

«١٢٠°»

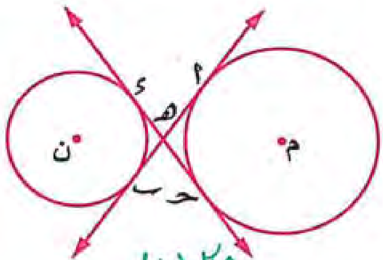
---

١٦ **فى كل من الشكلين المقابلين :**

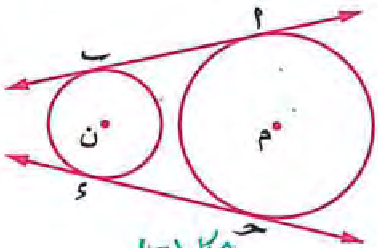
أ ب ، حـ ء مماسان

للدائرتين م ، ن

أثبت أن : أ ب = حـ ء



شكل (١)



شكل (٢)

(بورسعيد ١٣ ، السويس ١١)

---

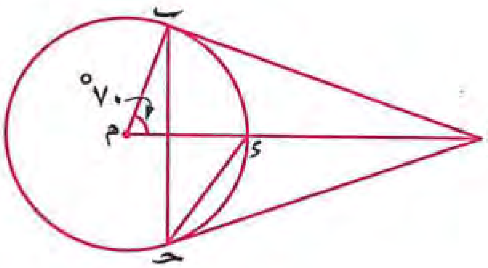
١٧ **فى الشكل المقابل :**

أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان مرسومتان من نقطة أ

، ق (∠ أ م ب) = ٧٠°

أوجد : ١ ق (∠ أ ب حـ)

٢ ق (∠ أ حـ ء)



(الإسماعيلية ١٧) «٧٠° ، ٣٥°»

---

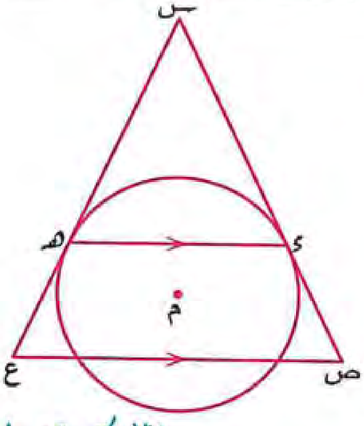
١٨ **فى الشكل المقابل :**

س ص ع مثلث

، س ص ، س ع تمسان الدائرة م عند ء ، هـ

، فإذا كان : ء هـ // ص ع

فأثبت أن : الشكل ء ص ع هـ رباعى دائرى.



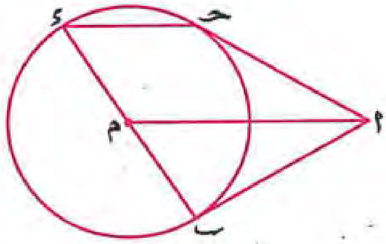
(الإسكندرية ٠٤)

١٩ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م

، $\overline{بء}$ قطر في الدائرة

أثبت أن : $\overline{أم}$ // $\overline{حـء}$



(المنوفية ١١)

---

٢٠ في الشكل المقابل :

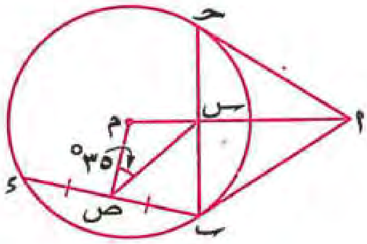
$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

، $\overline{أم} \cap \overline{بحـ} = \{س\}$ ، ص منتصف الوتر $\overline{بء}$

، ق (∠س ص م) = ٣٥°

١ أثبت أن : الشكل س ب ص م رباعي دائري.

٢ أوجد : ق (∠ب أ حـ)



«٧٠°»

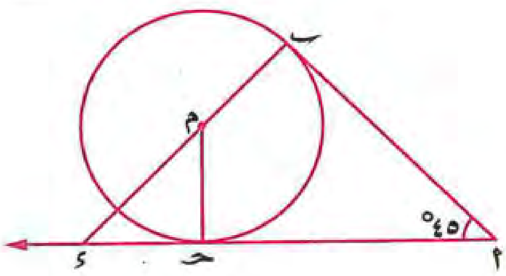
---

٢١ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م

عند ب ، حـ على الترتيب

، ق (∠أ) = ٤٥° ، $\overleftrightarrow{بم} \cap \overleftrightarrow{أحـ} = \{ء\}$



أثبت أن : ١ الشكل أ ب م حـ رباعي دائري. ٢ أء = أب + م ب

(سوهاج ١٣)

---

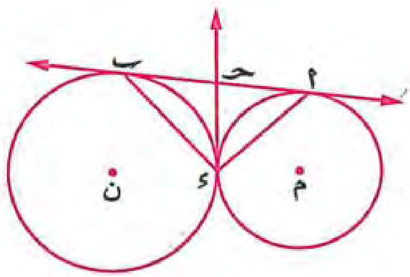
٢٢ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متماستان من الخارج في ء

، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك لهما عند أ ، ب

، $\overleftrightarrow{ءحـ}$ مماس مشترك للدائرتين عند ء

حيث $\overleftrightarrow{ءحـ} \cap \overleftrightarrow{أب} = \{حـ\}$



أثبت أن : ١ حـ منتصف $\overline{أب}$ ٢ $\overline{أء} \perp \overline{بء}$

(الإسكندرية ١٤ ، ج. سيناء ١٢)

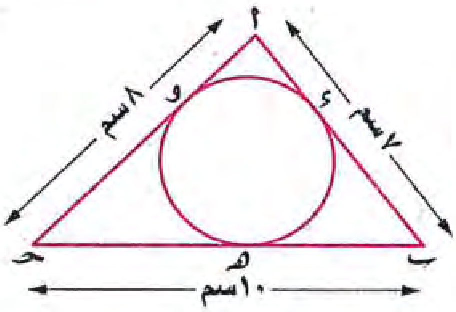
٢٣ أب قطر فى الدائرة م ، أب = ١٠ سم ، ح ∈ الدائرة م ، رسم مماس للدائرة عند ح فقطع المماسين المرسومين لها عند أ ، ب فى س ، ص على الترتيب حيث س ص = ١٣ سم

[١] **أثبت أن :** س م ⊥ ص م .

[٢] **أوجد :** مساحة الشكل أ س ص ب «٦٥ سم^2»

---

٢٤ **فى الشكل المقابل :**



أ ب ح مثلث أطوال أضلاعه أب ، ب ح ، ح أ

هى على الترتيب ٧ ، ١٠ ، ٨ من السنتيمترات

فإذا كانت الدائرة الداخلة له تمس الأضلاع السابقة

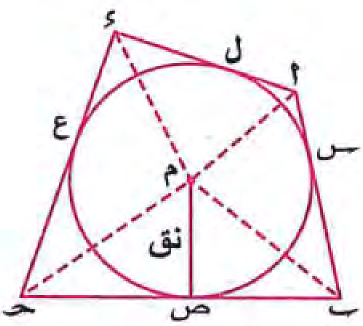
فى ء ، هـ ، و على الترتيب

[١] **أثبت أن :** ب ح + أ ء = أ ح + ب ء

[٢] **أوجد :** طول كل من أء ، هـ ح «٢,٥ سم ، ٥,٥ سم»

للمتفوقين

١ **فى الشكل المقابل :**



م دائرة داخلة للشكل الرباعى أ ب ح ء

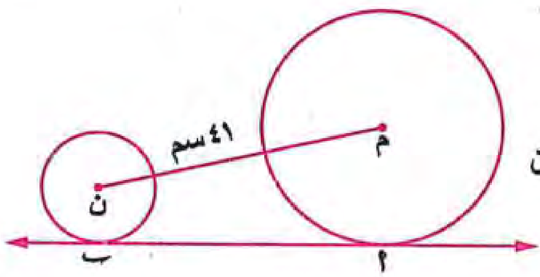
، طول نصف قطرها ٥ سم ، أب = ٩ سم ، ح ء = ١٢ سم

أوجد : محيط الشكل أ ب ح ء ثم احسب مساحته.

«٤٢ سم ، ١٠٥ سم^2»

---

٢ **فى الشكل المقابل :**



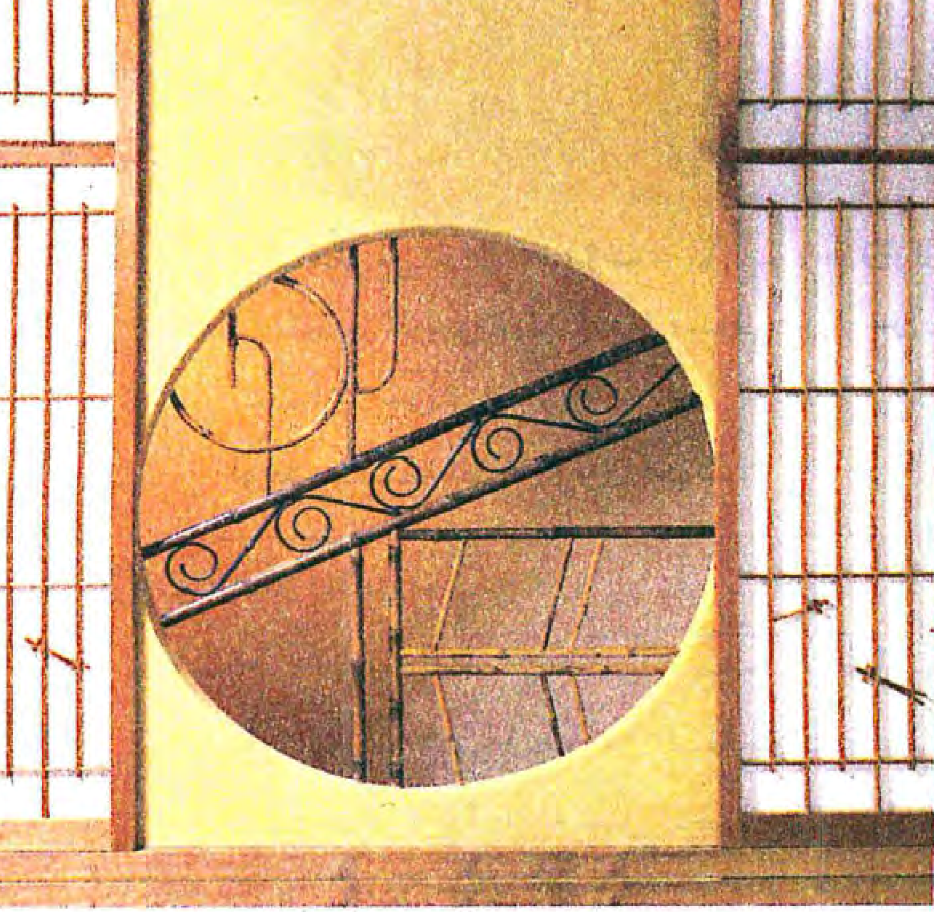
أب مماس مشترك للدائرتين م ، ن من الخارج

عند أ ، ب على الترتيب ، طولا نصفى قطرى الدائرتين

١٧ سم ، ٨ سم على الترتيب ، م ن = ٤١ سم

أوجد : طول أب

«٤٠ سم»

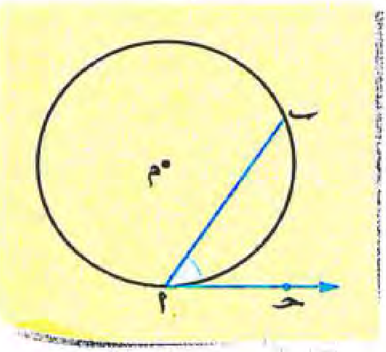


الدرس 7

الزاوية المماسية

الزاوية المماسية

الزاوية المماسية هى الزاوية المكونة من اتحاد شعاعين أحدهما مماس للدائرة ، والآخر يحمل وترًا فى الدائرة يمر بنقطة التماس.



ففى الشكل المقابل :

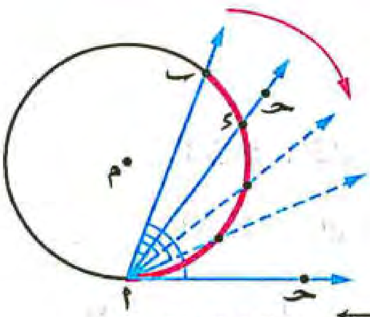
إذا كان : $\overleftarrow{\text{أحـ}}$ مماسًا للدائرة م عند أ

، $\overleftarrow{\text{أب}}$ يحمل الوتر $\overline{\text{أب}}$

، فإن : ∠ ب أ حـ زاوية مماسية فى الدائرة م وترها $\overline{\text{أب}}$

، ويسمى $\overline{\text{أب}}$ وتر التماس للزاوية المماسية ب أ حـ

قياس الزاوية المماسية



تعتبر الزاوية المماسية حالة خاصة من الزاوية المحيطية

، فإذا تصورنا أن الضلع $\overleftarrow{\text{أحـ}}$ للزاوية المحيطية ب أ حـ دار حول أ فى اتجاه السهم كما بالشكل المقابل

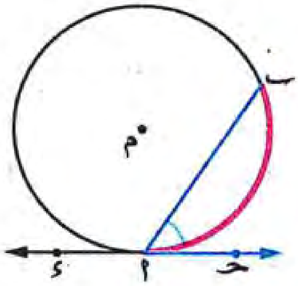
، فإن النقطة ء تقترب من النقطة أ حتى إذا انطبقت عليها أصبح $\overleftarrow{\text{أحـ}}$ مماسًا للدائرة.

ولما كانت الزاوية المحيطية تُقاس بنصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها

، فكذلك يكون قياس الزاوية المماسية.

أى أن : قياس الزاوية المماسية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المصور بين ضلعيها.

ففى الشكل المقابل :



- ∠ ب أ حـ زاوية مماسية تحصر بين ضلعيها $\frown$ أ ب

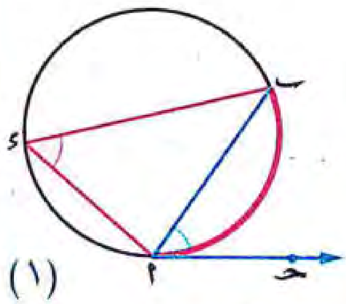
∴ ق (∠ ب أ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق ($\frown$ أ ب)

- ∠ ب أ ء زاوية مماسية تحصر بين ضلعيها $\frown$ أ ب الأكبر

∴ ق (∠ ب أ ء) = $\frac{1}{2}$ ق ($\frown$ أ ب الأكبر)

نظرية ٥

قياس الزاوية المماسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس.



المعطيات | ∠ ب أ حـ زاوية مماسية ، ∠ ء زاوية محيطية.

المطلوب | إثبات أن : ق (∠ ب أ حـ) = ق (∠ ء)

البرهان | ∵ ∠ ب أ حـ زاوية مماسية.

∴ ق (∠ ب أ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق ($\frown$ أ ب) (١)

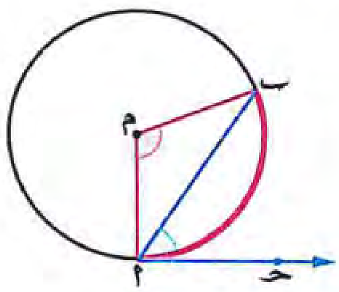
، ∵ ∠ ء زاوية محيطية. ∴ ق (∠ ء) = $\frac{1}{2}$ ق ($\frown$ أ ب) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق (∠ ب أ حـ) = ق (∠ ء) (وهو المطلوب)

نتيجـة

قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس.

ففى الشكل المقابل :



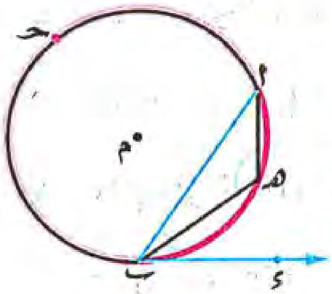
ق (∠ ب أ حـ) المماسية = $\frac{1}{2}$ ق ($\frown$ أ ب)

، ق (∠ أ م ب) المركزية = ق ($\frown$ أ ب)

∴ ق (∠ ب أ حـ) المماسية = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب) المركزية.

! ملاحظة

الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة على وتر الزاوية المماسية وفي جهة واحدة منه.



ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{\text{ب ء}}$ مماسًا للدائرة م ، هـ ∈ الدائرة م

فإن : ق (∠ أ ب ء) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{\text{أ هـ ب}}$) (١)

، ق (∠ أ هـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ ب}}$) (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج أن : ق (∠ أ ب ء) + ق (∠ أ هـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{\text{أ هـ ب}}$) + $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ ب}}$)

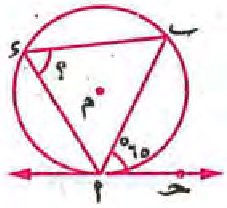
= $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{\text{أ هـ ب}}$) + ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ ب}}$)]

= $\frac{1}{2}$ × ٣٦٠° = ١٨٠°

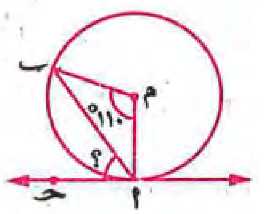
مثال ١

في كل من الأشكال الآتية $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ مماس للدائرة م ، أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) :

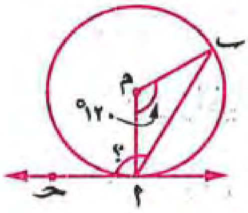
١



٢



٣



الحل

١ ق (∠ أ ء ب) = ق (∠ ب أ حـ) = ٦٥° (محيطية ومماسية مشتركتان فى $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$)

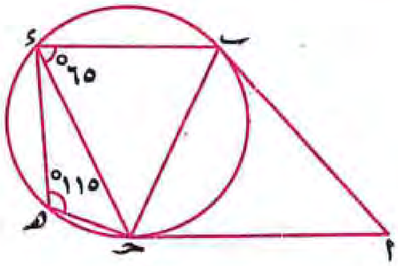
٢ ق (∠ ب أ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب) = ٥٥° (مماسية ومركزية مشتركتان فى $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$)

٣ ∵ ق (∠ أ م ب المنعكسة) = ٣٦٠° − ١٢٠° = ٢٤٠°

∴ ق (∠ ب أ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب المنعكسة) = ١٢٠°

(مماسية ومركزية مشتركتان فى $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ الأكبر)

مثال ٢



فى الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة

، ق (∠ب ء حـ) = ٦٥° ، ق (∠ هـ) = ١١٥°

١ أوجد : ق (∠ أ) ٢ أثبت أن : $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ينصف ∠ أ ب ء

الحـل

المعطيات $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة ، ق (∠ب ء حـ) = ٦٥° ، ق (∠ هـ) = ١١٥°

المطلوب ١ إيجاد : ق (∠ أ) ٢ إثبات أن : $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ينصف ∠ أ ب ء

البرهان ∵ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ب ء حـ) (مماسية ومحيطية مشتركتان فى $\overset{\frown}{ب حـ}$)

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ٦٥° (١)

، ∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة. ∴ أ ب = أ حـ

∴ فى Δ أ ب حـ : ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ أ حـ ب) = ٦٥°

∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠° (المطلوب أولاً)

، ∵ الشكل ب حـ هـ ء رباعى دائرى ، ق (∠ هـ) = ١١٥°

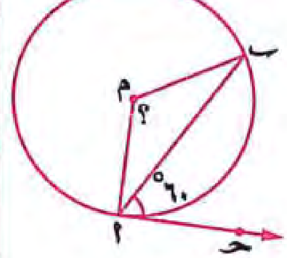
∴ ق (∠ء ب حـ) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° (٢)

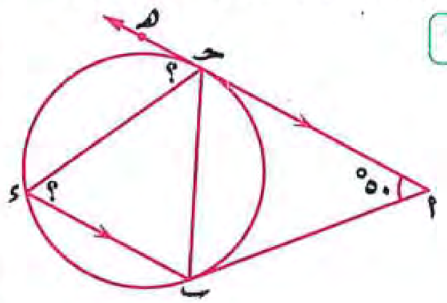
من (١) ، (٢) : ∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ء ب حـ)

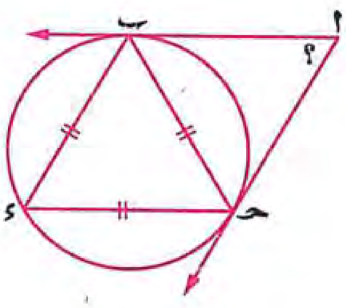
∴ $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ينصف ∠ أ ب ء (المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك ١

فى كل مما يأتى أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) :

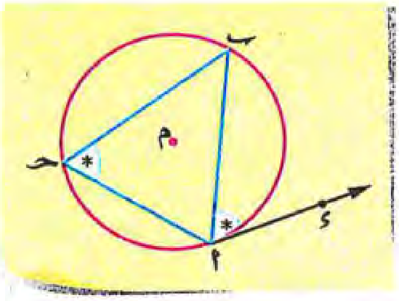
١


٢


٣


عكس نظرية ٥

إذا رُسم شعاع من إحدى نقطتى النهاية لوتر فى دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماسًا للدائرة.



ففى الشكل المقابل :

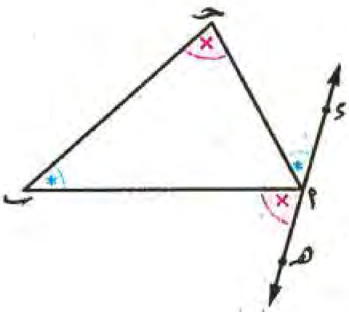
إذا كان : $\overline{أب}$ وترًا فى الدائرة م

، رُسم $\overleftarrow{أء}$ بحيث ق (∠ب أ ء) = ق (∠حـ)

فإن : $\overleftarrow{أء}$ مماس للدائرة م

ما الذى نستفيده من عكس نظرية (٥) ؟

يستخدم عكس نظرية (٥) لإثبات أن شعاعًا مرسومًا من أحد رءوس مثلث يكون مماسًا للدائرة المارة برءوس هذا المثلث.



- فإذا أردنا إثبات أن : $\overleftarrow{أء}$ مماس للدائرة المارة برءوس Δ أ ب حـ

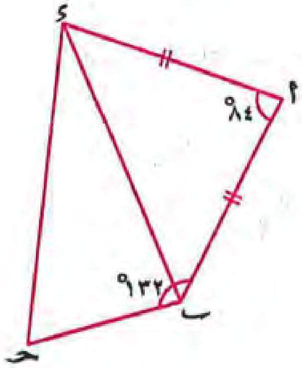
  فإن علينا إثبات أن : ق (∠حـ أ ء) = ق (∠ب) (١)

- وإذا أردنا إثبات أن : $\overleftarrow{أهـ}$ مماس للدائرة المارة برءوس Δ أ ب حـ

  فإن علينا إثبات أن : ق (∠ب أ هـ) = ق (∠حـ) (٢)

- وإثبات أى من المتساويتين (١) ، (٢) يعنى أن $\overleftrightarrow{ءهـ}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = أ ء

، ق (∠أ) = ٨٤° ، ق (∠أ ب حـ) = ١٣٢°

أثبت أن : $\overline{ب حـ}$ مماسة للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، ء

الحـــل

المعطيات | أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

أ ب = أ ء ، ق (∠ أ) = ٨٤° ، ق (∠ أ ب حـ) = ١٣٢°

المطلوب | إثبات أن : $\overline{\text{ب حـ}}$ مماسة للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، ء

البرهان | فى △ أ ب ء : ∵ أ ب = أ ء ، ق (∠ أ) = ٨٤°

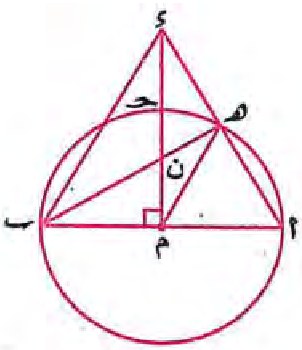
∴ ق (∠ أ ب ء) = ق (∠ أ ء ب) = $\frac{١٨٠° - ٨٤°}{٢}$ = ٤٨°

، ∵ ق (∠ أ ب حـ) = ١٣٢° ∴ ق (∠ ء ب حـ) = ١٣٢° - ٤٨° = ٨٤°

∴ ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ أ)

∴ $\overline{\text{ب حـ}}$ مماسة للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، ء (وهو المطلوب)

مثال ٤



فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى دائرة مركزها م

، $\overline{\text{م حـ}}$ نصف قطر فيها عمودى على $\overline{\text{أ ب}}$ ، ء ∈ $\overleftarrow{\text{م حـ}}$

، $\overline{\text{أ ء}}$ ∩ الدائرة م = {هـ} ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ∩ $\overline{\text{م حـ}}$ = {ن}

أثبت أن : ١ الشكل ء هـ م ب رباعى دائرى.

٢ $\overleftrightarrow{\text{هـ م}}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث ن ء هـ

الحـــل

المعطيات | $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftarrow{\text{ء م}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

المطلوب | إثبات أن : ١ الشكل ء هـ م ب رباعى دائرى.

٢ $\overleftrightarrow{\text{هـ م}}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث ن ء هـ

البرهان | ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ∴ ق (∠ أ هـ ب) = ٩٠°

∴ ق (∠ ب هـ ء) = ٩٠°

∴ ق (∠ ب هـ ء) = ق (∠ ب م ء) = ٩٠°

وهما مرسومتان على $\overline{\text{ب ء}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ الشكل ء هـ م ب رباعى دائرى. (المطلوب أولاً)

∴ ق (∠ هـ ء م) = ق (∠ هـ ب م) مرسومتان على $\overline{\text{م هـ}}$ وفى جهة واحدة منها

، لكن ق (∠ هـ ب م) = ق (∠ م هـ ب) لأن م ب = م هـ = نق

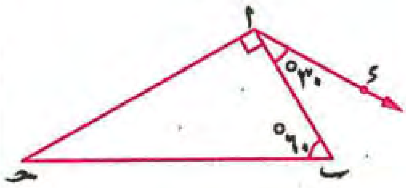
∴ ق (∠ م هـ ب) = ق (∠ هـ ء م)

∴ $\overleftrightarrow{\text{هـ م}}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث ن ء هـ (المطلوب ثانيًا)

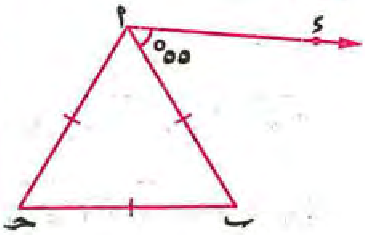
حاول بنفسك ٢

فى كل من الأشكال الآتية بين هل $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، حـ أم لا :

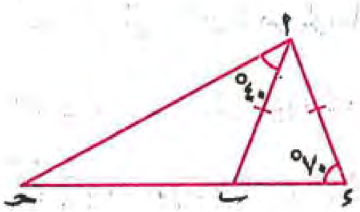
١



٢



٣

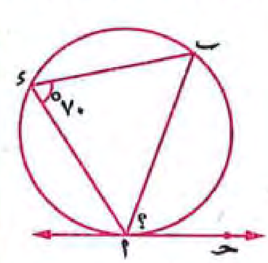


اختبار تفاعلى

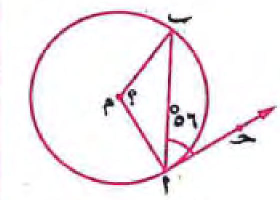
● تذكر ● فهم ○ تطبيق ⁂ حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

أولًا مسائل على نظرية (٥) ونتيجتها

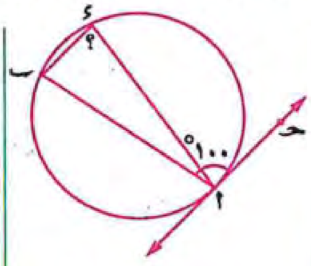
١ فى كل مما يأتى أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) علمًا بأن $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ يمس الدائرة م عند أ :



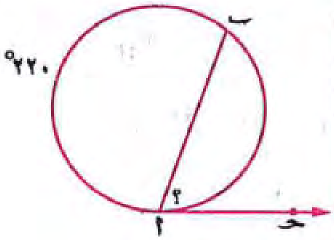
شكل (١)



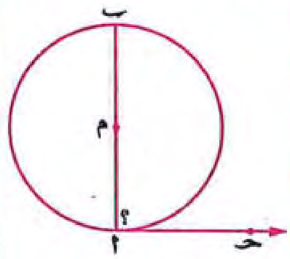
شكل (٢)



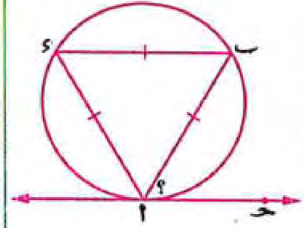
📖 شكل (٣)



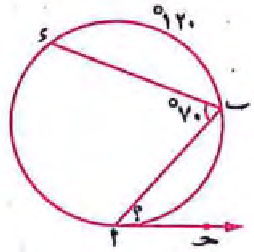
شكل (٤)



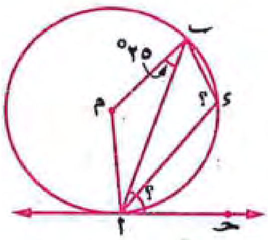
📖 شكل (٥)



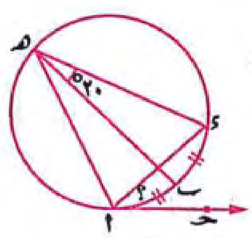
📖 شكل (٦)



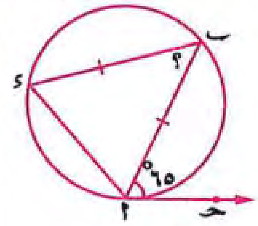
📖 شكل (٧)



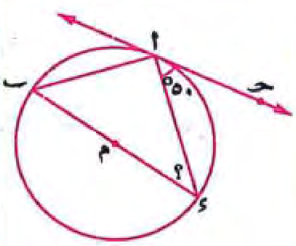
📖 شكل (٨)



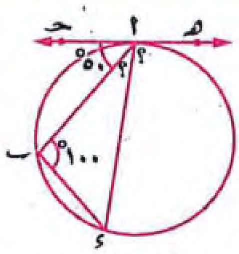
شكل (٩)



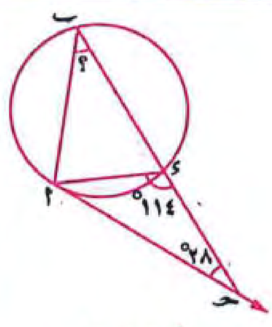
شكل (١٠)



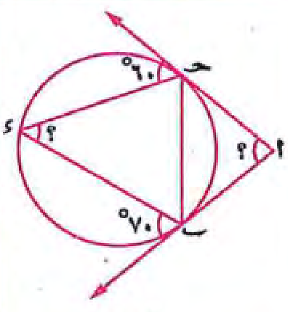
شكل (١١)



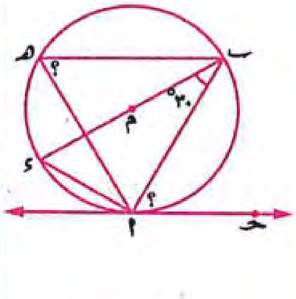
شكل (١٢)



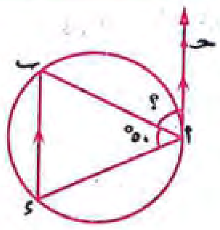
شكل (١٣)



📖 شكل (١٤)



📖 شكل (١٥)



شكل (١٦)

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين .... (الوادى الجديد ٢٣ ، ج.سيناء ٢١)

(أ) وترين. (ب) مماسين. (جـ) وتر ومماس. (د) وتر وقطر.

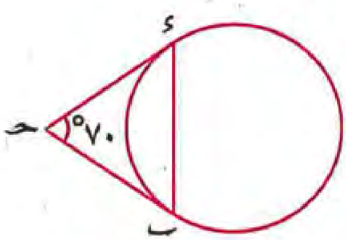
٢ قياس الزاوية المماسية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس.

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ثلث (د) ربع

٣ إذا كان قياس زاوية مماسية يساوى ٧٠° ، فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس يساوى .... (القليوبية ١٦ ، أسوان ١٣)

(أ) ٣٥° (ب) ٧٠° (جـ) ١٤٠° (د) ١٠٥°

٤ فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{حـ ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ مماستان للدائرة فى ب ، ء

، ق (∠ حـ) = ٧٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{\text{ء ب}}$) = ... (الدقهلية ١٧)

(أ) ١٨٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١١٠°

٥ فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{ب ء}}$ يمس الدائرة

، ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = $\frac{1}{3}$ قياس الدائرة

فإن : ق (∠ أ ب ء) = ... (المنوفية ١٥)

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٣٠°

٦ فى الشكل المقابل :



إذا كان : أ ب = أ حـ

، ق (∠ ص أ حـ) = ٥٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$) = ... (القاهرة ٠٤)

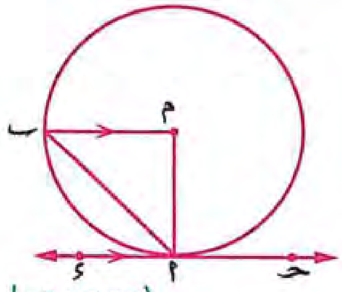
(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٦٠°

٧ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة م عند أ

، $\overline{م ب} // \overleftrightarrow{حـ ء}$

فإن : ق (∠ ب أ ء) = ...



(بورسعيد ٠٦)

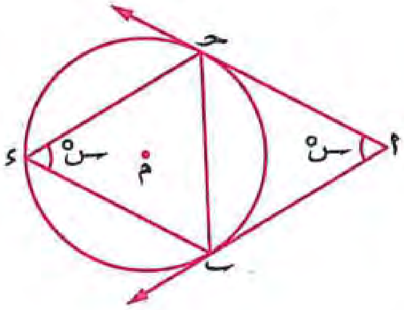
(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٨ في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{أ حـ}$ مماسان للدائرة م

، ء نقطة على الدائرة

فإن : قيمة س = ...



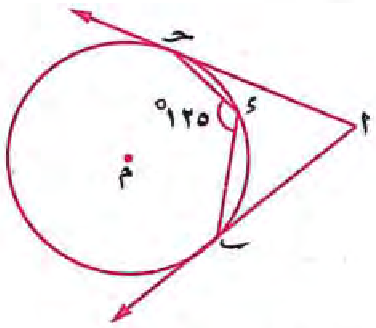
(أ) ٢٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٩ في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{أ حـ}$ مماسان للدائرة م

، ء نقطة على الدائرة بحيث ق (∠ حـ ء ب) = ١٢٥°

فإن : ق (∠ أ) = ...°



(أ) ٥٥° (ب) ٦٠° (جـ) ٧٠° (د) ٨٠°

---

٣ أثبت أن قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس.

(مطروح ١٧)

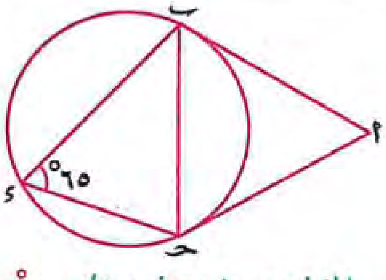
---

٤ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

، ق (∠ ب ء حـ) = ٦٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب أ حـ)



(ش.سيناء ٢٣ ، ج.سيناء ١٧ ، المنيا ١٦ ، بني سويف ١٤) « ٥٠° »

٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ مماس للدائرة عند ب

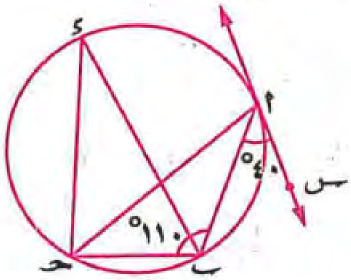
، س ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ حيث $\overline{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

أثبت أن : الشكل أ س ص حـ رباعي دائري.

(الغربية ٢٣ ، أسيوط ١٩ ، كفر الشيخ ١٨ ، القاهرة ١٧ ، القليوبية ١٤)

---

٦ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{أ س}}$ مماس

، ق (∠ س أ ب) = ٤٠°

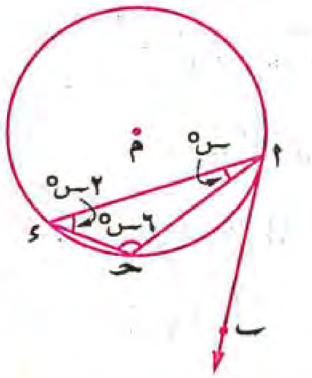
، ق (∠ أ ب حـ) = ١١٠°

أوجد : ق (∠ حـ ء ب)

(كفر الشيخ ١١) «٣٠°»

---

٧ في الشكل المقابل :



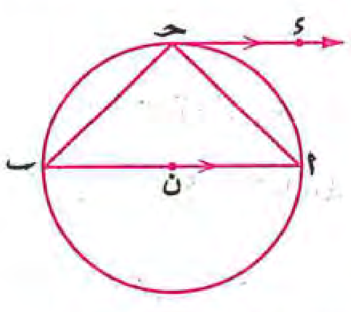
$\overrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة م

أوجد : ق (∠ ب أ حـ)

(الوادي الجديد ١٧) «٤٠°»

---

٨ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في دائرة ن محيطها ٤٤ سم

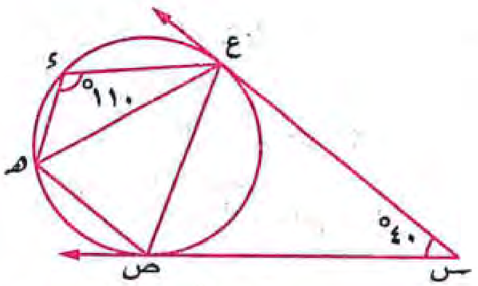
، $\overleftarrow{\text{حـ ء}}$ مماس لها عند حـ ، $\overleftarrow{\text{حـ ء}}$ // $\overline{\text{ب أ}}$

أوجد مع البرهان :

[١] ق (∠ ء حـ أ) [٢] طول $\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$

(الفيوم ١٣) «٤٥° ، ١١ سم»

٩ **فى الشكل المقابل :**



$\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$ مماسان للدائرة من نقطة س

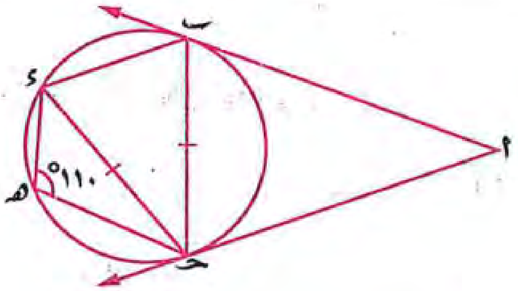
، ق (∠ س) = ٤٠° ، ق (∠ ء) = ١١٠°

أثبت أن : ق ($\overset{\frown}{\text{ع ء هـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ع ص}}$)

(أسيوط ١٧ ، الغربية ١٧)

---

١٠ **فى الشكل المقابل :**



$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، إذا كان : حـ ب = حـ ء

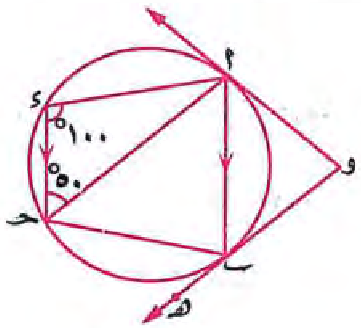
[١] أثبت أن : ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ء ب حـ)

[٢] إذا كان : ق (∠ حـ هـ ء) = ١١٠° أوجد : ق (∠ أ)

«٤٠°»

---

١١ **فى الشكل المقابل :**



$\overleftrightarrow{\text{و أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{و ب}}$ يمسان الدائرة عند أ ، ب ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$

، ق (∠ أ ء حـ) = ١٠٠° ، ق (∠ أ حـ ء) = ٥٠°

أوجد :

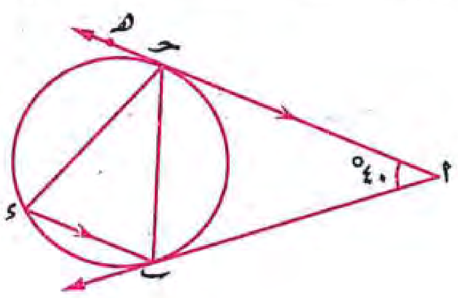
[١] ق (∠ أ ب حـ) [٢] ق (∠ حـ ب هـ)

[٣] ق (∠ أ و ب)

«٨٠° ، ٥٠° ، ٨٠°»

---

١٢ **فى الشكل المقابل :**



$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ يمسان الدائرة عند ب ، حـ

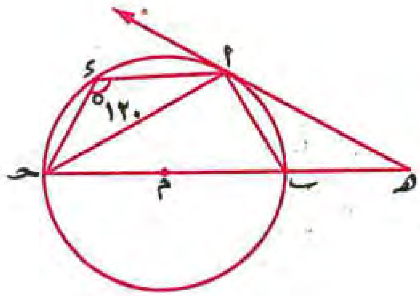
، $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{ب ء}}$ ، ق (∠ أ) = ٤٠°

[١] أوجد بالبرهان : ق (∠ أ حـ ب) ، ق (∠ هـ حـ ء)

[٢] أثبت أن : حـ ب = حـ ء

(الغربية ٠٤) «٧٠° ، ٧٠°»

١٣ في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{هـ أ}$ مماس للدائرة م

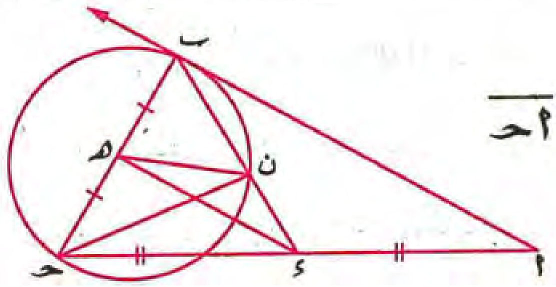
، رسم $\overleftarrow{هـ م}$ يقطع الدائرة في ب ، حـ

، ق (∠ أ ء حـ) = ١٢٠°

أثبت أن : [١] ب أ = ب هـ [٢] ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ هـ أ حـ) (دمياط ٠٩)

---

١٤ في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أ ب}$ مماس للدائرة ، $\overline{أ حـ}$ قاطع لها ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$

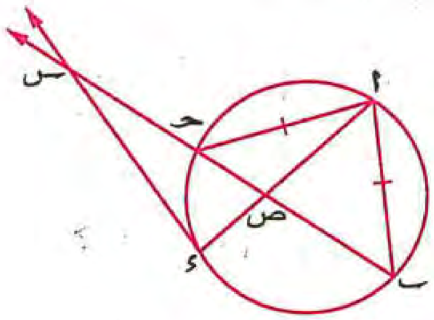
، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ب ء}$ ∩ الدائرة = {ن}

أثبت أن : [١] $\overline{أ ب}$ // $\overline{ء هـ}$

[٢] النقط ن ، ء ، حـ ، هـ تمر بها دائرة واحدة. (بورسعيد ١٥)

---

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة فيه : أ ب = أ حـ

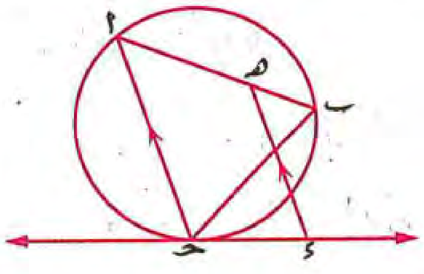
، ء ∈ $\overset{\frown}{ب حـ}$ ، رسم $\overleftarrow{ء س}$ مماسًا للدائرة عند ء

حيث $\overleftarrow{ء س}$ ∩ $\overleftarrow{ب حـ}$ = {س} ، $\overline{أ ء}$ ∩ $\overline{ب حـ}$ = {ص}

أثبت أن : س ص = س ء

---

١٦ في الشكل المقابل :



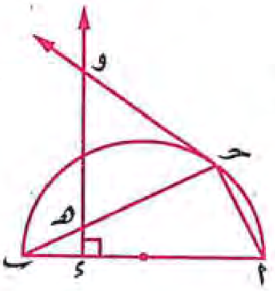
أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة عند حـ

، رُسم $\overleftarrow{ء هـ}$ // $\overline{أ حـ}$ قطع $\overline{أ ب}$ في هـ

أثبت أن : ب هـ حـ ء شكل رباعي دائري. (المنيا ٠٩)

١٧ في الشكل المقابل :



أب قطر في نصف دائرة ، حـو مماس لها عند حـ ، ءو ⊥ أب

[١] برهن أن : الشكل أ ء هـ حـ رباعي دائري.

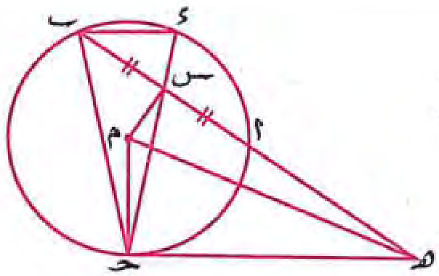
[٢] برهن أن : ∆ و حـ هـ متساوى الساقين.

[٣] عيّن : مركز الدائرة المارة برؤوس الشكل أ ء هـ حـ

(أكتوبر الشيخ ٠٨)

---

١٨ في الشكل المقابل :



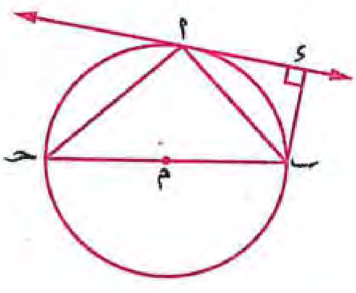
هـحـ قطعة مماسة للدائرة م عند حـ ، س منتصف أب

أثبت أن : [١] الشكل هـ حـ م س رباعي دائري.

[٢] ق (∠ هـ م س) = ق (∠ حـ س ء)

---

١٩ في الشكل المقابل :



أء مماس للدائرة م عند أ

، ب حـ قطر في الدائرة م

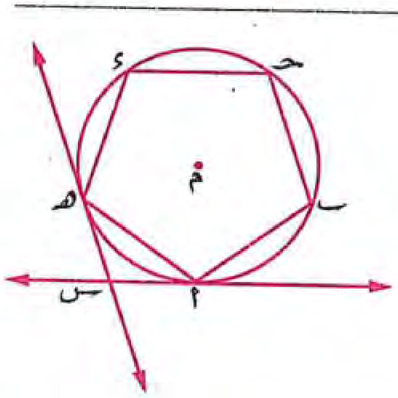
، ب ء ⊥ أء

أثبت أن : ق (∠ أ ب ء) = ق (∠ أ ب حـ)

(بورسعيد ٠٦)

---

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء هـ خماسي منتظم مرسوم داخل الدائرة م

، أس مماس للدائرة عند أ

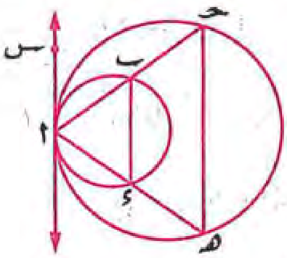
، هـس مماس للدائرة عند هـ

حيث أس ∩ هـس = {س}

أوجد : [١] ق (⌒أهـ) [٢] ق (∠ أ س هـ)

(البحيرة ١٩ ، مطروح ١١) «٧٢° ، ١٠٨°»

٢١ في الشكل المقابل :



دائرتان متماستان من الداخل في أ

، $\overleftrightarrow{\text{أس}}$ مماس مشترك لهما عند أ ،

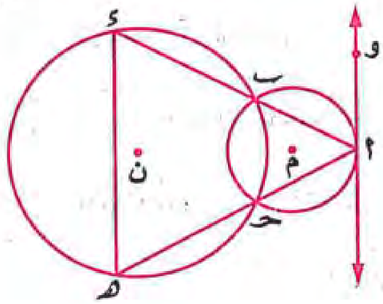
$\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ يقطعان الدائرة الصغرى في ب ، ء ويقطعان الدائرة الكبرى في حـ ، هـ

أثبت أن : $\overline{\text{ءب}}$ // $\overline{\text{هـ حـ}}$

(الغربية ١٥ ، المنوفية ١٤ ، سوهاج ١٣)

---

٢٢ في الشكل المقابل :



دائرتان متقاطعتان في ب ، حـ ، أ ∈ إحدى الدائرتين

، رُسم $\overleftrightarrow{\text{أو}}$ مماسًا لها عند أ ثم رُسم $\overrightarrow{\text{أب}}$

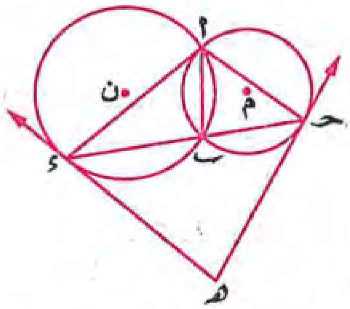
، $\overrightarrow{\text{أحـ}}$ يقطعان الدائرة الأخرى في ء ، هـ

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{أو}}$ // $\overline{\text{ءهـ}}$

(كفر الشيخ ٠٩)

---

٢٣ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، ب ∈ $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overrightarrow{\text{هـ حـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{هـ ء}}$ مماسان

أثبت أن : **١** ق (∠ هـ حـ ء) + ق (∠ هـ ء حـ) = ق (∠ حـ أ ء)

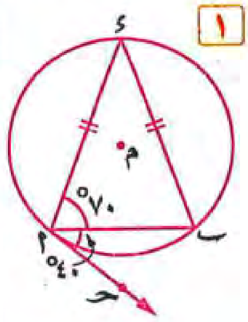
٢ الشكل أ حـ هـ ء رباعي دائري.

(الفيوم ٠٨)

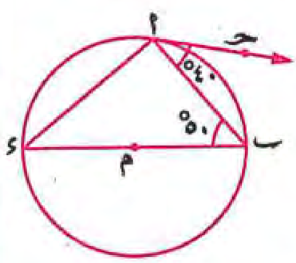
ثانيا مسائل على عكس نظرية (٥)

١ في كل من الأشكال الآتية أثبت أن $\overrightarrow{\text{أحـ}}$ يمس الدائرة م عند أ :

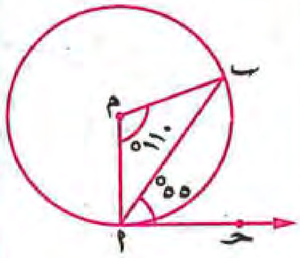
١



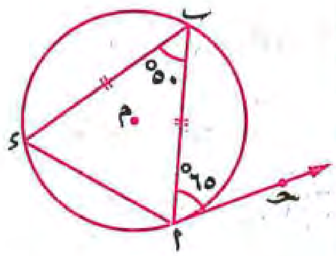
٢



٣

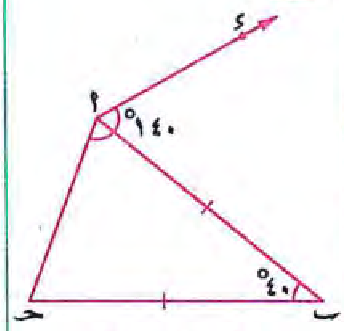


٤



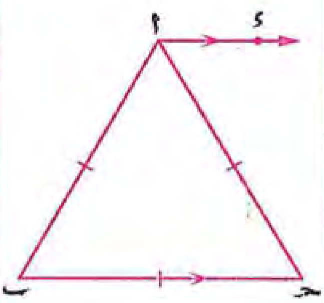
٢ في كل من الأشكال الآتية أثبت أن $\overleftarrow{أ ء}$ مماس للدائرة التى تمر برؤوس Δ أ ب حـ :

١

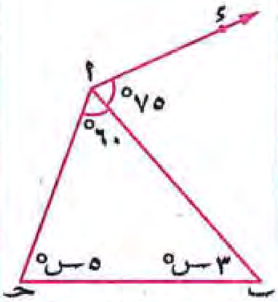


(بنى سويف ١٧)

٢

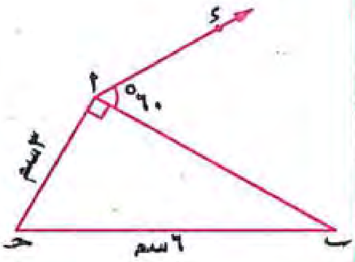


٣



(الفيوم ٢٣ ، الغربية ١٦)

٤



(أسوان ١٨ ، دمياط ١٧)

---

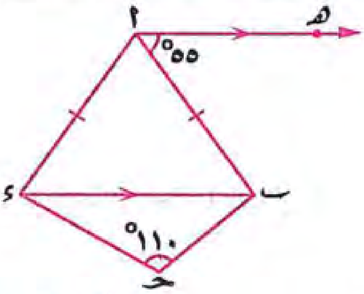
٣ في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أ هـ} \, // \, \overline{ء ب}$ ، ق (∠ ب أ هـ) = ٥٥°

، ق (∠ حـ) = ١١٠° ، أ ب = أ ء

أثبت أن : **١** الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.

٢ $\overleftarrow{أ هـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس الشكل أ ب حـ ء



(البحيرة ٠٥)

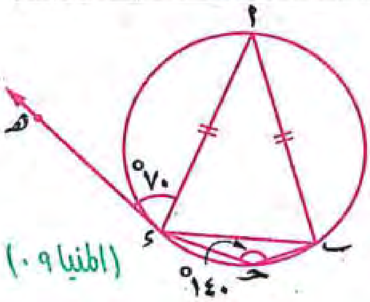
---

٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة فيه : أ ب = أ ء

، ق (∠ حـ) = ١٤٠° ، ق (∠ أ ء هـ) = ٧٠°

أثبت أن : $\overleftarrow{ء هـ}$ مماس للدائرة عند ء



(المنيا ٠٩)

---

٥ أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة ، هـ نقطة خارجها ، $\overleftarrow{هـ أ}$ ، $\overleftarrow{هـ ب}$ مماسان للدائرة عند أ ، ب فإذا كان ق (∠ أ هـ ب) = ٧٠° ، ق (∠ أ ء حـ) = ١٢٥° أثبت أن :

١ أ ب = أ حـ **٢** $\overleftrightarrow{أ حـ}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، هـ (الإسكندرية ١٧)

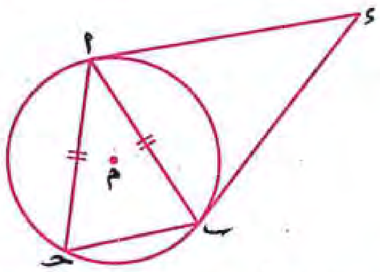
---

٦ في الشكل المقابل :

$\overline{ء أ}$ ، $\overline{ء ب}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند أ ، ب

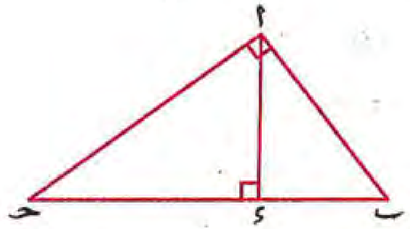
، حـ ∈ الدائرة م بحيث أ ب = أ حـ

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أ حـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ء



(الجيزة ٢٣ ، الإسكندرية ١٨ ، القاهرة ١٧)

٧ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

$\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ء حـ

(المنيا ٢٣)

---

٨ أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه : أ حـ = ب حـ أثبت أن :

$\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ (دمياط ١٩ ، القليوبية ١٨ ، بورسعيد ١٧ ، الإسماعيلية ١٦)

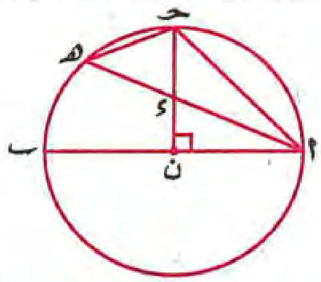
---

٩ $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران في دائرة حيث أ ب = أ حـ ، ء ∈ $\overline{ب حـ}$ ، رسم $\overleftarrow{أ ء}$ فقطع الدائرة في هـ

أثبت أن : $\overline{أحـ}$ قطعة مماسة للدائرة المارة برؤوس المثلث حـ ء هـ (الفيوم ٠٩)

---

١٠ في الشكل المقابل :



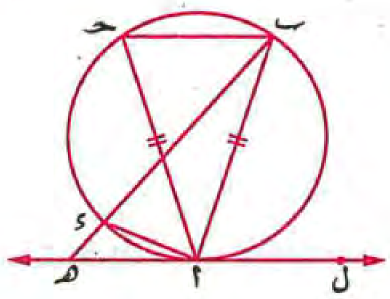
$\overline{أب}$ قطر في الدائرة ن ، $\overline{ن حـ}$ نصف قطر عمودي على $\overline{أب}$

، ء ∈ $\overline{ن حـ}$ ، رسم $\overleftarrow{أ ء}$ فقطع الدائرة في هـ

أثبت أن : $\overleftarrow{أحـ}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث حـ ء هـ (كفر الشيخ ٠٨)

---

١١ في الشكل المقابل :



أ ب = أ حـ ، $\overleftrightarrow{هـ ل}$ مماس للدائرة عند أ

أثبت أن :

[١] ق (∠ ل أ ب) = ق (∠ أ ب حـ)

[٢] $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ء هـ

(ج. سيناء ٠٥)

---

١٢ أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة تقاطع قطراه في هـ ، رسم $\overleftrightarrow{س ص}$ مماسًا للدائرة عند حـ حيث $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overline{ب ء}$

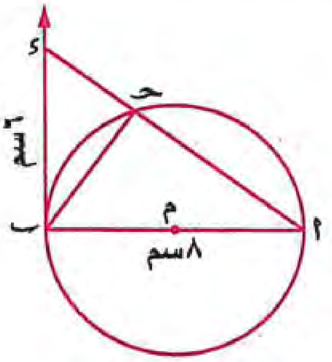
أثبت أن : [١] $\overleftarrow{أحـ}$ ينصف ∠ ب أ ء [٢] $\overleftrightarrow{ب حـ}$ يمس الدائرة المارة برؤوس Δ أ ب هـ

١٣ $\triangle$ أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{\text{أ}ء}$ مماس للدائرة عند أ ، س $\in \overline{\text{أ ب}}$ ، ص $\in \overline{\text{أ حـ}}$ حيث $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ **أثبت أن :** $\overleftrightarrow{\text{أ}ء}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

(الدقهلية ٢٣ ، القليوبية ١٩ ، الوادى الجديد ١٨ ، الفيوم ١٧ ، الإسكندرية ١٥)

---

١٤ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م حيث أ ب = ٨ سم ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتر فيها

، رسم $\overleftarrow{\text{ب}ء}$ مماسًا للدائرة يقطع $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ فى ء

فإذا كان : ب ء = ٦ سم

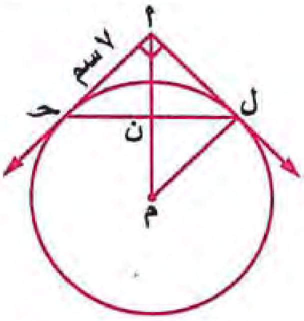
[١] **أثبت أن :** $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس $\triangle$ حـ ب ء

[٢] **أوجد :** طول $\overline{\text{ب حـ}}$

(المنوفية ٠٩) «٨ ، ٤ سم»

---

١٥ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ل}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ل ، حـ

، $\overline{\text{أ ل}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$ ، أ حـ = ٧ سم

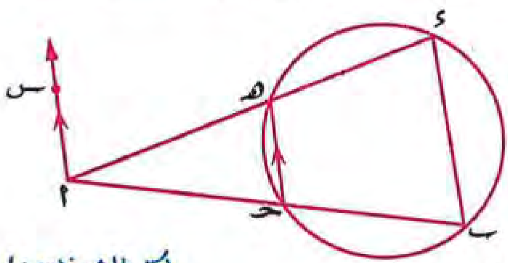
[١] **أوجد بالبرهان :** طول $\overline{\text{أ ل}}$

[٢] **أثبت أن :** $\overleftarrow{\text{أ ل}}$ مماس للدائرة المارة برءوس $\triangle$ أ ن حـ

(الشرقية ١٦) «٧ سم»

---

١٦ **فى الشكل المقابل :**



الشكل ب حـ هـ ء رباعى دائرى

، $\overleftarrow{\text{ء هـ}} \cap \overleftarrow{\text{ب حـ}}$ = {أ} ، $\overleftarrow{\text{أ س}}$ // $\overline{\text{حـ هـ}}$

برهن أن : $\overleftrightarrow{\text{أ س}}$ مماس للدائرة المارة برءوس $\triangle$ أ ب ء

(كفر الشيخ ١٣)

---

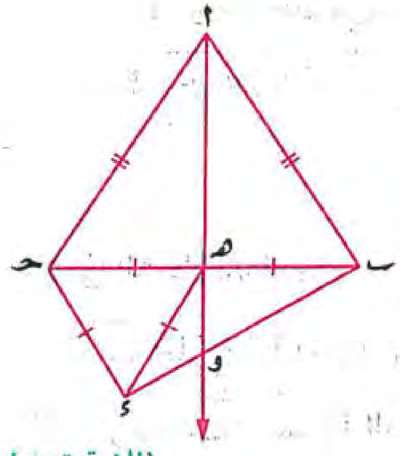
١٧ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتران فى دائرة يحصران زاوية حادة حيث ء منتصف $\frown{\text{ب حـ}}$

، رسم $\overleftrightarrow{\text{ب س}}$ مماسًا للدائرة عند ب قطع $\overleftarrow{\text{أ}ء}$ فى س ، $\overleftarrow{\text{ب}ء} \cap \overleftarrow{\text{أ حـ}}$ = {ص}

أثبت أن : [١] الشكل أ ب س ص رباعى دائرى.

[٢] $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ء ص

١٨ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ، ء حـ هـ مثلثان متساويا الأضلاع

، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{أ هـ}} \cap \overline{\text{ب ء}} = \{\text{و}\}$

١ **أثبت أن :** $\overline{\text{أ حـ}}$ مماسة للدائرة المارة برؤوس Δ حـ هـ ء

٢ **أثبت أن :** الشكل حـ ء و هـ رباعى دائرى.

٣ عين مركز الدائرة المارة برؤوس الشكل حـ ء و هـ

(الشرقية ١٧)

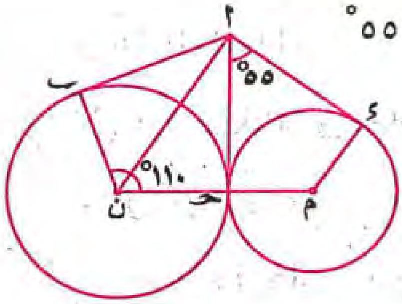
---

١٩ **فى الشكل المقابل :**

م ، ن دائرتان متماستان من الخارج فى حـ ، $\overline{\text{أ ء}}$ تمس الدائرة م فى ء

، $\overline{\text{أ ب}}$ تمس الدائرة ن فى ب ، فإذا كان : ق(∠ ء أ حـ) = ٥٥°

، ق(∠ حـ ن ب) = ١١٠° ، م ن = ٦ سم ، أ ء = ٥ سم



١ **أثبت أن :** أ ء = أ حـ = أ ب

٢ **أوجد :** محيط الشكل أ ب ن م ء

٣ **أثبت أن :** $\overrightarrow{\text{ن أ}}$ ينصف ∠ حـ ن ب

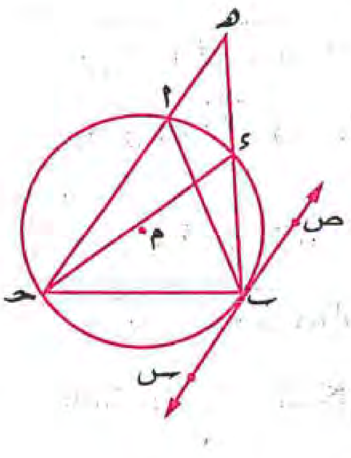
٤ **أثبت أن :** $\overline{\text{أ ء}}$ مماسة للدائرة المارة برؤوس المثلث أ حـ ن

(الإسماعيلية ١٥)

---

٢٠ **فى الشكل المقابل :**

الدائرة م خارجة للمثلث أ ب حـ الذى فيه :



أ ب = ب حـ ، $\overrightarrow{\text{ب ء}}$ يقطع الدائرة فى ء

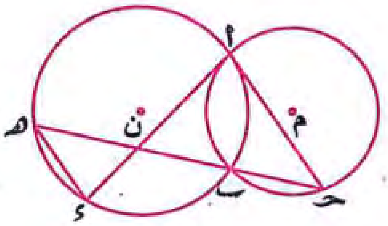
حيث $\overrightarrow{\text{ب ء}} \cap \overrightarrow{\text{حـ أ}} = \{\text{هـ}\}$ ، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة عند ب

أثبت أن : ١ $\overleftrightarrow{\text{ب س}}$ // $\overline{\text{حـ هـ}}$

٢ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط حـ ، ء ، هـ

للمتفوقين

١ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، $\overline{\text{أحـ}}$ قطعة مماسة للدائرة ن وتقطع الدائرة م في حـ

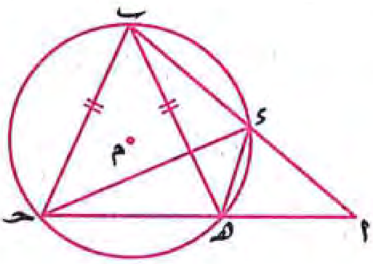
، $\overline{\text{أء}}$ قطعة مماسة للدائرة م وتقطع الدائرة ن في ء

، $\overleftrightarrow{\text{حـب}}$ يقطع الدائرة ن في هـ

أثبت أن : $\overline{\text{أحـ}}$ // $\overline{\text{ءهـ}}$

---

٢ في الشكل المقابل :



أ نقطة خارج الدائرة م ، $\overleftarrow{\text{أء}}$ يقطع الدائرة في ء ، ب

، $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ يقطع الدائرة في هـ ، حـ ، ثم رُسم $\overline{\text{ءحـ}}$ ، $\overline{\text{ءهـ}}$

، فإذا كان : ب هـ = ب حـ

أثبت أن : $\overline{\text{ب هـ}}$ مماسة للدائرة المارة برءوس Δ أ ء هـ



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة .... فى القياس. (الإسكندرية ١٦)

(أ) متساوية (ب) مختلفة (جـ) متناسبة (د) متبادلة

٢ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى .... (سوهاج ٢٣ ، القاهرة ١٩)

(أ) ٢ سم^2 (ب) ١٤ سم^2 (جـ) ٢٤ سم^2 (د) ٤٨ سم^2

٣ عدد محاور تماثل دائرتين متطابقتين متماستين من الخارج يساوى .... (الدقهلية ١٦)

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) عدد لا نهائى.

٤ نقطة تلاقى متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة .... من جهة القاعدة. (المنوفية ٢٣)

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٣ (د) ٣ : ٢

٥ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة .... المستقيم.
(الجيزة ٢٣ ، المنوفية ١٨ ، ش. سيناء ١٧ ، الإسكندرية ١٦)

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) ∋ (د) ⊃

٦ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه : أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم

فإن مساحته = ... سم^2 (دمياط ١٦)

(أ) ٤٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢٤ (د) ٧

٧ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر. (القاهرة ١٩ ، الإسماعيلية ١٦)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) $\sqrt{٢}$ (د) ٢

٨ إذا كان $م_١$ ، $م_٢$ هما ميلا مستقيمين متوازيين فإن .... (الفيوم ١٦)

(أ) $م_١ + م_٢ = ٠$ (ب) $م_١ = م_٢$

(جـ) $م_١ \times م_٢ = -١$ (د) $م_١ - م_٢ = -١$

٩ صورة النقطة (٢ ، ٣) بالدوران د (و ، ١٨٠°) هى النقطة .... (ج.سيناء ١٧)

(أ) (٢ ، ٣) (ب) (-٢ ، ٣) (جـ) (٢ ، -٣) (د) (-٢ ، -٣)

١٠ معين طول ضلعه ل سم فإن محيطه يساوى .... سم (الجيزة ٢٣ ، الفيوم ١٦)

(أ) $ل^٢$ (ب) ٢ $ل^٢$ (جـ) ٤ ل (د) ٢ $\sqrt{٢}$ ل

١١ قياس زاوية رأس الشكل السداسى المنتظم يساوى .... (المنيا ١٨ ، الإسكندرية ١٧)

(أ) ٦٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٢٠° (د) ١٣٥°

١٢ إذا كانت : م دائرة طول نصف قطرها نق سم فإن طول نصف الدائرة = ... سم

(أ) ٢ π نق (ب) $\frac{١}{٤}$ π نق

(جـ) $\frac{١}{٢}$ π نق (د) π نق (ج.سيناء ١٧ ، البحيرة ١٦)

١٣ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته .... $سم^٢$ (البحيرة ٢٣ ، المنيا ١٩ ، القليوبية ١٨)

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

١٤ القطران متساويان فى الطول وغير متعامدين فى .... (دمياط ٢٣ ، بنى سويف ١٨ ، المنيا ١٦)

(أ) المربع. (ب) المعين. (جـ) المستطيل. (د) متوازى الأضلاع.

١٥ إذا كانت : جا ٢ س = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن : ق (∠ س) = ...°

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠ (بنى سويف ١٦)

١٦ الزاويتان أ ، ب فى △ أ ب حـ القائم الزاوية فى حـ تكونان .... (المنيا ١٧)

(أ) متكاملتين. (ب) متتامتين. (جـ) متجاورتين. (د) متقابلتين بالرأس.

١٧ المستقيمان الموازيان لثالث .... (الأقصر ١٦)

(أ) متعامدان. (ب) متوازيان. (جـ) متقاطعان. (د) متخالفان.

١٨ طول نصف قطر الدائرة التى مركزها (٧ ، ٤) وتمر بالنقطة (٣ ، ١)

يساوى .... وحدة طول. (أسوان ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

١٩ عدد محاور التماثل للمربع هو .... (الفيوم ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

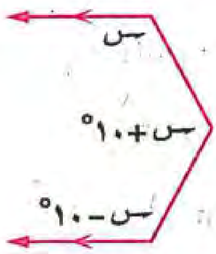
٢٠ الأعداد ٥ ، ٤ ، .... تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث. (المنيا ١٦)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٠ (د) ١٢

٢١ س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص فإن : س ع .... ص ع (الجيزة ٢٣)

(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) ضعف

٢٢ فى الشكل المقابل :



طا $\left(\frac{س}{٢}\right)$ = ... (الوادى الجديد ٢٣)

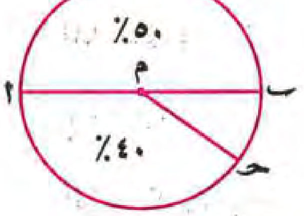
(أ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (ب) $\frac{١}{٢}$

(جـ) $\sqrt{٣}$ (د) ١

٢٣ إذا كانت : ص ∈ $\overline{سع}$ وكان : س ص = ٢ ص ع فإن مساحة المربع المرسوم على $\overline{سص}$ تساوى .... مساحة المربع المرسوم $\overline{سع}$ (المنوفية ١٩)

(أ) $\frac{٩}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

٢٤ فى الشكل المقابل :



م مركز الدائرة

فإن : ق (∠حـ م ب) = ...° (ج.سيناء ١٦)

(أ) ٣٦ (ب) ٧٢ (جـ) ١٤٤ (د) ١٨٠

٢٥ في الشكل المقابل :



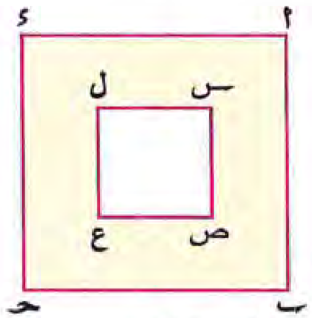
أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

، $\overline{\text{أء}}$ قطر في الدائرة م

فإن مساحة الجزء المظلل = ... (دمياط ١٦)

(أ) ٧٠ سم^2 (ب) ١٤٧ سم^2 (جـ) ١٧٠ سم^2 (د) ٢٢٤ سم^2

٢٦ في الشكل المقابل :



إذا كان طول ضلع المربع أ ب حـ ء = ٧ سم

وطول ضلع المربع س ص ع ل = ٣ سم

فإن مساحة المنطقة المظللة = ... سم^2 (المنوفية ١٧)

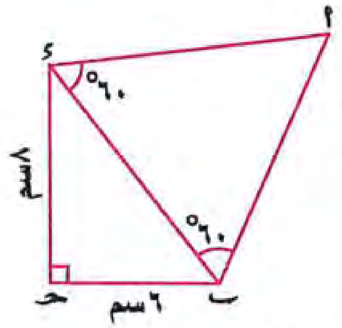
(أ) (٧ − ٣) (ب) ٤ (٧ − ٣) (جـ) $(٧ - ٣)^2$ (د) $٧^2 - ٣^2$

٢٧ مثلث أ ب حـ له محور تماثل وأطوال أضلاعه هي ١٠ ، ٥ ، س سنتيمتر

فإن : س = ... سم (دمياط ١٧)

(أ) ٥ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ١٢

٢٨ في الشكل المقابل :



طول $\overline{\text{أ ب}}$ = ... سم (الإسكندرية ١٧)

(أ) ١٠ $\sqrt{٣}$ (ب) ١٠

(جـ) ٥ (د) ٥ $\sqrt{٣}$

٢٩ صورة مستطيلة الشكل طولها ٦٠ سم وعرضها ٤٠ سم أحيطت بإطار

خشبي عرضه ٥ سم فتكون مساحة الشكل كله .... سم^2 (دمياط ١٧)

(أ) ٣٠٥٠ (ب) ٣٥٠٠ (جـ) ٢٩٢٥ (د) ٣٢٥٠

٣٠ إذا كان $\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ نصفي قطرين متعامدين في الدائرة م ، وكانت مساحة المثلث

أ م ب = ٨ سم^2 فإن طول نصف قطر الدائرة = ... (المنوفية ١٧)

(أ) ٨ سم (ب) ١٦ سم (جـ) ٤ سم (د) ٢ سم

المعاصر 2024

إعداد نخبة من خبراء التعليم



الجزء الخاص بالتقويم المستمر

- اختبارات تراكمية
- الأسئلة الهامة
- امتحانات نهائية

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني

الرياضيات

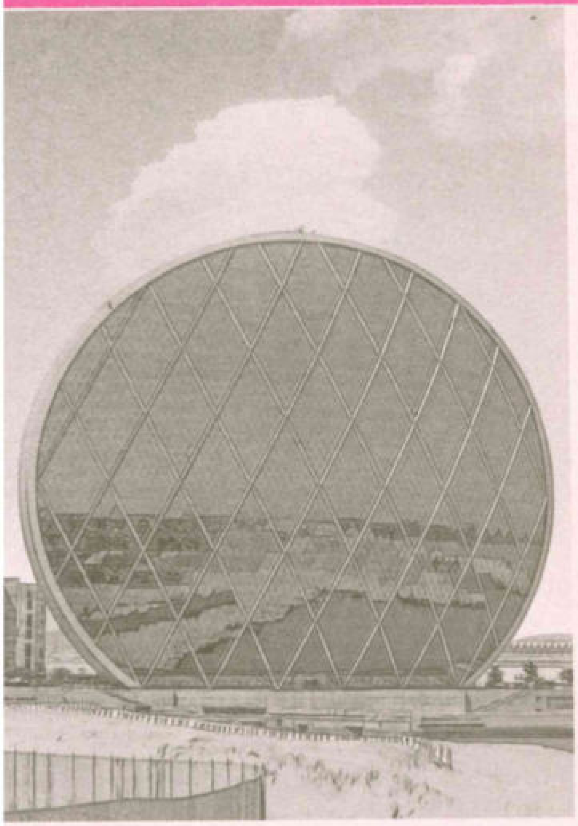
محتويات الكتاب

أولًا الجبر والاحتمال



- الاختبارات التراكمية (عدد ١٠ اختبارات).
- الأسئلة الهامة فى الجبر والاحتمال.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض المحافظات (عدد ١٥ امتحانًا)
  - نماذج امتحانات بنفس مواصفات امتحان محافظة بورسعيد (عدد ٥ امتحانات)

ثانيًا الهندسة



- الاختبارات التراكمية (عدد ١٢ اختبارًا).
- الأسئلة الهامة فى الهندسة.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض المحافظات (عدد ١٥ امتحانًا)
  - نماذج امتحانات بنفس مواصفات امتحان محافظة بورسعيد (عدد ٥ امتحانات)

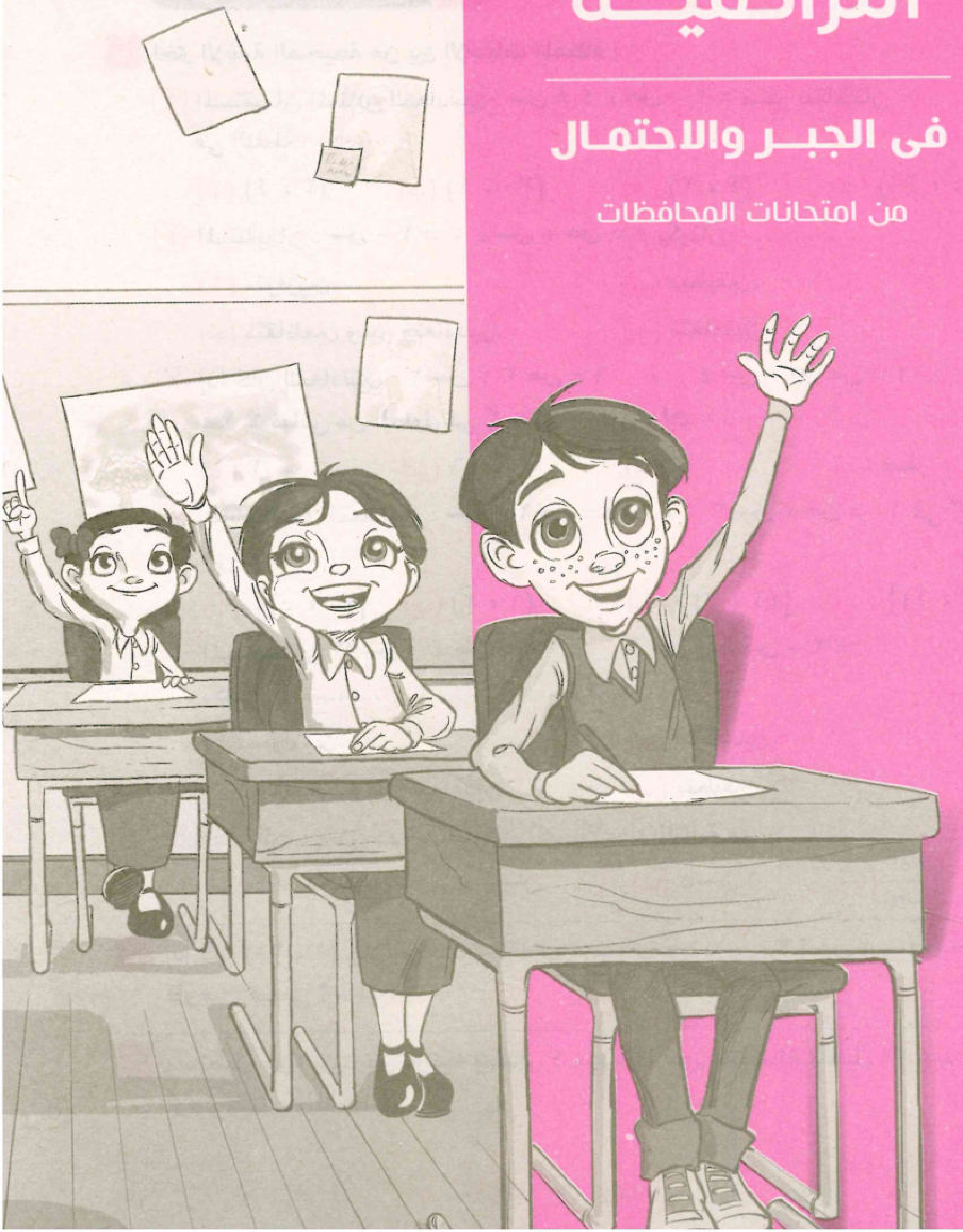


أولًا | الجبــــر والاحتمال

الاختبـارات التراكميـــة

فى الجبــر والاحتمـال

من امتحانات المحافظات



اختبار تراكمى ١ على الدرس الأول الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س = ٤ ، ص − ٣ = صفر يتقاطعان فى النقطة .... (السويس ٢٢)

(أ) (٤ ، ٣) (ب) (٤ ، −٣) (جـ) (٣ ، ٤) (د) (−٣ ، ٤)

[٢] المستقيمان : س − ١ = ٠ ، س + ص = ٥ يكونان .... (أسوان ١٦)

(أ) متوازيين. (ب) منطبقين.

(جـ) متقاطعين وغير متعامدين. (د) متعامدين.

[٣] إذا كان للمعادلتين : ٢ س + ٣ ص = ٦ ، ٤ س + ك ص = ١٢ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : ك = ... (كفر الشيخ ٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) صفر

[٤] مجموعة حل المعادلتين : س − ٢ ص = ١ ، ٣ س + ص = ١٠ فى ح × ح هى .... (سوهاج ١٨)

(أ) {(٥ ، ٢)} (ب) (٣ ، ١) (جـ) {(٣ ، ١)} (د) {(٤ ، ٢)}

[٥] المستقيمان : ٣ س + ٤ ص = ١ ، ٦ س + ٨ ص − ٢ = ٠ يكونان .... (كفر الشيخ ١٨)

(أ) متوازيين. (ب) متعامدين.

(جـ) متقاطعين وغير متعامدين. (د) منطبقين.

[٦] إذا كانت : س عددًا سالبًا فإن أكبر الأعداد التالية هو .... (كفر الشيخ ١٦)

(أ) ٥ + س (ب) ٥ − س (جـ) ٥ س (د) $\frac{٥}{س}$

---

٢ إذا كان (−٣ ، ١) حلًا للمعادلتين : أ س + ب ص = ٥ ، ٣ أ س + ب ص − ١٧ = ٠ (المنيا ١٧)

فأوجد : قيمتى أ ، ب

---

٣ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم. (القليوبية ١٩)

أوجد مساحة المستطيل.

اختبار تراكمى ٢ حتى الدرس الثانى الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س = ٣ أحد حلول المعادلة : $س^٢$ − أ س − ٦ = ٠
فإن : أ = ... (السويس ١٧)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) −١

٢ إذا كان منحنى الدالة د : د (س) = $س^٢$ − ٨ س + ١٦ يمر بالنقطتين (٤ ، ٠) ، (٠ ، ١٦) فإن مجموعة حل المعادلة : ٨ س − ١٦ − $س^٢$ = صفر فى ح
هى .... (قنا ١٦)

(أ) {٤ ، ٠} (ب) {٠ ، ١٦} (جـ) {٤} (د) {٤ ، ٠ ، ٦}

٣ إذا كان المستقيمان : س − ٣ ص = ٢ ، س + ك ص = ٥ متوازيين
فإن : ك = ... (الشرقية ٢٣)

(أ) ٢ (ب) −٣ (جـ) ٥ (د) ٣

٤ إذا كان للمعادلتين : ٢ س + ص = ٥ ، ٤ س + ٢ ص = أ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : أ = ... (الشرقية ٢٢)

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ١٥

٥ إذا كانت النسبة بين محيطى مربعين ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتيهما .... (السويس ١٩)

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

٦ إذا كان للمعادلتين : س + ٢ ص = ١ ، ٢ س + ك ص = ٢ حل وحيد فى ح × ح
فإن ك لا يمكن أن تساوى .... (الدقهلية ١٧)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) −٢ (د) −٤

---

٢ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين باستخدام القانون العام :

١ ٣ $س^٢$ − ٥ س + ١ = ٠ (مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين) (الوادى الجديد ١٨)

٢ س + $\frac{٢}{س}$ = ٥ (علمًا بأن $\sqrt{١٧}$ ≃ ٤,١٢) (الدقهلية ١٦)

---

٣ أوجد بيانيًا فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :

ص = ٣ س − ١ ، س − ص + ١ = صفر (الإسماعيلية ١٦)

اختبار تراكمى ٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : $س = ص + ١$ ، $(س - ص)^٢ + ص = ٣$

فإن : ص = ... (كفر الشيخ ١٧)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ إذا كان : $أ^٢ - ب^٢ = ٧$ ، $أ - ب = ١$ فإن : $أ + ب =$ .... (الإسكندرية ٢٢)

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٧

٣ المستقيمان : $س - ٣ = ٠$ ، $ص = ٤$ يتقاطعان فى الربع .... (كفر الشيخ ٢٣)

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٤ إذا كانت مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + م س + ٩ = ٠$ فى ح هى $\{-٣\}$

فإن : م = ... (كفر الشيخ ١٧)

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ± ٦ (د) صفر

٥ إذا كانت : $س = ٣$ ، $س^٢ - ص^٢ = ٥$ فإن : ص = ... (الوادى الجديد ١٨)

(أ) -٢ (ب) ٢ (جـ) ± ٢ (د) ٤

٦ إذا كان : $٢^{ك - ٣} = ١$ فإن : ك = ... (القاهرة ١٩)

(أ) -٣ (ب) صفر (جـ) ٣ (د) ٨

---

٢ أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا :

$س + ص = ٥$ ، $س^٢ + س ص = ١٥$ (الإسماعيلية ١٧)

---

٣ أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة :

$س^٢ = ٢ (س + ٦)$ علمًا بأن : $\sqrt{٥٢} \approx ٧,٢$ (المنوفية ١٦)

اختبار تراكمى ٤ حتى الدرس الأول الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = س + ٣ هى .... (الدقهلية ١٦)

(أ) ح (ب) ح - {٣} (جـ) {-٣} (د) {٣}

٢ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = $س^٢$ + ٩ هى .... (كفر الشيخ ٢٢)

(أ) {٣} (ب) {-٩} (جـ) {٣ ، -٣} (د) ∅

٣ إذا كانت مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ - أ س + ٤ = ٠ فى ح هى {-٢}

فإن : أ = ... (بورسعيد ٢٣)

(أ) -٢ (ب) -٤ (جـ) ٢ (د) ٤

٤ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^٢$ - ٣ هى .... (أسيوط ١٩)

(أ) {$\sqrt{٣}$} (ب) {-$\sqrt{٣}$} (جـ) {٣} (د) {-$\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٣}$}

٥ إذا كان : س ص = ٣ ، $س^٢$ ص - س $ص^٢$ = ٦

فإن : س - ص = ... (الوادى الجديد ١٧)

(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) ٣ (د) -٣

٦ مجموعة حل المعادلتين : س + ٢ ص = ٠ ، ٢ س - ٣ ص = ٠ فى ح × ح

هى .... (الشرقية ١٦)

(أ) {(-٢ ، ٠)} (ب) {(٣ ، ٢)} (جـ) {(٠ ، ٠)} (د) {(٢ ، ٣)}

---

٢ (أ) إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = أ $س^٢$ + ب س + ١٥ هى {٣ ، ٥}

أوجد : قيمة كل من أ ، ب (الفيوم ١٩)

(ب) إذا كانت : ص (د) = {٥} ، د (س) = $س^٣$ - ٣ $س^٢$ + أ

فأوجد : قيمة أ (أسيوط ١٩)

---

٣ عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته فإذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوى ثلث العدد الأصلى. فما هو العدد ؟ (المنوفية ١٦)

اختبار تراكمي ٥ حتى الدرس الثانى الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س + ١}{س^٢ - ١}$ هى .... (بنى سويف ٢٣)

(أ) {١ ، −١} (ب) {١} (جـ) {−١} (د) ∅

٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س^٢ - س - ٢}{س^٢ - ٤}$ هى .... (المنوفية ١٨)

(أ) {٢ ، −٢} (ب) {−٢} (جـ) {−١} (د) {٢ ، −١}

٣ إذا كان مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{س + ١}{س^٢ - أ س + ٤}$ هو ح − {٢}

فإن : أ = ... (الدقهلية ١٨)

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٤ (د) −٤

٤ مجال الدالة ن حيث ن (س) = $\frac{س - ٣}{٢}$ هو .... (الأقصر ١٦)

(أ) ح (ب) ح − {٢} (جـ) ح − {٠} (د) ح − {٠ ، ١}

٥ إذا كان المستقيمان : س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ لهما عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : ك = ... (كفر الشيخ ٢٢)

(أ) ١٢ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٨

٦ إذا كانت : س ص = ١٢ ، ع ص = ٢٠ ، س ع = ١٥ حيث س ∈ $ح_+$ ، ص ∈ $ح_+$ ، ع ∈ $ح_+$ فإن : س ص ع = ... (الغربية ١٨)

(أ) ± ٦٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ± ٣٦٠

---

٢ إذا كان مجال الدالة د حيث د (س) = $\frac{س}{س^٢ - ٥ س + م}$ هو ح − {٢ ، حـ}

فأوجد : قيمة كل من الثابتين م ، حـ (الشرقية ١٦)

---

٣ أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة :

س^٢ − ٢ (س + ٣) = صفر مستخدمًا القانون العام علمًا بأن : $\sqrt{٧} \approx ٢,٦٥$ (أسيوط ١٦)

اختبار تراكمى ٦ حتى الدرس الثالث الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{-٣}{س - ٢}$ هى .... (الغربية ١٩)

(أ) ح - {٢} (ب) ح - {٣} (جـ) {٢} (د) ∅

٢ أبسط صورة للدالة ن حيث ن (س) = $\frac{٤ س^٢ - ٢ س}{٢ س}$ ، س ≠ صفر هى .... (قنا ١٧)

(أ) ٤ $س^٢$ (ب) ٢ س - ١ (جـ) ٢ س (د) ٢

٣ أبسط صورة للدالة د : د (س) = $\frac{٤ - س}{س - ٤}$ حيث س ≠ ٤ هى .... (دمياط ١٨)

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ١ (د) -١

٤ المجال المشترك للكسرين : $\frac{٢}{س^٢ - ١}$ ، $\frac{٥ س}{س^٢ - س}$ هو .... (الفيوم ١٨)

(أ) ح - {١} (ب) ح - {٠ ، ١}

(جـ) ح - {٠ ، ١ ، -١} (د) ح - {١ ، -١}

٥ إذا كان : س + ٣ ص = ٧ فإن : س + ٣ (ص + ٥) = ... (الإسماعيلية ٢٣)

(أ) ٢٢ (ب) ١٢ (جـ) ٧ (د) ٣٥

٦ إذا كان للمعادلتين : س + ٣ ص = ٢ ، ٢ س + م ص = ٤ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : م = ... (بنى سويف ٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

---

٢ (أ) أوجد المجال المشترك الذى تتساوى فيه الدالتان $ن_١$ ، $ن_٢$ حيث :

$ن_١$ (س) = $\frac{س^٢ + ٩ س + ٢٠}{س^٢ - ١٦}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٢ + ٥ س}{س^٢ - ٤ س}$ (بورسعيد ١٧)

(ب) إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{س^٢ - س}{س^٣ - ٢ س^٢}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٢ - ٣ س + ٢}{س^٣ - ٤ س^٢ + ٤ س}$

أثبت أن : $ن_١$ = $ن_٢$ (المنوفية ١٨)

---

٣ إذا كان (١ ، ٢) حلاً للمعادلتين : أ س + ب ص + ٥ = ٠ ، ٢ أ س + ب ص - ١ = ٠

أوجد : قيمتى أ ، ب (دمياط ١٨)

اختبار تراكمى ٧ حتى الدرس الرابع الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يكون للدالة د حيث د $(س) = \frac{س - ٣}{س - ٤}$ معكوس جمعى فى المجال .... (السويس ١٧)

(أ) ح - {٣} (ب) ح - {٤} (جـ) ح - {-٤} (د) ح - {-٣}

٢ أبسط صورة للدالة ن : ن $(س) = \frac{س}{س - ١} - \frac{١}{س - ١}$
هى .... (حيث س ≠ ١) (بورسعيد ٢٣)

(أ) $\frac{س}{س - ١}$ (ب) س - ١ (جـ) $\frac{س - ١}{٢}$ (د) ١

٣ إذا كان : $٢^٧ \times ٣^٧ = ٦^ك$ فإن : ك = ... (الشرقية ١٦)

(أ) ١٤ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) ٥

٤ إذا كان مجال الدالة ن حيث ن $(س) = \frac{س + ٢}{٤ س^٢ + ك س + ٩}$ هو ح - $\{-\frac{٣}{٢}\}$
فإن : ك = ... (كفر الشيخ ١٩)

(أ) ١٥ (ب) -١٥ (جـ) ١٢ (د) -١٢

٥ المعكوس الجمعى للكسر الجبرى : $\frac{٣}{س^٢ + ١}$ هو .... (الإسكندرية ١٧)

(أ) $\frac{-٣}{س^٢ + ١}$ (ب) $\frac{س^٢ + ١}{٣}$ (جـ) $\frac{س^٢ + ١}{-٣}$ (د) $\frac{٣}{س^٢ - ١}$

٦ عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٥ ، ٢ س + ٢ ص = ١٠ معًا فى ح × ح
هو .... (الغربية ٢٢)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

---

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى $ح^٢$:

س + ص = ٢ ، $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ (المنيا ١٩)

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال حيث :

ن $(س) = \frac{س + ٣}{س^٢ - ٩} - \frac{٢ س + ٢}{س^٢ - ٢ س - ٣}$ (الجيزة ١٦)

---

٣ (أ) إذا كانت : ن $(س) = \frac{س^٢ - ٢ س}{س^٢ - ٣ س + ٢} - \frac{٤ - س^٢}{س^٢ + س - ٢}$

أوجد : ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن (الوادى الجديد ١٧)

(ب) إذا كان : $ن_١ (س) = \frac{س}{س^٢ - ٢ س}$ ، $ن_٢ (س) = \frac{س + ١}{س^٢ - س - ٢}$

هل $ن_١ = ن_٢$ ؟ مع ذكر السبب. (القاهرة ١٨)

اختبار تراكمى 8 حتى الدرس الخامس الوحدة الثانية

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 مجال المعكوس الضربى للكسر الجبرى : $\frac{س + ٢}{س + ٥}$ هو .... (الشرقية ١٧)

(أ) ح (ب) ح - {-٥} (جـ) ح - {-٢} (د) ح - {-٢ ، -٥}

2 الكسر ن (س) = $\frac{س - ٢}{٢}$ له معكوس ضربى فى المجال .... (القليوبية ١٦)

(أ) ح (ب) ح - {٢} (جـ) ح - {٠} (د) ح - {٠ ، ٢}

3 عدد حلول المعادلة : س = ١ فى ح × ح هو .... (الوادى الجديد ٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

4 $\frac{٥ س}{س^٢ + ١} \div \frac{س}{س^٢ + ١}$ = ... (حيث س ≠ صفر) (بورسعيد ٢٣)

(أ) -٥ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٥

5 إذا كان : ن (س) = $\frac{١}{س} - \frac{٣}{س}$ فإن : $ن^{-١}$ (س) = ... (الوادى الجديد ١٦)

(أ) س - $\frac{س}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{س}$ (جـ) $\frac{-س}{٢}$ (د) $\frac{س}{٢}$

6 فى المعادلة : أ$س^٢$ + ب س + جـ = صفر ، إذا كان : $ب^٢$ - ٤ أ جـ < صفر

فإن عدد جذور المعادلة فى ح يساوى .... (الفيوم ١٩)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر. (د) لا نهائى.

---

2 (أ) إذا كان : ن (س) = $\frac{س^٢ - ٢ س}{س - ٢}$

1 أوجد : $ن^{-١}$ (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال.

2 إذا كان : $ن^{-١}$ (س) = $\frac{١}{٣}$ فما قيمة س ؟ (الإسماعيلية ١٦)

(ب) إذا كان : ن (س) = $\frac{س - ٣}{س^٢ - ٧ س + ١٢} - \frac{٤}{س^٢ - ٤ س}$

أوجد : ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن ثم أوجد : قيمة ن (٤) إن أمكن.

(الغربية ١٦)

---

3 (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة لها مبينًا مجال ن حيث :

ن (س) = $\frac{س^٢ + س + ١}{س^٣ - ١} \div \frac{س^٢ - س}{س^٢ - ٢ س + ١}$ (الدقهلية ١٦)

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ح × ح :

س + ص = ٤ ، $س^٢$ + $ص^٢$ + س ص = ١٣ (الجيزة ١٨)

اختبار تراكمي 9 حتى الدرس الأول الوحدة الثالثة

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف وكان : ب ⊂ أ

فإن : ل (أ ∪ ب) = ... (دمياط 19)

(أ) 1 (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) 2 ل (ب)

(2) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة وكان : ل (أ) = 0,5

، ل (أ ∪ ب) = 0,8 فإن : ل (ب) = ... (مطروح 16)

(أ) 0,3 (ب) 0,03 (جـ) 0,5 (د) 0,13

(3) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

فإن : أ ∩ ب = ... (الأقصر 22)

(أ) {صفر} (ب) صفر (جـ) أ (د) ∅

(4) إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجي أو ظهور عدد فردي يساوي .... (الوادي الجديد 18)

(أ) صفر (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{3}{4}$ (د) 1

(5) أحد حلول المعادلتين : س − ص = 1 ، $س^2 + ص^2 = 5$ في ح × ح

هو .... (بورسعيد 23)

(أ) (−2 ، 1) (ب) (2 ، 1) (جـ) (1 ، 2) (د) {2 ، 1}

(6) إذا كان : ن (س) = $\frac{س + 1}{س - 2}$ كسرًا جبريًا فإن المجال الذي يكون فيه للكسر معكوس ضربي هو .... (الدقهلية 17)

(أ) ح − {2} (ب) ح − {−1 ، 2} (جـ) ح − {−1} (د) {−1 ، 2}

---

2 إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل (أ) = $\frac{1}{3}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{7}{12}$ أوجد ل (ب) إذا كان :

(1) أ ، ب حدثين متنافيين. (2) أ ⊂ ب (الإسماعيلية 18)

---

3 أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

ن (س) = $\frac{س^2 + 2س - 3}{س + 3} \times \frac{س + 1}{س^2 - 1}$ (القاهرة 18)

اختبار تراكمى ١٠ حتى الدرس الثانى الوحدة الثالثة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل (أَ) = ٣ ل (أ)
فإن : ل (أ) = ... (أسيوط ١٨)

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٢ فى تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة إذا كان أ هو حدث ظهور صورة ، ب هو حدث ظهور كتابة فإن : ل (أ ∪ ب) = ... (الغربية ١٩)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) صفر (د) ∅

٣ إذا كان احتمال نجاحك فى امتحان الشهادة الإعدادية ٨٥٪ فإن احتمال رسوبك يساوى .... (الإسماعيلية ٢٣)

(أ) $\frac{٣}{٢٠٠}$ (ب) $\frac{٣}{٢٠}$ (جـ) $\frac{١٧}{٢٠}$ (د) ٠,٨٥

٤ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان : ل (أ) = ٠,٧
، ل (أ ∩ ب) = ٠,٥ فإن : ل (أ − ب) = ... (أسيوط ٢٢)

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢

٥ إذا كان : أ ∩ ب = ∅ فإن : ل (أ − ب) = ... (القليوبية ١٩)

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب) (جـ) ل (ب − أ) (د) ١

٦ إذا كان : أ² − ب² = ٦ ، أ − ب = √٣ فإن : (أ + ب)² = ... (الدقهلية ١٨)

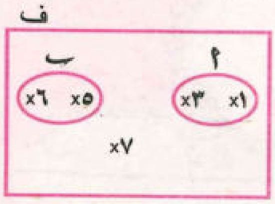
(أ) ٢ √٣ (ب) ٣ √٣ (جـ) √٣ (د) ١٢

---

٢ إذا كان : س ، ص حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :
ل (ص) = $\frac{٢}{٥}$ ، ل (س) = ل (سَ) ، ل (س ∩ ص) = $\frac{١}{٥}$
فأوجد : ١ ل (س) ٢ ل (س ∪ ص) (القليوبية ١٦)

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



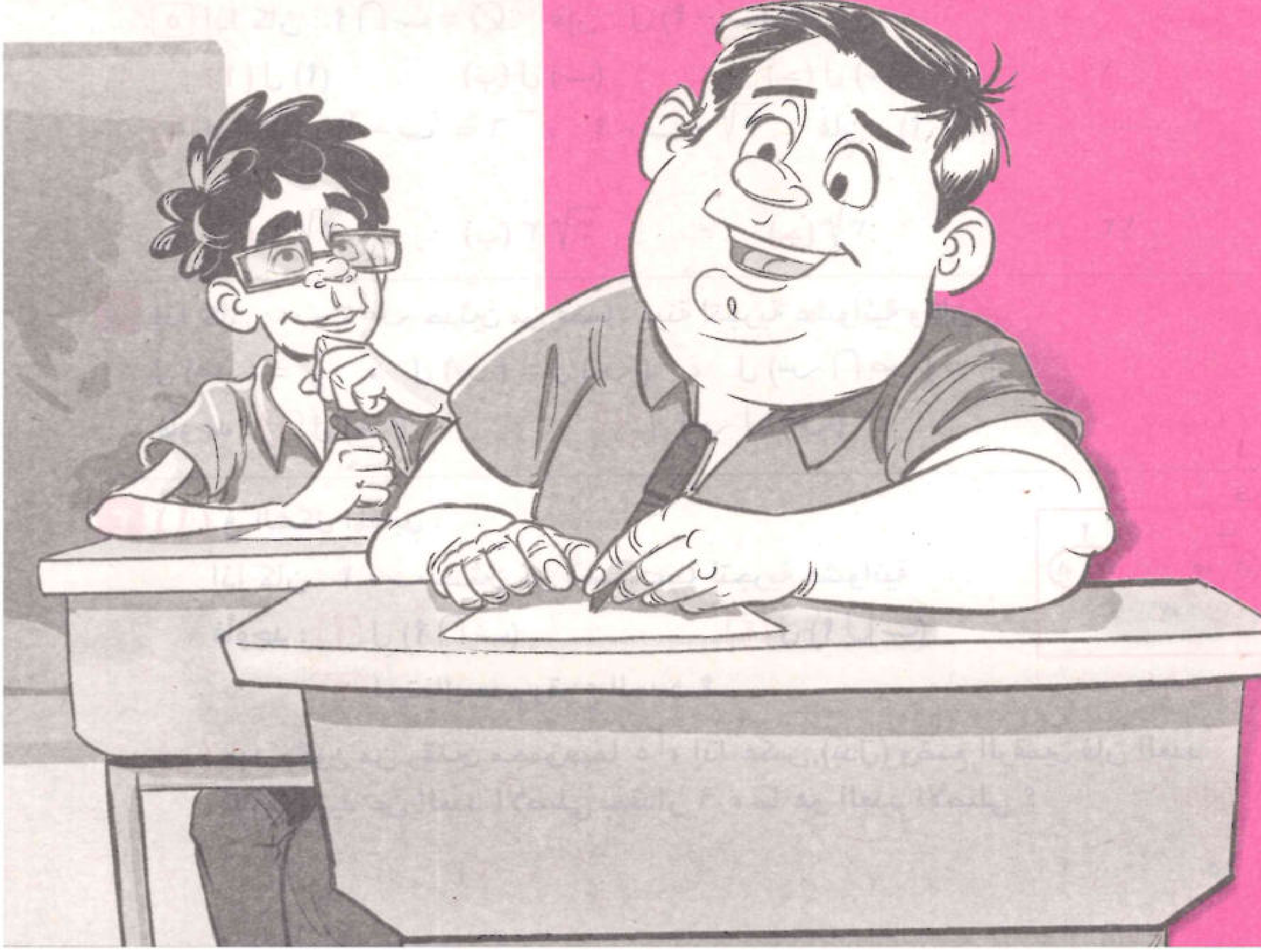
إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
فأوجد : ١ ل (أ ∩ ب) ٢ ل (أ ∪ ب)
٣ احتمال عدم وقوع الحدث أ (أسيوط ١٨)

(ب) عدد مكون من رقمين مجموعهما ٥ ، إذا عكس (بُدّل) وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ٩ ، ما هو العدد الأصلى ؟ (المنيا ١٨)

الأسئلة الهامة

فى الجبر والاحتمال

من امتحانات المحافظات



أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ نقطة تقاطع المستقيمين : س – ١ = صفر ، ص = ٢ هى .... (أسيوط ٢٢)

(أ) (١ ، ٢) (ب) (–١ ، ٢) (جـ) (١ ، –٢) (د) (–١ ، –٢)

---

٢ المستقيمان : ٣ س = ٧ ، ٢ ص = ٩ .... (الأقصر ١٦)

(أ) متوازيان. (ب) منطبقان.

(جـ) متقاطعان وغير متعامدين. (د) متعامدان.

---

٣ إذا كانت نقطة تقاطع المستقيمين : س – ١ = ٠ ، ص = ٢ ك تقع فى الربع الرابع

فإن : ك يمكن أن تساوى .... (كفر الشيخ ١٦)

(أ) –٥ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٥

---

٤ عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٥ ، ص – ٥ = صفر معًا فى ح × ح

هو .... (جنوب سيناء ١٧)

(أ) صفر (ب) واحد. (جـ) اثنان. (د) ثلاثة.

---

٥ عدد حلول المعادلتين : س + ٢ ص = ٥ ، س – ٢ ص = –١ معًا فى ح × ح

هو .... (القاهرة ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

---

٦ عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٢ ، س + ص – ٣ = ٠ معًا فى ح × ح

هو .... (كفر الشيخ ١٦)

(أ) صفر (ب) واحد. (جـ) اثنان. (د) عدد لا نهائى.

---

٧ عدد حلول المعادلتين : س – $\frac{١}{٢}$ ص = ٤ ، ٢ س – ص = ٢ معًا فى ح^{٢}

هو .... (القليوبية ١٦)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) عدد لا نهائى. (د) صفر

٨ المستقيمان : ٣ س + ٥ ص = صفر ، ٥ س − ٣ ص = صفر متقاطعان في .... (الجيزة ٢٢)

(أ) الربع الأول. (ب) الربع الثاني. (جـ) نقطة الأصل. (د) الربع الثالث.

---

٩ إذا كان المستقيمان : س + ٣ ص = ٤ ، س + أ ص = ٧ متوازيين فإن : أ = ... (القليوبية ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١١

---

١٠ معادلتا الدرجة الأولى في متغيرين اللتان لهما عدد لا نهائي من الحلول معًا في ح × ح يمثلهما مستقيمان .... (الدقهلية ١٦)

(أ) متوازيان. (ب) متقاطعان في نقطة وحيدة.

(جـ) متباعدان. (د) منطبقان.

---

١١ إذا تقاطع مستقيمان في نقطتين فإن عدد حلول المعادلتين الممثلتين بالمستقيمين .... (قنا ١٨)

(أ) حل وحيد. (ب) حلان. (جـ) عدد لا نهائي. (د) لا يوجد حل.

---

١٢ إذا كان للمعادلتين : س + ٢ ص = ٣ ، ٣ س + ك ص = ٩ عدد لا نهائي من الحلول معًا في ح × ح فإن : ك = ... (الإسماعيلية ٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٩

---

١٣ عدد حلول المعادلة : س − ص = ٠ في ح × ح هو .... (الغربية ١٩)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) عدد لا نهائي.

---

١٤ مجموعة حل المعادلتين الآنيتين : $\frac{١}{٢}$ س = ١ ، س + ص = ١ في ح × ح هي .... (الشرقية ١٨)

(أ) {(٢ ، ١)} (ب) {(٢ ، −١)} (جـ) {٢ ، −١} (د) (٢ ، −١)

---

١٥ مجموعة حل المعادلتين : س + ص = صفر ، ص − ٥ = صفر في ح × ح هي .... (الجيزة ٢٣ - الإسماعيلية ١٦)

(أ) {(−٥ ، ٥)} (ب) {(٥ ، −٥)} (جـ) {(٥ ، ٥)} (د) {(−٥ ، −٥)}

١٦ مجموعة حل المعادلتين : س + ٣ ص = ٥ ، س – ٣ ص = –١ في ح × ح

هي .... (المنيا ١٦)

(أ) {(٢ ، ١)} (ب) {(١ ، ٢)} (جـ) {(٢ ، ٣)} (د) {(٣ ، ٢)}

١٧ مجموعة حل المعادلتين : س – ٢ ص = ١ ، ٣ س + ص = ١٠ في ح × ح

هي .... (شمال سيناء ١٧)

(أ) {(٥ ، ٢)} (ب) {(٢ ، ٤)} (جـ) {(١ ، ٣)} (د) {(٣ ، ١)}

١٨ عددان موجبان مجموعهما ٨ ، حاصل ضربهما ١٥ فإن العددين

هما .... (السويس ١٦)

(أ) ٢ ، ٦ (ب) ٣ ، ٥ (جـ) ٤ ، ٤ (د) ١ ، ١٥

١٩ المنحنى ص = أ س^{٢} + ب س + حـ يقطع محور الصادات في النقطة .... حيث

أ ، ب ، حـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠ (المنيا ١٨)

(أ) (٠ ، ب) (ب) (ب ، ٠) (جـ) (حـ ، ٠) (د) (٠ ، حـ)

٢٠ إذا كان منحنى الدالة التربيعية د لا يقطع محور السينات في أي نقطة فإن عدد حلول

المعادلة : د (س) = ٠ في ح هو .... (الفيوم ١٦)

(أ) حل وحيد. (ب) حلان. (جـ) عدد لا نهائي. (د) صفر

٢١ إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (–١ ، ٠) ، (٠ ، –٤) ، (٤ ، ٠)

فإن مجموعة حل المعادلة : د (س) = ٠ في ح هي .... (الغربية ١٩)

(أ) {–١ ، ٠} (ب) {–٤ ، ٠} (جـ) {–١ ، ٤} (د) {٤ ، –٤}

٢٢ إذا كانت مجموعة حل المعادلة : س^{٢} – أ س + ٤ = ٠ في ح هي {–٢}

فإن : أ = ... (الغربية ١٧)

(أ) –٢ (ب) –٤ (جـ) ٢ (د) ٤

٢٣ القانون العام لحل معادلة الدرجة الثانية : أ$س^2$ + ب س + جـ = ٠ حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠ هو س = ... (دمياط ١٨)

(أ) $\frac{-ب^2 \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$ (ب) $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$

(جـ) $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٢ أ جـ}}{٤ أ}$ (د) $\frac{-ب \pm \sqrt{جـ^2 - ٤ أ جـ}}{٢ جـ}$

---

٢٤ فى المعادلة : أ$س^2$ + ب س + جـ = صفر حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠

إذا كان : $ب^2$ − ٤ أ جـ > صفر فإن عدد جذور المعادلة فى ح هو .... (الفيوم ١٩)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) لا نهائى.

---

٢٥ أحد حلول المعادلتين : س − ص = ٢ ، $س^2$ + $ص^2$ = ٢٠ فى ح × ح

هو .... (القليوبية ١٩ - قنا ١٧)

(أ) (−٤ ، ٢) (ب) (٢ ، −٤) (جـ) (٣ ، ١) (د) (٤ ، ٢)

---

٢٦ إذا كانت : س = ص + ١ ، $(ص - س)^2$ + ص = ٣

فإن : س = ... (المنوفية ١٦)

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

---

٢٧ إذا كان : أ ب = ٣ ، أ $ب^2$ = ١٢ فإن : ب = ... (دمياط ١٩ - كفر الشيخ ١٧ - قنا ١٦)

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) −٢ (د) ± ٢

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ أوجد جبريًا فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين فى كل مما يأتى :

١ س − ص = ٤ ، ٢ س + ص = ٥ (الغربية ٢٢)

٢ س + ص = ٤ ، ٢ س − ص = ٢ (بنى سويف ١٧ - أسوان ١٧ - أسيوط ١٦)

٣ س + ٢ ص = ٤ ، ٣ س − ص = ٥ (الجيزة ١٩)

٤ ٢ س − ص = ٣ ، س + ٢ ص = ٤ (الأقصر ٢٣ - جنوب سيناء ١٨ - قنا ١٧)

٥ ٣ س − ص + ٤ = ٠ ، ص = ٢ س + ٣ (أسيوط ١٩ - الإسماعيلية ١٨)

٢ أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانيًا :

١ س + ٢ ص = ٤ ، س − ص = ١ (كفر الشيخ ٢٣)

٢ ص = ٢ س − ٣ ، س + ٢ ص = ٤ (كفر الشيخ ٢٢ - دمياط ١٩ - الأقصر ١٦ - قنا ١٦)

٣ ٢ س + ص = ١ ، س + ٢ ص = ٥ (الإسكندرية ١٦)

٤ ٣ س + ص = ٣ ، ٢ س − ص = ٧ (بنى سويف ١٩)

٥ ٣ س − ص + ٤ = ٠ ، ص = ٢ س + ٣ (الفيوم ١٩)

---

٣ أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا فى ح × ح :

١ س + ص = ١١ ، س − ٢ ص = ٢ (القاهرة ١٨)

٢ س − ص = ٤ ، ٣ س + ٢ ص = ٧ (قنا ٢٢ - الشرقية ١٧)

٣ س + ٢ ص = ٨ ، ٣ س + ص = ٩ (البحيرة ١٨)

٤ ٢ س = ١ − ص ، س + ٢ ص = ٥ (القليوبية ١٧)

٥ ٢ س − ص = ٢ ، س + ٢ ص = ١١ (القاهرة ٢٣)

٦ س = ص + ٤ ، ٣ س + ٤ ص = ٥ (الدقهلية ١٨)

٧ ٣ س − ص = −٤ ، ص − ٢ س = ٣ (أسوان ١٩)

---

٤ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية باستخدام القانون العام :

١ س^{٢} + ٣ س − ٣ = ٠ (مقربًا الناتج لأقرب رقم عشرى واحد) (دمياط ٢٢)

٢ ٢ س^{٢} + ٥ س − ٦ = ٠ (مقربًا الناتج لأقرب رقم عشرى واحد) (القاهرة ١٩)

٣ ٣ س^{٢} + ١ = ٥ س (مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين) (كفر الشيخ ١٩)

٤ س (س + ٣) = ١ (مقربًا الناتج لأقرب رقم عشرى واحد) (الإسماعيلية ٢٣)

٥ س + $\frac{١}{س}$ + ٣ = ٠ حيث س ≠ ٠ (مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين) (مطروح ١٩)

٦ $\frac{س}{٣}$ = $\frac{١}{٥ - س}$ (مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين) (الغربية ١٦)

٧ س^{٢} − ٣ س + ١ = ٠ (متخذًا $\sqrt{٥}$ ≈ ٢,٢٤) (السويس ١٧ - الشرقية ١٦)

٨ ٢ س^{٢} − س − ٢ = ٠ (حيث $\sqrt{١٧}$ ≈ ٤,١٢) (الأقصر ١٩)

٩ س^{٢} + ٢ س − ٤ = ٠ (بدون استخدام حاسبة الجيب) (الغربية ١٩)

٥ **أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ح × ح :**

١ س − ٣ = صفر ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥ (القاهرة ١٩)

٢ س − ص = صفر ، س ص = ٩ (الغربية ٢٣ - الإسكندرية ١٨)

٣ ٢ س − ص = ٤ ، س ص = ٦ (الفيوم ١٨)

٤ س + ص = ٥ ، س^{٢} + ص^{٢} = ١٣ (الجيزة ٢٢)

٥ س − ص = ٢ ، س^{٢} − ٥ ص = ٤ (شمال سيناء ١٧)

٦ س − ص = ١ ، س^{٢} − س ص = ٠ (جنوب سيناء ١٧)

٧ ص − س = ٢ ، س^{٢} + س ص − ٤ = ٠ (القليوبية ١٨ - المنوفية ١٨ - الأقصر ١٦)

٨ س − ص = صفر ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٢٧ (القليوبية ١٩ - الإسكندرية ١٩)

٩ س − ٢ ص − ١ = ٠ ، س^{٢} − س ص = ٠ (كفر الشيخ ١٩)

---

٦ **أوجد قيمتى أ ، ب علمًا بأن (١ ، −١) حل للمعادلتين :**

أ س + ب ص = ٧ ، أ س − ب ص = ٣ (الشرقية ١٦)

---

٧ **أوجد قيمتى أ ، ب علمًا بأن (١ ، ٢) حل للمعادلتين :**

أ س + ب ص = ٤ ، ٣ أ س + ٢ ب ص = ٠ (الوادى الجديد ١٨)

---

٨ **أوجد قيمتى أ ، ب علمًا بأن (٣ ، −١) حل للمعادلتين :**

أ س + ب ص = ٥ ، ٣ أ س + ب ص = ١٧ (الدقهلية ٢٣)

---

٩ إذا كان (أ ، ٢ ب) حلًا للمعادلتين : ٣ س − ص = ٥ ، س + ص = −١

فأوجد قيمتى : أ ، ب (الدقهلية ١٧)

---

١٠ إذا كان : (٢ أ + ب ، ٣) = (١٨ ، أ − ب) فأوجد قيمتى : أ ، ب موضحًا خطوات الحل. (المنوفية ١٧)

---

١١ عددان حقيقيان مجموعهما ٤٠ ، الفرق بينهما ١٠ أوجد العددين. (القاهرة ١٩)

١٢ عددان نسبيان مجموعهما ١٢ ، وثلاثة أمثال أصغرهما يزيد عن ضعف أكبرهما بمقدار واحد. أوجد العددين. (البحيرة ١٧)

---

١٣ عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ وإذا عكس (بدل) وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ٢٧ ما هو العدد الأصلى ؟ (كفر الشيخ ١٦)

---

١٤ عددان إذا أضيف ثلاثة أمثال العدد الأول إلى ضعف العدد الثانى كان الناتج ١٣ وإذا أضيف العدد الأول إلى ثلاثة أمثال العدد الثانى كان الناتج ١٦ فما العددان ؟ (بورسعيد ١٧)

---

١٥ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم ، ومحيطه ١٨ سم ، أوجد كلًا من بعدى المستطيل. (الدقهلية ١٦)

---

١٦ عددان حاصل ضربهما ١٠ ، والفرق بينهما ٣ أوجد العددين. (الإسماعيلية ١٩)

---

١٧ عددان حقيقيان موجبان الفرق بينهما ١ ومجموع مربعيهما ٢٥ أوجد العددين. (بنى سويف ٢٢)

---

١٨ مستطيل محيطه ١٨ سم ومساحته ١٨ سم^{٢} ، أوجد كلًا من بعديه. (الوادى الجديد ١٦)

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = −٣ س هى .... (المنوفية ٢٣)

(أ) {٠} (ب) {٣} (جـ) ∅ (د) ع

٢ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = ٢ س − ٦ هى .... (الإسماعيلية ١٩)

(أ) {١} (ب) {٣} (جـ) {٥} (د) {٧}

٣ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س (س − ١) هى .... (الغربية ٢٢)

(أ) {٠ ، ١} (ب) {٠ ، −١} (جـ) {−١ ، ١} (د) {١}

٤ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = صفر هى .... (القاهرة ١٩)

(أ) ع − {صفر} (ب) ∅ (جـ) {صفر} (د) ع

٥ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = ٩ هى .... (السويس ١٦)

(أ) {٩} (ب) {٠} (جـ) ∅ (د) ع − {٩}

٦ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س^{٢} − ١٦ هى .... (الإسكندرية ٢٢)

(أ) {−٤} (ب) {٤} (جـ) {٤ ، −٤} (د) ∅

٧ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = (س − ١)^{٢} (س + ٢) هى .... (السويس ١٧)

(أ) {١ ، −٢} (ب) {−١ ، ٢} (جـ) {−١ ، −٢} (د) {١ ، ٢}

٨ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{\text{٢ − س}}{\text{٧}}$ هى .... (القاهرة ١٦)

(أ) {٧} (ب) {٢ ، ٧} (جـ) {٢} (د) ∅

٩ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{\text{س − ٣}}{\text{س + ٢}}$ هى .... (الغربية ٢٣)

(أ) {٣} (ب) {−٢} (جـ) ع − {−٢} (د) ∅

١٠ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^{٢} + س}{س^{٢} - س}$ هى .... (البحر الأحمر ١٦)

(أ) {٠ ، ١} (ب) {١} (جـ) {٠} (د) ∅

---

١١ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^{٢} - س - ٢}{س^{٢} + ٤}$ هى .... (الغربية ١٧)

(أ) {٢ ، −٢} (ب) {−٢ ، −١} (جـ) {٢ ، −١} (د) {١ ، −١}

---

١٢ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{(س + ١)(س - ٣)}{س^{٢} - ٤}$ هى .... (المنيا ١٨)

(أ) {٣ ، −٣} (ب) {−٣ ، −١} (جـ) {٣ ، −١} (د) {٢ ، −٢}

---

١٣ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س - ٢}$ هى .... (البحر الأحمر ٢٣)

(أ) {٢} (ب) ح − {٢} (جـ) {٣ ، −٣} (د) {٣ ، −٣ ، ٢}

---

١٤ مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{٧}{س - ٥}$ هو .... (الجيزة ١٦)

(أ) ح (ب) ح − {٠} (جـ) ح − {٥} (د) ح − {٠ ، ٥}

---

١٥ مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{س - ٧}{٣(س + ١)}$ هو .... (البحيرة ١٦)

(أ) ح (ب) ح − {−١} (جـ) ح − {١} (د) ح − {−١ ، ٣}

---

١٦ مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{س + ٢}{٥س}$ هو .... (القليوبية ١٧)

(أ) ح − {٥} (ب) ح − {−٥} (جـ) ح (د) ح − {٠}

---

١٧ مجال الدالة ن : ن(س) = $\frac{س}{س^{٢} - ١}$ هو .... (الجيزة ١٩)

(أ) {−١} (ب) ح − {١} (جـ) {١ ، −١} (د) ح − {١ ، −١}

---

١٨ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{√_{١}(س)}{د_{١}(س)}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{√_{٢}(س)}{د_{٢}(س)}$

فإن المجال المشترك للدالتين $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ هو .... (الوادى الجديد ١٧)

(أ) ح − (ص($د_{١}$) ∪ ص($د_{٢}$)) (ب) ح − (ص($د_{١}$) ∩ ص($د_{٢}$))

(جـ) ص($د_{١}$) ∪ ص($د_{٢}$) (د) ص($د_{١}$) ∩ ص($د_{٢}$)

١٩ المجال المشترك للكسرين $\frac{٢}{س - ٣}$ ، $\frac{٧}{٢س - ٦}$ هو .... (الغربية ١٦)

(أ) ح (ب) ح - {٠ ، ٣} (جـ) ح - {٣} (د) ح - {٣ ، -٣}

---

٢٠ المجال المشترك للكسرين $\frac{س}{س + ١}$ ، $\frac{س + ٢}{س^٢ + ٤}$ هو .... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) {-١} (ب) {-١ ، -٤}

(جـ) ح - {-١} (د) ح - {-١ ، ٢ ، -٢}

---

٢١ أبسط صورة للدالة د : د (س) = $\frac{٣ - س}{س - ٣}$ ، س ≠ ٣ هى .... (السويس ١٦)

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) -١ (د) صفر

---

٢٢ أبسط صورة للدالة ن حيث ن (س) = $\frac{٤س^٢ - ٢س}{٢س}$ ، س ≠ ٠

هى .... (جنوب سيناء ١٨)

(أ) ٤س^٢ (ب) ٤س (جـ) ٢س (د) ٢س - ١

---

٢٣ إذا كانت : ص (د) = {٣} ، د (س) = ٢س + أ فإن : أ = ... (الفيوم ١٦)

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) -٦

---

٢٤ إذا كانت : ص (د) = {٢} ، د (س) = س^٣ - م فإن : م = ... (أسيوط ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

---

٢٥ إذا كانت : س = ٣ أحد أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س^٢ - ٢س - ك}{س^٢ - ٢٥}$

فإن : ك = ... (كفر الشيخ ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) -٣ (د) -٦

---

٢٦ إذا كانت : د (س) = $\frac{٧ + س}{٧ - س}$ حيث س ∈ ح - {٧ ، -٧}

فإن : د (-٢) = ... (الدقهلية ١٦)

(أ) $\frac{-١}{د (-٢)}$ (ب) $\frac{-١}{د (٢)}$ (جـ) $\frac{١}{د (٢)}$ (د) $\frac{١}{د (-٢)}$

٢٧ إذا كان مجال الدالة ن حيث ن (س) = $\frac{س - ٢}{س^٢ + أ}$ هو ح

فإن : أ .... صفر. (الدقهلية ١٦)

(أ) = (ب) < (جـ) ≥ (د) >

---

٢٨ إذا كانت : د (س) = $\frac{س + ٣}{س - ٢}$ فإن مجال المعكوس الجمعى للدالة هو .... (الشرقية ٢٢)

(أ) ح - {٢} (ب) ح - {٢ ، -٣}

(جـ) ح - {-٣} (د) ح

---

٢٩ المعكوس الجمعى للكسر الجبرى $\frac{٣}{س^٢ + ١}$ هو .... (الإسكندرية ١٧)

(أ) $\frac{-٣}{س^٢ + ١}$ (ب) $\frac{س^٢ + ١}{٣}$ (جـ) $\frac{س^٢ + ١}{-٣}$ (د) $\frac{٣}{س^٢ - ١}$

---

٣٠ إذا كانت : س ∈ ح - {٠ ، ١} فإن : $\frac{١ - س}{س}$ ÷ $\frac{س - ١}{س}$ (فى أبسط صورة)

هى .... (سوهاج ١٨)

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) س - ١ (د) س

---

٣١ إذا كان : ن (س) = $\frac{س - ١}{س + ٣}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو .... (مطروح ١٦)

(أ) ح - {-٣} (ب) ح - {١}

(جـ) ح - {-٣ ، ١} (د) {-٣ ، ١}

---

٣٢ إذا كان : ن (س) = $\frac{س}{س^٢ + ٩}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو .... (الشرقية ١٦)

(أ) ∅ (ب) ح - {-٣ ، ٣}

(جـ) ح (د) ح - {٠}

---

٣٣ إذا كان للدالة د : د (س) = $\frac{س^٢ - ٩}{س}$ معكوس ضربى فإن مجالهما المشترك

هو .... (المنوفية ١٦)

(أ) ح - {٠} (ب) ح - {٠ ، ٣}

(جـ) ح - {٠ ، -٣ ، ٣} (د) ح

٣٤ إذا كان للكسر الجبرى $\frac{س - أ}{س + ٥}$ معكوس ضربى هو $\frac{س + ٥}{س + ٣}$

فإن : أ = ... (دمياط ١٧)

(أ) ٣ (ب) ‎−٥ (جـ) ‎−٣ (د) ٥

---

٣٥ مجال المعكوس الضربى للكسر الجبرى $\frac{س - ٢}{س^٣ + ٢٧}$ هو .... (بورسعيد ١٧)

(أ) ع − {٢} (ب) ع − {‎−٣ ، ٢}

(جـ) ع − {٢ ، ‎−٣ ، ٣} (د) ع − {٣ ، ‎−٣}

---

٣٦ إذا كان : ن (س) = $\frac{س^٢ - ٥ س}{س - ٣}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو .... (الشرقية ١٨)

(أ) ع − {‎−٣ ، ٥} (ب) ع − {٠ ، ٥}

(جـ) ع − {‎−٣} (د) ع − {٠ ، ٥ ، ٣}

---

٣٧ إذا كان : ن (س) = $\frac{س^٢ - ٢ س}{(س - ٢) (س^٢ + ٢)}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو .... (الفيوم ١٩)

(أ) ع (ب) ع − {٢} (جـ) ع − {٠} (د) ع − {٠ ، ٢}

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ إذا كانت : د (س) = $س^٣ - ٢ س^٢ - ٧٥$

فأثبت أن : العدد ٥ أحد أصفار هذه الدالة. (جنوب سيناء ١٨)

---

٢ إذا كانت {‎−٣ ، ٣} هى مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^٢ + أ$

فأوجد : قيمة أ (قنا ١٨)

---

٣ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $أ س^٢ + س + ب$ هى {صفر ، ١}

أوجد : قيمتى الثابتين أ ، ب (الإسكندرية ١٧)

---

٤ إذا كان مجال الدالة د حيث د (س) = $\frac{س + ب}{س + أ}$ هو ع − {‎−٢} وكانت د (٠) = ٣

فأوجد : قيمة كل من أ ، ب (الفيوم ١٦)

٥ إذا كان مجال الدالة ن حيث ن (س) = $\frac{س - ١}{س^٢ - أ س + ٩}$ هو ح − {٣}

(الإسماعيلية ١٩ - بنى سويف ١٧ - السويس ١٦)

فأوجد : قيمة أ

٦ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = $\frac{س^٢ - أ س + ٩}{ب س + ٤}$ هى {٣} ومجالها

(المنوفية ١٩)

ح − {٢} **فأوجد :** قيمتى أ ، ب

٧ إذا كانت : ن (س) = $\frac{س + \frac{١}{س}}{٤ س + \frac{٤}{س}}$ **فأوجد :** ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال.

(دمياط ١٧)

٨ إذا كانت : د (س) = $\frac{س^٢ - ٩}{س + ب}$ ، د (٤) = ١ **فأوجد :** قيمة ب

(البحيرة ١٧)

٩ عين المجال للدالة الكسرية الآتية

(البحر الأحمر ١٨)

ثم أوجد : ن (صفر) ، ن (٢) حيث : ن (س) = $\frac{س^٢ - ١}{س^٢ + ١}$

١٠ أوجد المجال المشترك للكسرين الجبريين : $\frac{س - ٤}{س^٢ - ٥ س + ٦}$ ، $\frac{٢ س}{س^٢ - ٩ س}$

(الأقصر ١٩)

١١ إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{س^٢ + س - ١٢}{س^٢ + ٥ س + ٤}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٢ - ٢ س - ٣}{س^٢ + ٢ س + ١}$

فأثبت أن : $ن_١$ (س) = $ن_٢$ (س) لجميع قيم س التى تنتمى إلى المجال المشترك ،

(بنى سويف ١٦)

وأوجد هذا المجال.

١٢ إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{س^٢}{س^٣ - س^٢}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٣ + س^٢ + س}{س^٤ - س}$

(القليوبية ٢٢ - المنيا ١٩ - الإسكندرية ١٨ - أسيوط ١٧)

أثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

١٣ إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + س - ٦}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٣ - س^٢ - ٦ س}{س^٣ - ٩ س}$

(الفيوم ١٩)

بين ما إذا كان : $ن_١ = ن_٢$ أم لا ، مع ذكر السبب

١٤ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

(الإسماعيلية ١٦)

ن (س) = $\frac{س - ٥}{س^٢ - ٧ س + ١٠} + \frac{س^٢ + ٢ س + ٤}{س^٣ - ٨}$

١٥ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

(مطروح ١٩)

ن (س) = $\frac{٣ س}{س^٢ - س - ٢} + \frac{س - ١}{١ - س^٢}$

١٦ أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال : $ن(س) = \frac{س^{٢} + س - ٦}{س + ٣} + \frac{س^{٢} - ٤}{س + ٢}$

(القليوبية ١٦)

---

١٧ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث : $ن(س) = \frac{س}{س + ١} + \frac{٢س^{٢}}{س^{٣} - س}$

(سوهاج ١٧)

---

١٨ ضع فى أبسط صورة : $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٩}{س^{٢} - س - ٦} + \frac{٤س - س^{٢}}{س^{٢} - ٢س - ٨}$

ثم أوجد إن أمكن : ن (٣)

(الدقهلية ١٦)

---

١٩ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث : $ن(س) = \frac{س + ٣}{س^{٢} + ٦س + ٩} + \frac{س + ٢}{س + ٣}$

ثم أوجد : ن (−٣) ، ن (٢٠١٦) إن أمكن ذلك.

(الشرقية ١٦)

---

٢٠ إذا كان مجال ن : $ن(س) = \frac{ب}{س - ٢} + \frac{٦}{٢س + أ}$ هو ح − {٢} وكان : ن (٥) = ٨

فأوجد : قيمتى أ ، ب

(المنوفية ١٦)

---

٢١ إذا كان مجال الدالة ن : $ن(س) = \frac{ب}{س} - \frac{٩}{س + أ}$ هو ح − {٠ ، −٤} ، ن (٥) = ٢

فأوجد : قيمة كل من أ ، ب

(كفر الشيخ ٢٢)

---

٢٢ إذا كان مجال الدالة ن حيث $ن(س) = \frac{٤}{س + أ} + \frac{ب}{٢س}$ هو ح − {٠ ، −٥} وكان :

ن (٣) = ١ فأوجد : قيمتى أ ، ب

(المنوفية ١٧)

---

٢٣ اختصر ن (س) إلى أبسط صورة حيث : $ن(س) = \frac{٣س}{س^{٢} - ٢س} - \frac{١٢}{س^{٢} - ٤}$ مبينًا المجال.

(البحيرة ١٧)

---

٢٤ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٧س + ١٢} - \frac{س - ٣}{٣ - س}$$

(الأقصر ١٩)

---

٢٥ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \frac{٣س - ٤}{س^{٢} - ٥س + ٦} - \frac{٢س + ٦}{٦ - س - س^{٢}}$$

(الشرقية ١٨)

٢٦ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٤} - \frac{٢\text{س} - ٦}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$$

(دمياط ٢٣)

٢٧ أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال ن حيث :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س} - ٦}{\text{س}^{٢} - ٤} - \frac{٩}{٢ - \text{س} - \text{س}^{٢}}$$

ثم أوجد : ن (١) إن أمكن.

(الدقهلية ١٨)

٢٨ أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} - ١} \times \frac{\text{س}^{٢} - \text{س}}{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}}$$

(القليوبية ١٦)

٢٩ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}{\text{س}^{٣} - ٨} \times \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤}{\text{س} + ٢}$$

(جنوب سيناء ١٩)

٣٠ إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦} \times \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} + ٣}$

أوجد : ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن ثم أوجد : ن (٠)

(الإسماعيلية ١٦)

٣١ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣} - ١}{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ١} \times \frac{٢\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} + \text{س} + ١}$$

ثم أوجد : ن (١) ، ن (−١) إن أمكن

(الإسماعيلية ١٨)

٣٢ إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٣\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٩} \div \frac{٢\text{س}}{\text{س} + ٣}$

أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال ن

(أسوان ١٧ - سوهاج ١٧ - كفر الشيخ ١٧)

٣٣ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ١٥}{\text{س}^{٢} - ٩} \div \frac{٢\text{س} - ١٠}{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٩}$$

(الغربية ١٨ - الإسكندرية ١٦)

٣٤ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٣\text{س}}{٢\text{س}^{٢} - \text{س} - ٦} \div \frac{٢\text{س}^{٢} - ٣\text{س}}{٤\text{س}^{٢} - ٩}$$

(الأقصر ١٩)

٣٥ إذا كانت : ن (س) = $\frac{س^3 - 8}{س^2 - 6س + 5} \div \frac{س^3 + 2س^2 + 4س}{2س^2 - 5س - 3}$

أوجد : ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال

ثم أوجد : ن (١) ، ن (٠) إن أمكن

(المنوفية ١٦)

---

٣٦ إذا كان : ن (س) = $\frac{س}{س + 3}$

[١] أوجد : $ن^{-1}$ (س) موضحًا مجال $ن^{-1}$

[٢] إذا كان : $ن^{-1}$ (س) = ٤ أوجد : قيمة س

(القاهرة ١٩)

---

٣٧ إذا كان : ن (س) = $\frac{س - 2}{س + 1}$

فأوجد : [١] مجال $ن^{-1}$ [٢] $ن^{-1}$ (٣)

(القليوبية ١٧ - الإسكندرية ١٦)

---

٣٨ إذا كان للكسر الجبرى : $\frac{س + 2}{س^2 - 4}$ معكوس ضربى هو $\frac{س - 2}{هـ}$

فأوجد : قيمة هـ

(السويس ١٧)

الأسئلة الهامة على الوحدة الثالثة

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ احتمال الحدث المستحيل يساوي .... (القاهرة ٢٢)

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) $\varnothing$

---

٢ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

فإن : ل (أ ∩ ب) = ... (المنيا ١٩)

(أ) $\varnothing$ (ب) صفر (جـ) ٠,٥ (د) ١

---

٣ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان : ل (أ) = $\frac{٣}{٥}$

، ل (ب) = $\frac{٢}{٥}$ فإن : ل (أ ∩ ب) = ... (القاهرة ١٨)

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) ١ (د) $\varnothing$

---

٤ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ب ⊂ أ ، ب ≠ أ

فإن : ل (أ ∩ ب) = ... (دمياط ٢٣ - السويس ١٨)

(أ) صفر (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) ل (أ ∪ ب)

---

٥ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف ، أ ⊂ ب

فإن : ل (أ ∪ ب) = ... (مطروح ١٩)

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب) (جـ) ل (أ ∩ ب) (د) صفر

---

٦ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجي وظهور عدد فردي

معًا يساوي .... (الإسكندرية ١٦)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) صفر (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

---

٧ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أقل من ٣

يساوي .... (الجيزة ١٦ - القليوبية ١٦)

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

٨ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
فإن : ل (أ − ب) = ... (بنى سويف ٢٣)

(أ) ل (ب) (ب) ل (أ) (جـ) ل (أَ) (د) ل (بَ)

---

٩ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف وكان : أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٢
، ل (ب) = ٠,٦ فإن : ل (ب − أ) = ... (الأقصر ١٩)

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٦ (د) ٠,٨

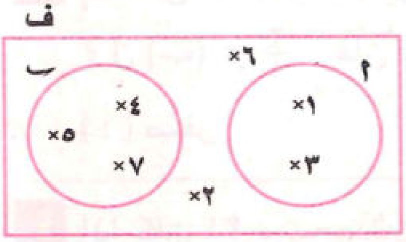
---

١٠ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان : ل (أ) = ٠,٧
، ل (أ − ب) = ٠,٥ فإن : ل (أ ∩ ب) = ... (الغربية ١٦)

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢

---

١١ فى الشكل المقابل :



إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية
فإن : ل (ب − أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٥}{٧}$

(جـ) $\frac{٢}{٧}$ (د) $\frac{٣}{٧}$ (كفر الشيخ ١٩)

---

١٢ إذا سحبت بطاقة عشوائيًا من بين ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠
فإن احتمال أن تحمل هذه البطاقة عددًا مضاعفًا للعدد ٧ هو .... (البحيرة ١٧)

(أ) ١٠٪ (ب) ١٥٪ (جـ) ٢٠٪ (د) ٢٥٪

---

١٣ إذا كان : أَ هو الحدث المكمل للحدث أ فى فضاء عينة لتجربة عشوائية
فإن : ل (أ) + ل (أَ) = ... (الأقصر ١٧)

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) صفر

---

١٤ إذا كان : س ⊂ ف ، سَ هو الحدث المكمل للحدث س
فإن : ل (س ∩ سَ) = ... (أسيوط ١٩)

(أ) صفر (ب) ف (جـ) ∅ (د) ١

---

١٥ إذا كان : أَ هو الحدث المكمل للحدث أ فإن : أَ ∪ أ = ... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) ∅ (د) ف

١٦ إذا كان : ل (أ) = ل (أَ) فإن : ل (أ) = ... (دمياط ١٧)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) صفر

---

١٧ إذا كان : أ ⊂ ف لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$

فإن : ل (أَ) = ... (القليوبية ٢٢)

(أ) $\frac{-١}{٣}$ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

---

١٨ إذا كان : ل (أ) = ٤ ل (أَ) فإن : ل (أَ) = ... حيث أ حدث من فضاء عينة لتجربة عشوائية. (الوادى الجديد ١٧)

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٢

---

١٩ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٩٥٪ فإن احتمال عدم نجاحه هو .... (أسوان ١٧)

(أ) ٢٠٪ (ب) ٥٪ (جـ) ١٠٪ (د) صفر

---

٢٠ إذا كان احتمال رسوب طالب فى امتحان ما هو ٠,٤ فإن احتمال نجاحه هو ....

(شمال سيناء ١٧)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

ثانيًا الأسئلة المقالية

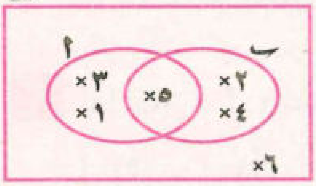
١ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٧

أوجد : ل (أ ∩ ب) (دمياط ١٧)

---

٢ باستخدام شكل ڤن المقابل :



أوجد :

١ ل (أ ∩ ب)

٢ ل (أ ∪ ب)

(جنوب سيناء ١٧)

٣ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما وكان :

ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٣

أوجد : ل (أ ∪ ب) (الجيزة ١٨)

---

٤ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من تجربة عشوائية ما ، وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٥}{١٢}$ **فأوجد :** ل (ب) (جنوب سيناء ١٩)

---

٥ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل (أ) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٥}{٨}$

أوجد : احتمال وقوع أ ، ب معًا (الشرقية ١٨)

---

٦ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$

أوجد ل (أ ∪ ب) إذا كان :

[١] ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٦}$ [٢] أ ⊂ ب (الدقهلية ١٨)

---

٧ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (ب) = $\frac{١}{١٢}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$ **أوجد ل (أ) فى كل حالة مما يأتى :**

[١] أ ، ب حدثان متنافيان. [٢] ب ⊂ أ (الأقصر ١٧ - كفر الشيخ ١٧)

---

٨ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ **أوجد ل (أ ∪ ب) إذا كان :**

[١] ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$

[٢] أ ، ب حدثين متنافيين. (أسيوط ٢٣ - أسوان ١٧)

---

٩ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ل (أَ) ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٦}$ ، ل (ب) = $\frac{٥}{٨}$ ل (أ)

أوجد : [١] ل (ب) [٢] ل (أ ∪ ب) (الفيوم ١٩)

١٠ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ $\cap$ ب) = ٠,٢

أوجد : [١] ل (أ $\cup$ ب) [٢] ل (أ − ب)

[٣] ل (أَ) (قنا ٢٢)

---

١١ إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية نواتجها متساوية الإمكانات وكان أ ، ب حدثين من ف وكان عدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث أ يساوى ١٣ وعدد النواتج الممكنة للتجربة العشوائية يساوى ٢٤ وكان : ل (أ $\cup$ ب) = $\frac{٥}{٦}$ ، ل (ب) = $\frac{٥}{١٢}$

أوجد : [١] احتمال وقوع الحدث أ

[٢] احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معًا (المنيا ١٧)

---

١٢ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى إذا كان أ هو حدث الحصول على عدد أولى ، ب حدث الحصول على عدد أقل من ٥

فأوجد : [١] احتمال وقوع الحدث أ

[٢] احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معًا (الوادى الجديد ١٧)

---

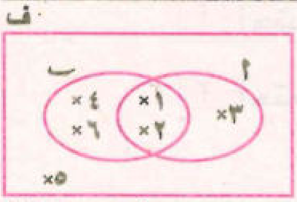
١٣ فصل دراسى به ٤٠ طالبًا نجح منهم ٣٠ طالبًا فى الرياضيات ، ٢٤ طالبًا فى العلوم ، ٢٠ طالبًا فى الامتحانين معًا ، اختير طالب عشوائيًا. **أوجد احتمال أن يكون الطالب المختار :**

[١] ناجحًا فى الرياضيات. [٢] ناجحًا فى العلوم فقط.

[٣] ناجحًا فى أحدهما على الأقل. (الأقصر ١٩)

---

١٤ باستخدام شكل ڤن المقابل احسب احتمال كل من :



[١] عدم وقوع الحدث أ

[٢] وقوع الحدث أ أو ب (بورسعيد ١٧)

---

١٥ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٨ ، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (أ $\cap$ ب) = ٠,٦

أوجد : [١] ل (أ $\cup$ ب) [٢] ل (أ − ب) (المنوفية ٢٢)

١٦ إذا كانت : ف = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨} ، أ = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨}
، ب = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧}

فأوجد : ١ ل (أ) ، ل (بَ) ٢ ل (أ ∪ ب) (أسيوط ١٩)

---

١٧ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية ، ل (أ) = $\frac{١}{٢}$
، ٢ ل (ب) = ل (بَ) أوجد ل (أ ∪ ب) **فى كل من الحالتين الآتيتين :**

١ ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٦}$ ٢ أ ، ب حدثان متنافيان. (كفر الشيخ ١٩)

---

١٨ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :
ل (أ) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{٥}{٨}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$

١ أوجد : ل (أ ∪ ب) ٢ أثبت أن : ل (أَ) = ل (ب) (القاهرة ١٨)

---

١٩ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :
ل (أ) = ٠,٦ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٣

فأوجد : ١ ل (أ ∪ ب) ٢ ل (أ − ب)

٣ ل (أَ) (البحر الأحمر ٢٣)

---

٢٠ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :
ل (أ) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد : ١ احتمال عدم وقوع الحدث أ

٢ احتمال وقوع الحدث أ دون وقوع الحدث ب

٣ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل. (المنوفية ١٦)

الامتحانات النهائية

في الجبر والاحتمال

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسي.
- امتحانات بعض المحافظات.
- نماذج امتحانات بنفس مواصفات امتحان محافظة بورسعيد.

لمزيد من امتحانات الجبر والاحتمال امسح الكود



نموذج ١

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} - ١}$ هو ....

(أ) ح − {صفر} (ب) ح − {١}

(جـ) ح − {صفر ، ١} (د) ح − {−١}

٢ عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٢ ، ص + س = ٣ معًا فى ح × ح هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٣ إذا كان : س ≠ صفر فإن : $\frac{٥\text{س}}{\text{س}^٢ + ١} \div \frac{\text{س}}{\text{س}^٢ + ١}$ = ...

(أ) −٥ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٥

٤ إذا كانت النسبة بين محيطى مربعين ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتيهما تساوى ....

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

٥ معادلة محور تماثل منحنى الدالة د حيث د (س) = $\text{س}^٢$ − ٤ هى ....

(أ) س = −٤ (ب) س = صفر (جـ) ص = صفر (د) ص = −٤

٦ إذا كانت : أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل (أ) = ٢ ل (أَ)

فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ١

---

٢ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :

٢ $\text{س}^٢$ − ٥ س + ١ = صفر مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد.

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - ٧س + ١٢} - \frac{٤}{س^٢ - ٤س}$$

---

٣ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :

$س - ص = صفر$ ، $س^٢ + س ص + ص^٢ = ٢٧$

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \frac{س^٢ + ٤س + ٣}{س^٣ - ٢٧} \div \frac{س + ٣}{س^٢ + ٣س + ٩}$$

ثم أوجد : ن (٢) ، ن (−٣) إن أمكن.

---

٤ (أ) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم

أوجد مساحة المستطيل.

(ب) إذا كان : $ن(س) = \frac{س^٢ - ٢س}{س^٢ - ٣س + ٢}$

فأوجد : [١] $ن^{-١}(س)$ فى أبسط صورة وعين مجال $ن^{-١}$

[٢] قيمة س إذا كان : $ن^{-١}(س) = ٣$

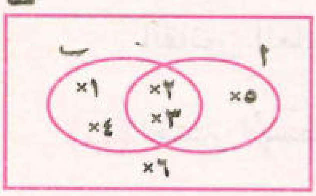
---

٥ (أ) إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س^٢}{س^٣ - س^٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٣ + س^٢ + س}{س^٤ - س}$

فأثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

(ب) فى الشكل المقابل :

ف



إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية

فأوجد : [١] ل (أ ∩ ب) [٢] ل (أ − ب)

[٣] احتمال عدم وقوع الحدث أ

نموذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلتين : س = ٣ ، ص = ٤ في ح × ح هي ....

(أ) {(٣ ، ٤)} (ب) {(٤ ، ٣)} (جـ) ح (د) ∅

٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^٢$ + ٤ في ح هي ....

(أ) {٢} (ب) {٢ ، -٢} (جـ) ح (د) ∅

٣ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) ∅

٤ مجال المعكوس الضربي للدالة د : د (س) = $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ....

(أ) {٣} (ب) ح - {-٢ ، ٣} (جـ) ح - {٣} (د) ح

٥ المستقيمان : ٣ س + ٥ ص = صفر ، ٥ س - ٣ ص = صفر يتقاطعان

في ....

(أ) الربع الأول. (ب) الربع الثاني. (جـ) نقطة الأصل. (د) الربع الثالث.

---

٢ (أ) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : ٣ $س^٢$ - ٥ س + ١ = صفر باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين.

(ب) اختصر لأبسط صورة مبينًا مجال ن : ن (س) = $\frac{س^٣ - ٨}{س^٢ + س - ٦} \times \frac{س + ٣}{س^٢ + ٢ س + ٤}$

---

٣ (أ) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا :

س - ص = ١ ، $س^٢$ + $ص^٢$ = ٢٥

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

، وكان : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد : [١] ل (أ ∪ ب) [٢] ل (أ − ب)

---

[٤] (أ) حل المعادلتين الآتيتين معًا فى ح × ح :

٢ س − ص = ٣ ، س + ٢ ص = ٤

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن (س) = \frac{س^{٢} + ٢ س}{س^{٢} - ٩} \div \frac{٢ س}{س + ٣}$$

---

[٥] (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن (س) = \frac{س^{٢} + ٢ س}{س^{٢} - ٤} + \frac{س + ٣}{س^{٢} - ٥ س + ٦}$$

(ب) ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = $س^{٢}$ − ١ فى الفترة [−٣ ، ٣]

ومن الرسم أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ − ١ = صفر

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ أكمل ما يأتى :

١ احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

٢ أبسط صورة للكسر الجبرى $\frac{س - ٣}{س^٢ - ٥ س + ٦}$ هى ....

٣ إذا كانت : أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ فإن : ل (أَ) = ...

٤ المعادلة : ٣ س − $س^٢$ + ١ = صفر من الدرجة ....

٥ نقطة تقاطع المستقيمين : س = −١ ، ص = ١ تقع فى الربع ....

٦ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = س − ٥ هى ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلتين : س = ٢ ، س ص = ٦ فى ح × ح هى ....

(أ) {(٢ ، ٣)}   (ب) {٢ ، ٣}   (جـ) {(٣ ، ٢)}   (د) {٣}

٢ يكون للدالة د حيث د (س) = $\frac{س - ٢}{س - ٥}$ معكوس جمعى فى المجال ....

(أ) ح − {٢}   (ب) ح − {٥}   (جـ) ح   (د) {٢ ، ٥}

٣ المعكوس الضربى للكسر الجبرى $\frac{٣}{س^٢ + ١}$ هو ....

(أ) − $\frac{-٣}{س^٢ + ١}$ (ب) $\frac{س^٢ + ١}{-٣}$ (جـ) $\frac{س^٢ + ١}{٣}$ (د) $\frac{س^٢ - ١}{٣}$

٤ مجال الدالة ن حيث ن (س) = $\frac{س + ٢}{س - ١}$ هو ....

(أ) ح − {−٢}   (ب) ح − {١}   (جـ) ح − {١ ، −٢}   (د) ح − {٢}

٥ إذا كان : ص = ٢ ، $س^٢$ − $ص^٢$ = ٥ فإن : س = ...

(أ) −٣   (ب) ٣   (جـ) ± ٣   (د) ٩

٦ المستقيمان : س + ٢ ص = ١ ، ٢ س + ٤ ص = ٦ يكونان ....

(أ) متوازيين.   (ب) متقاطعين.   (جـ) متعامدين.   (د) منطبقين.

٣ ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (X) أمام العبارة الخطأ :

١ فى المعادلة : $٢ س^{٢} - ٥ س - ٤ =$ صفر ، أ = ١ ، ب = −٥ ، حـ = ٤ ( )

٢ أبسط صورة للدالة ن : ن(س) $= \frac{س}{س + ١} + \frac{١}{س + ١}$ هى س + ١ ( )

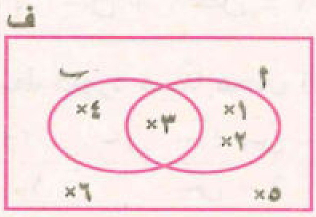
٣ $\frac{س - ١}{٥} \times \frac{س + ١}{س^{٢} - ١} = \frac{١}{٥}$ ، س ≠ ±١ ( )

٤ إذا كان عددان مجموعهما ٣ ، مجموع مربعيهما ٥ ، فإن العددين هما ١ ، ٢ ( )

٥ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن : ل (أ ∩ ب) = ١ ( )

٦ إذا كان احتمال فوز أحد الفرق هو ٠,٧ فإن احتمال عدم فوزه هو ٠,٣ ( )

٤ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (أ)	العمود (ب)
١ مجموعة حل المعادلتين : س = ٢ ، ص − ١ = ٠ فى ح × ح هى	• {(٢ ، ١)}
٢ حل المعادلة : $أ س^{٢} + ب س + حـ =$ صفر فى ح هو .... حيث أ ≠ ٠ ، أ ، ب ، حـ ∈ ح	• $\frac{س}{س^{٢} + ٤}$
٣ إذا كان : ن(س) $= \frac{س - ١}{س + ١}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو	• $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$
٤ إذا كان : $ن_{١} = ن_{٢}$ وكان $ن_{١}$(س) $= \frac{٥ س}{٥ س^{٢} + ٢٠}$ فإن : $ن_{٢}$(س) = ...	• ح − {١ ، −١}
٥ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) $= \frac{س - ٥}{س}$ هى	• $\frac{١}{٣}$
٦ فى الشكل المقابل : ل (أ − ب) = ... 	• {٥}

امتحانات بعض المحافظات في الجبر والاحتمال

١ محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد حلول معادلة الدرجة الأولى فى متغيرين يساوى .... من الحلول.

(أ) صفر (ب) ١

(جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

٢ إذا كان : أ ، ب عددين صحيحين فإن : $\frac{أ}{ب}$ عدد نسبى بشرط أن ....

(أ) أ > صفر (ب) ب ≠ صفر (جـ) أ ≠ صفر (د) ب = صفر

٣ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما

فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) صفر (ب) −١ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{٢}$

٤ قيمة المقدار : ٢ أ − ٣ عندما أ = ٣ تساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) صفر

٥ الكسر الجبرى $\frac{١}{س}$ يساوى الكسر الجبرى .... حيث س ≠ صفر

(أ) $\frac{س}{س^٢}$ (ب) $\frac{١}{س^٢}$ (جـ) $\frac{س}{٢}$ (د) $\frac{س + ١}{س}$

٦ إذا كان : $\sqrt{٤٥} = ك \sqrt{٥}$ فإن : ك = ...

(أ) ٩ (ب) ٥ (جـ) ٤ (د) ٣

---

٢ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا :

٢ س − ص = ٢ ، س + ٢ ص = ١١

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال الدالة ن :

$$ن (س) = \frac{س^٢ - ٢٥}{٢ س + ١٠} \div \frac{س^٢ - ٤ س - ٥}{س + ١}$$

٣ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٢س - ٦ = $ صفر فى ح
باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد.

(ب) اختصر ن (س) لأبسط صورة مبينًا المجال : $ن(س) = \frac{٢}{س + ٣} + \frac{٢س}{س^٢ + ٣س}$

---

٤ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا :
س ص = ٩ ، ص = س

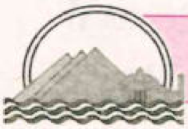
(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال :

$$ن(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ - ٥س + ٦} - \frac{٥}{س - ٣}$$

---

٥ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما
، $ل(أ) = \frac{٣}{٨}$ ، $ل(ب) = \frac{١}{٤}$ ، $ل(أ \cap ب) = \frac{١}{٨}$
أوجد : $ل(أ \cup ب)$

(ب) إذا كانت : {-٢ ، ٢} هى مجموعة أصفار الدالة د : $د(س) = س^٢ + أ$
أوجد : قيمة أ (مع توضيح خطوات الحل)



٢ محافظة الجيـزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المتباينة : ٢ < س < ٣ فى ح هى ....

(أ) ∅ (ب)]٢ ، ٣[(جـ) [٢ ، ٣] (د) {٢ ، ٣}

٢ مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٠ ، ص - ٥ = ٠ فى ح × ح هى ....

(أ) {(-٥ ، ٥)} (ب) {(٥ ، -٥)}
(جـ) {(٥ ، ٥)} (د) {(-٥ ، -٥)}

٣ إذا كان : س عددًا سالبًا فإن أكبر الأعداد الآتية يمكن أن يكون ....

(أ) ٧ + س (ب) ٧ س (جـ) $\frac{٧}{س}$ (د) ٧ - س

٤ إذا كانت : $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س}}$ فإن : مجال $\text{د}^{-١}$ هو ....

(أ) ح − {٠}
(ب) ح − {٠ ، ٣}
(جـ) ح − {٠ ، −٣ ، ٣}
(د) ح

٥ إذا كان : أ ⊃ ب فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ∅
(ب) صفر
(جـ) ل (أ)
(د) ل (ب)

٦ إذا كان : $\text{س}^{٢} - \text{ص}^{٢} = ٢ (\text{س} + \text{ص})$ حيث $\text{س} + \text{ص} \neq ٠$.

فإن : س − ص = ...

(أ) ٢
(ب) ٤
(جـ) ٦
(د) ٨

---

٢ (أ) أثبت أن $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$ إذا كان :

$$\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣} - ١}{\text{س}^{٣} + \text{س}^{٢} + \text{س}} \quad ، \quad \text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{(\text{س} - ١)(\text{س}^{٢} + ١)}{\text{س}^{٣} + \text{س}}$$

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من تجربة عشوائية ما وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٢}$ فأوجد : ل (ب)

---

٣ (أ) إذا كانت : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} + ١}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢} \times \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ١٠}{٣\text{س}^{٢} + ١٦\text{س} + ٥}$

أوجد : ن (س) فى أبسط صورة وعين المجال

، ثم أوجد : ن (٠) ، ن (−١) إن أمكن ذلك.

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين فى ح × ح : س + ص = ٧ ، س ص = ١٢

---

٤ (أ) إذا كان مجال الدالة ن حيث $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{ب}}{\text{س}} + \frac{٩}{\text{س} + \text{أ}}$ هو ح − {٠ ، ٤}

، ن (٥) = ٢ أوجد : قيمتى أ ، ب

(ب) أوجد جبريًا فى ح × ح مجموعة الحل للمعادلتين :

٣س + ٢ ص = ٤ ، س − ٣ ص = ٥

---

٥ (أ) باستخدام القانون العام أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة :

س (س − ١) = ٤ مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية.

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال حيث :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{٥}{\text{س} - ٣} + \frac{٤}{٣ - \text{س}}$$

٣ محافظة الإسكندريـة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المستقيمان : س + ٣ ص = ٤ ، ٣ ص + س = ١ هما ....

(أ) متوازيان. (ب) متقاطعان وليسا متعامدين.

(جـ) منطبقان. (د) متعامدان.

٢ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = س (س^{٢} − ٢ س + ١) هى ....

(أ) {٠ ، ١} (ب) {٠ ، −١}

(جـ) {٠} (د) {١}

٣ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجى وظهور عدد فردى معًا يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

٤ س^{٢} − ص^{٢} = ...

(أ) (س − ص)^{٢} (ب) (س − ص) (س + ص)

(جـ) (٢ س + ص) (س + ٢ ص) (د) (س + ص)^{٢}

٥ ($\sqrt{٣}$ + $\sqrt{٢}$) ($\sqrt{٣}$ − $\sqrt{٢}$) = ...

(أ) −١ (ب) صفر

(جـ) ١ (د) ٢ $\sqrt{٢}$ + ٢ $\sqrt{٣}$

٦ ح$_{+}$ ∪ ح$_{-}$ = ...

(أ) ح (ب) ح*

(جـ) ∅ (د) [صفر ، ∞[

---

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا فى ح × ح :

س − ص = ٤ ، ٣ س + ٢ ص = ٧

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٤ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨

أوجد : [١] ل (أ ∩ ب) [٢] ل (أ)

---

٣ (أ) أوجد حل المعادلة الآتية فى ح باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد :

$\text{س}^{٢} - \text{س} = ٤$

(ب) إذا كان : $\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{٢\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٨}$ ، $\text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٤\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٨\text{س} + ١٦}$

فأثبت أن : $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$

---

٤ (أ) إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} - ٣} - \frac{٣\text{س} + ٩}{\text{س}^{٢} - ٩}$

فأوجد : ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال.

(ب) كيس به ٢٠ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ٢٠ ، سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من الكيس. احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا :

[١] يقبل القسمة على ٣ [٢] يقبل القسمة على ٣ أو ٥

---

٥ (أ) إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣} - ١}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ١} \times \frac{٢\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} + \text{س} + ١}$

فأوجد : ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال.

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا :

$\text{س} = ٢\text{ص}$ ، $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = ٥$ فى ح × ح

٤ محافظة القليوبية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] نقطة تقاطع المستقيمين : س + ٣ = صفر ، ص = ٥ هى ....

(أ) (٣ ، ٥) (ب) (−٣ ، ٥) (جـ) (−٣ ، −٥) (د) (٣ ، −٥)

٢ المعكوس الجمعي للكسر الجبرى $\frac{٢}{س - ١}$ حيث س $\neq$ ١ هو ....

(أ) $\frac{-٢}{س + ١}$ (ب) $\frac{س - ١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{١ - س}$ (د) $\frac{-٢}{-س + ١}$

٣ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية حيث أ $\subset$ ب

فإن : ل (أ – ب) = ...

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب) (جـ) $\emptyset$ (د) صفر

٤ إذا كان : $٣^{س - ٢} = ١$ فإن : س = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٥ إذا كان : ن (س) = $\frac{٣ س}{س - ٢}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) {٠ ، ٢} (ب) ح – {٢}

(جـ) ح – {٠ ، ٢} (د) ح – {٠}

٦ إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣}$ فإن : ٣ أ – ٢ ب + ٦ = ...

(أ) صفر (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ١٢

---

٢ (أ) أوجد فى ح مجموعة الحل للمعادلة : $س^٢ + ٣ س - ٣ =$ صفر

باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لأقرب رقم عشرى واحد.

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال حيث :

$$ن (س) = \frac{س^٢ + ٢ س}{س^٣ - ٢٧} \div \frac{س + ٢}{س^٢ + ٣ س + ٩}$$

---

٣ (أ) إذا كان : $ن_١ (س) = \frac{س}{س^٢ - ٢ س}$ ، $ن_٢ (س) = \frac{س + ١}{س^٢ - س - ٢}$

بين مع ذكر السبب هل $ن_١ = ن_٢$

(ب) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين : ٣ س + ص = ٧ ، س – ص = ١

---

٤ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال حيث :

$$ن (س) = \frac{س^٢ + س}{س^٢ - ١} + \frac{٥ - س}{س^٢ - ٦ س + ٥}$$

(ب) إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = $\frac{س^٢ - أ س + ١٦}{س + ب}$ هى {٤}

ومجالها هو ح – {٢} أوجد : قيمتى أ ، ب

٥ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين : س − ص = ٤ ، س^٢ + ص^٢ = ١٠

(ب) إذا كان : ل (أ) = ل (أَ) ، وكان : ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٥}$

أوجد : ١ ل (أ ∪ ب) ٢ ل (ب − أ)

٥ محافظة الشرقية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\sqrt{٢٥ - ٩}$ = ٥ − ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ١ (د) −١

٢ مجال المعكوس الضربى للدالة د : د (س) = $\frac{س - ١}{س^٢ + ٤}$ هو ....

(أ) ح − {١ ، ٢ ، −٢} (ب) ح − {٢ ، −٢}

(جـ) ح (د) ح − {١}

٣ إذا كان المستقيمان : س − ٣ ص = ٢ ، س + ك ص = ٥ متوازيين

فإن : ك = ...

(أ) ٢ (ب) −٣ (جـ) ٥ (د) ٣

٤ إذا كان : $\frac{س}{ص}$ = ٣ ، ص^٢ = ٤ فإن : س = ...

(أ) ± ٦ (ب) −٦ (جـ) ٦ (د) ٣

٥ إذا كان : أ ⊃ ب فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ل (ب) (ب) صفر (جـ) ل (أ) (د) ١

٦ إذا كان : ٢^{س} = ٣ فإن : ٨$^{-س}$ = ...

(أ) −٢٧ (ب) ٨١ (جـ) $\frac{١}{٢٧}$ (د) $\frac{١}{٨١}$

---

٢ (أ) إذا كان : ن$_١$ (س) = $\frac{٥ س}{٥ س + ١٠}$ ، ن$_٢$ (س) = $\frac{س^٢ + ٢ س}{س^٢ + ٤ س + ٤}$

فأثبت أن : ن$_١$ = ن$_٢$

(ب) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين : س − ص = ١ ، ص^٢ + س = ٧

٣ **(أ)** أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال :

$$ن(س) = \frac{س^{٢} - ٣س + ٢}{س^{٢} - ٤} - \frac{٣س - س^{٢}}{س^{٢} - س - ٦}$$

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : $٢س^{٢} - ٤س + ١ = ٠$ مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين

---

٤ **(أ)** أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين : $س - ص = ٣$ ، $٢س + ص = ٦$

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال :

$$ن(س) = \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} - ٩} \times \frac{س + ٣}{س^{٢} + ٢س + ٤}$$

---

٥ **(أ)** إذا كانت : $د(س) = \frac{س^{٢} + ك}{س^{٢} - م س + ٦}$ ومجال الدالة هو ح − {٢ ، ٣}

، د (٤) = ٩ أوجد : قيمة م ك

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨

أوجد كلًا من : [١] ل (أ) [٢] ل (أ ∩ ب)

٦ محافظة المنوفية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كان : $\sqrt{١٦ + ٩} = س + ٢$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

[٢] إذا كان المقدار : $س^{٢} + ٤س + ك$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) −٤ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

[٣] إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{س} =$ ....

(أ) ٦ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ٢٧

٤ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = −٣ س هى ....

(أ) {٠}　　(ب) {٣}　　(جـ) ∅　　(د) ح

٥ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائى من الحلول فإن : ك = ...

(أ) ٤　　(ب) ٧　　(جـ) ١٢　　(د) ٢١

٦ إذا كان : أ حدثًا من فضاء عينة (ف) لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ل (أَ)
فإن : ل (أ) = ...

(أ) ١　　(ب) $\frac{٢}{٣}$　　(جـ) $\frac{١}{٢}$　　(د) $\frac{١}{٣}$

---

٢ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ح × ح للمعادلتين : س − ص = ٤ ، ٣ س + ٢ ص = ٧

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن(س) = \frac{س^٢ - ٢ س}{س^٢ - ٤} + \frac{٢ س + ٦}{س^٢ + ٥ س + ٦}$$

---

٣ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة :
$٣ س^٢ - ٥ س + ١ = ٠$ (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن(س) = \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ + س - ٦} \div \frac{س^٢ + ٢ س + ٤}{س + ٣}$$

---

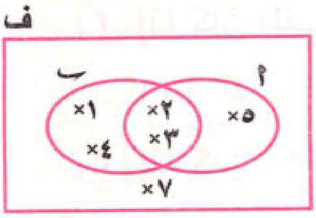
٤ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :
س − ص = ١ ، $س^٢ + ص^٢ = ٢٥$

(ب) إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س^٢}{س^٣ - س^٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٣ + س^٢ + س}{س^٤ - س}$

فأثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

---

٥ (أ) إذا كان الشكل المقابل يمثل الحدثين أ ، ب من فضاء عينة (ف) لتجربة عشوائية



فأوجد : ١ ل (أ ∩ ب)　　٢ ل (أ ∪ ب)

٣ ل (أ − ب)

(ب) إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س}^{2} + ٧\text{س} + ١٠}{٣\text{س} + ١٥}$

[١] أوجد : $\text{ن}^{-١}$ (س) فى أبسط صورة وعين مجال $\text{ن}^{-١}$

[٢] إذا كان : $\text{ن}^{-١}$ (س) = ٣ فما قيمة س ؟

٧ محافظة الغربيــة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

[١] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مجموعة حل المتباينة : س ≥ ١ فى ط هى ....

(أ)]٠ ، ١[(ب) [٠ ، ١] (جـ) {١} (د) {٠ ، ١}

[٢] إذا كانت : ب ⊂ أ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) صفر (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) ل (أ ∩ ب)

[٣] إذا كان : س ص = ٣ ، س ص^{2} = ١٢ فإن : ص = ...

(أ) ٤ (ب) ± ٤ (جـ) ± ٢ (د) ٩

[٤] عدد حلول المعادلة : ص − ٢ = صفر فى ح × ح يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

[٥] مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ٢}$ هى ....

(أ) {٣} (ب) {−٢} (جـ) ح − {−٢} (د) ∅

[٦] إذا كانت : س = $٥^{-٢}$ فإن المعكوس الضربى للعدد س يساوى ....

(أ) $٢^{-٥}$ (ب) $٢^{٥}$ (جـ) $\frac{١}{٢٥}$ (د) $٥^{٢}$

---

[٢] (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : س^{2} − ٥ = ٤ س باستخدام القانون العام.

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال :

ن (س) = $\frac{٤}{\text{س} + ٢} + \frac{٢\text{س}}{\text{س} + ٢}$

٣ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :

$س - ص = صفر \quad ، \quad س ص = ٩$

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن(س) = \frac{س^٢ - ٢س - ١٥}{س^٢ - ٩} \div \frac{٢س - ١٠}{س^٢ - ٦س + ٩}$$

---

٤ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

$٣س - ص = -٤ \quad ، \quad ص = ٢س + ٣$

(ب) إذا كانت : $ن(س) = \frac{س^٣ - ٢٥س}{س^٢ - ٢٥}$

فأوجد فى أبسط صورة المعكوس الجمعى للكسر موضحًا مجاله.

---

٥ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

$ل(أ) = ٠,٣ \quad ، \quad ل(ب) = ٠,٦ \quad ، \quad ل(أ \cap ب) = ٠,٢$

أوجد : ١ ل (ب′) ٢ ل (أ ∪ ب)

(ب) إذا كان : $ن_١(س) = \frac{١}{س - ٢} \quad ، \quad ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٣ - ٨}$

فأثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

٨ محافظة الدقهلية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $أ^٢ - ب^٢ = ١٨$ ، $أ + ب = ٦$ فإن : أ - ب = ...

(أ) ٣ (ب) ٢٤ (جـ) ٧٢ (د) ١٠٨

٢ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على عدد أولى يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

٣ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ٢١

(ب) مستخدمًا القانون العام أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة :

$س^٢$ − ٥ س + ٢ = صفر معتبرًا $\sqrt{١٧}$ ≃ ٤,١٢

---

٢ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ن (س) = $\frac{س - ٥}{س - ٤}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح − {٥}

(جـ) ح − {٤} (د) ح − {٤ ، ٥}

٢ إذا كان : $س^٢$ + $ص^٢$ = ٥ س ص فإن : $\frac{س}{ص}$ + $\frac{ص}{س}$ = ...

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) $\sqrt{٥}$ (د) − $\sqrt{٥}$

٣ إذا كان : $أ^٢$ ب = ٩ ، أ $ب^٢$ = ٣ فإن : أ ب = ...

(أ) ٢٧ (ب) ١٢ (جـ) ٦ (د) ٣

(ب) إذا كان : $ن_١$ ، $ن_٢$ كسرين جبريين حيث

$ن_١$ (س) = $\frac{٢ س}{٢ س + ٨}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٢ + ٤ س}{س^٢ + ٨ س + ١٦}$ برهن أن : $ن_١$ = $ن_٢$

---

٣ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

$س^٢$ + س ص = ٣ ، س + ص = ١

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال حيث :

ن (س) = $\frac{س^٢ + ٢ س}{س^٣ - ٢٧}$ ÷ $\frac{س + ٢}{س^٢ + ٣ س + ٩}$

---

٤ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال حيث :

ن (س) = $\frac{س^٢ + س}{س^٢ - ١}$ − $\frac{س - ٥}{س^٢ - ٦ س + ٥}$

(ب) أوجد قيمة كل من أ ، ب علمًا بأن (٣ ، −١) حل للمعادلتين :

أ س + ب ص = ٥ ، ٣ أ س + ب ص = ١٧

٥ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ، وكان :

ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ أوجد :

[١] ل (أ ∪ ب) [٢] ل (أ − ب) [٣] ل (ف − ب)

(ب) إذا كان ن : ن (س) = $\frac{\text{س}^2 + \text{حـ س} + ١٢}{\text{س}^2 + ٣\text{س} + \text{أ}}$ ، مجال ن = ح − {٣ ، ب}

، ن (٤) = ٦ أوجد قيمة كل من : أ ، ب ، حـ

٩ محافظة السويس

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مجال الدالة د : د (س) = $\frac{١}{\text{س} - ١}$ هو ....

(أ) ح − {١} (ب) {٠}

(جـ) ح − {٠} (د) ح − {٠ ، ١}

[٢] إذا كان : $\frac{\text{س}}{٦} = \frac{١}{٣}$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{٢}$

[٣] احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) ١ (د) −١

[٤] إذا كان : (س + ٧)^2 = س^2 + ك س + ٤٩ فإن : ك = ...

(أ) ٧ (ب) ٩ (جـ) ١٤ (د) ١

[٥] المستقيمان : س + ص = ٥ ، ٢ س + ٢ ص = ٧ يكونان ....

(أ) متقاطعين وغير متعامدين. (ب) متوازيين.

(جـ) متعامدين. (د) منطبقين.

[٦] إذا كان : س = ص + ١ ، (س − ص) + ص = ٣ فإن : ص = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ (أ) أوجد جبريًا فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا :

٢ س + ص = ٩ ، ٣ س − ص = ٦

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال الدالة ن حيث :

$$\text{ن (س)} = \frac{٣}{\text{س}^{٢} + ٤} + \frac{\text{س}^{٢} + ١}{\text{س}^{٢} + ٤}$$

---

٣ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :

$\text{س}^{٢}$ − ٤ س + ٢ = صفر (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$\text{ن (س)} = \frac{\text{س}^{٢} - ٣\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٩} \times \frac{\text{س} + ٣}{٢\text{س}}$$

---

٤ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا : س = ٢ ، $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢}$ = ٢٠

(ب) إذا كان : $\text{ن}_{١}\text{(س)} = \frac{\text{س} + ١}{\text{س} - ٢}$ ، $\text{ن}_{٢}\text{(س)} = \frac{\text{س}^{٢} - ١}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٢}$

أوجد المجال المشترك الذى يتساوى فيه : $\text{ن}_{١}$ (س) ، $\text{ن}_{٢}$ (س)

---

٥ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد : ١ ل (أ ∪ ب) ٢ ل (أ)

(ب) إذا كانت : $\text{ن (س)} = \frac{\text{س}^{٢} + ٧\text{س} + ١٠}{\text{س} + ٥}$ **أوجد :** $\text{ن}^{-١}$ (س) وعين مجال $\text{ن}^{-١}$

١٠ محافظة دمياط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\text{ص}_{+} \cup \text{ص}_{-}$ = ...

(أ) ص_{-} (ب) ص − {٠} (جـ) ∅ (د) ص_{+}

٢ إذا كانت : {٢} هى مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = $\text{س}^{٣}$ − م

فإن : م = ...

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٢

٣ إذا كانت : $٣^{س + ١} = ٢٧$ فإن : س = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ١ (د) ٢

٤ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ب ⊂ أ ، ب ≠ أ

فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) صفر (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) ل (أ ∪ ب)

٥ عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٢ ، ٢ ص + ٢ س = ٥ معًا فى ح × ح

هو ....

(أ) صفر (ب) عدد لا نهائى. (جـ) ١ (د) ٢

٦ $\sqrt{١٦ + ٩}$ = ٤ + ...

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

---

٢ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :

$س^٢ - ٢ س - ٦$ = صفر (مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين)

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن(س) = \frac{س^٢ + ٢ س}{س^٢ - ٤} - \frac{٢ س - ٦}{س^٢ - ٥ س + ٦}$$

---

٣ (أ) أوجد جبريًا فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :

س + ص = ٢ ، ٣ س - ص = ٦

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن(س) = \frac{س^٢ + ٢ س}{س^٢ - ٢٧} \div \frac{س + ٢}{س^٢ + ٣ س + ٩}$$

---

٤ (أ) أوجد جبريًا فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا :

س - ص = صفر ، $٢ س^٢ - ص^٢ = ٩$

(ب) إذا كان : $ن_١(س) = \frac{٢ س}{٢ س + ٨}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٤ س}{س^٢ + ٨ س + ١٦}$

فأثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

---

٥ (أ) إذا كان : $ن(س) = \frac{س^٢ - ٢ س}{س - ٢}$

١ أوجد : $ن^{-١}(س)$ فى أبسط صورة مبينًا مجال $ن^{-١}$

٢ إذا كان : $ن^{-١}(س) = ٤$ فما قيمة س ؟

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

، ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦ أوجد ل (أ ∪ ب) فى كل من الحالتين الآتيتين :

[١] أ ، ب حدثان متنافيان. [٢] ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

١١ محافظة كفر الشيخ

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) ٠,٥ (د) ١

[٢] مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س^{٢} + ٩ هى ....

(أ) {٣} (ب) {-٣} (جـ) {٣ ، -٣} (د) ∅

[٣] إذا كان مجموع عمرى أب وابنه الآن ٣٥ سنة فإن مجموع عمريهما بعد عشر سنوات .... سنة.

(أ) ٢٥ (ب) ٣٥ (جـ) ٥٥ (د) ٤٥

[٤] إذا كان : س^{٢} - ص^{٢} = ١٢ ، س + ص = ٤ فإن : س - ص = ...

(أ) ٤٨ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ١٦

[٥] المستقيمان : س - ٣ = ٠ ، ص = ٤ يتقاطعان فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

[٦] إذا كان للمعادلتين : ٢ س + ٣ ص = ٦ ، ٤ س + ك ص = ١٢ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : ك = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) صفر

---

٢ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآنيتين الآتيتين بيانيًا :

س + ٢ ص = ٤ ، س - ص = ١

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية

، ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ل (ب) ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد : [١] ل (أ ∪ ب) [٢] ل (أ - ب)

3 **(أ) أوجد فى ح باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة :**

$س^{2} + 2س - 4 = 0$ مقربًا الناتج لرقمين عشريين.

(ب) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا :

$س + ص = 3$ ، $س^{2} + ص^{2} = 5$

---

4 **(أ)** إذا كان : $ن_{1}(س) = \dfrac{2س}{2س + 8}$ ، $ن_{2}(س) = \dfrac{س^{2} + 4س}{س^{2} + 8س + 16}$

أثبت أن : $ن_{1} = ن_{2}$

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \dfrac{س^{2} - 3س + 9}{س^{3} + 27} - \dfrac{4 - س^{2}}{س^{2} + س - 6}$$

---

5 **(أ)** إذا كان : $ن(س) = \dfrac{س^{2} - 2س}{س^{2} - 2س + 2}$

أوجد : $ن^{-1}(س)$ فى أبسط صورة وعين مجال $ن^{-1}$

(ب) إذا كان مجال الدالة ن حيث $ن(س) = \dfrac{أ}{س} + \dfrac{4}{س + ب}$ هو ح − {0 ، 3}

، ن (−1) = 5 **أوجد :** قيمة كل من أ ، ب

12 محافظة الفيوم

أجب عن الأسئلة الآتية :

1 **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

1 عدد الحلول للمعادلتين : $س + ص = 2$ ، $ص + س = 3$ معًا فى ح × ح هو ....

(أ) صفر (ب) 1 (جـ) 2 (د) 3

2 $\sqrt{64 + 36} = 8 + $ ....

(أ) 6 (ب) 10 (جـ) 2 (د) 3

3 مجموعة أصفار الدالة د : $د(س) = س^{2} + 25$ فى ح هى ....

(أ) {5} (ب) {5 ، −5} (جـ) ح (د) ∅

٤ إذا كان : ٣ س = ٤٥ فإن : $\frac{١}{٥}$ س = ...

(أ) ٩ (ب) ٣ (جـ) ١٠ (د) ٥

٥ إذا كان : (س + ص) = ٥ ، (س − ص) = ٣

فإن : س^{٢} − ص^{٢} = ...

(أ) ١٥ (ب) ٨ (جـ) ١٦ (د) ٢٥

٦ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) ل (أ) (د) ل (ب)

---

٢ (أ) **أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : ٣ س^{٢} − ٥ س + ١ = صفر باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين.**

(ب) **أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :**

$$ن (س) = \frac{س^{٢} + ٢ س}{س^{٣} - ٨} \times \frac{س^{٢} + ٢ س + ٤}{س + ٢}$$

---

٣ (أ) **أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا فى ح × ح جبريًا :**

س − ص = ٤ ، ٣ س + ٢ ص = ٧

(ب) إذا كان : $ن_{١}$ (س) = $\frac{٢ س}{٢ س + ٤}$ ، $ن_{٢}$ (س) = $\frac{س^{٢} + ٢ س}{س^{٢} + ٤ س + ٤}$

أثبت أن : $ن_{١}$ = $ن_{٢}$

---

٤ (أ) **أوجد فى ح × ح حل المعادلتين : س − ص = ١ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥**

(ب) إذا كان : ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٢ س}{س^{٢} - ٣ س + ٢}$

أوجد : ١ ن$^{-١}$ (س) فى أبسط صورة وعين مجال ن$^{-١}$

٢ قيمة ن$^{-١}$ (٢) إن أمكن.

---

٥ (أ) **أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال :**

$$ن (س) = \frac{س^{٢} + ٢ س}{س^{٢} - ٤} + \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٥ س + ٦}$$

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٨ ، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٦ **: أوجد**

١ ل (أ ∪ ب) ٢ احتمال عدم وقوع الحدث أ

١٣ محافظة سوهاج

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية ما ، أ ⊂ ب

فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) أ (ب) ل (أ) (جـ) ب (د) ل (ب)

٢ عدد حلول المعادلتين : س + ٢ ص = ٣ ، ٢ س + ٤ ص + ٦ = صفر

معًا فى ح × ح هو ....

(أ) حل وحيد. (ب) حلان.

(جـ) عدد لا نهائى من الحلول. (د) صفر.

٣ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = $\frac{س^٢ - ٣ س + ٢}{س - ٢}$ هى ....

(أ) {٢} (ب) {١} (جـ) ح - {٢} (د) {١ ، ٢}

٤ إذا كان : س^٢ + ١١ س + ٢٤ = (س + أ) (س + ب)

فإن : أ + ب = ...

(أ) ٢٥ (ب) ٢٤ (جـ) ١٠ (د) ١١

٥ إذا كان : ٥^(ن - ١) = $\frac{١}{٢٥}$ فإن : |ن| = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) -٣ (د) ٣

٦ يكون العدد $\frac{س + ٥}{س - ٣}$ نسبيًا إذا كانت س ≠ ....

(أ) -٥ (ب) ٥ (جـ) ٣ (د) -٣

---

٢ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين : ٢ س + ص = ١٩ ، ص = س + ١

(ب) أوجد ن (ص) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن (ص) = \frac{ص^٢ - ٩}{٣ ص^٢ + ٩ ص} \times \frac{ص^٣ + ص}{ص^٢ + ١}$$

٣ (أ) أوجد د (س) فى أبسط صورة حيث : د (س) = $\frac{\text{س} + ٥}{\text{س}^{٢} - \text{أ}} - \frac{١}{\text{س}}$

حيث مجال د = ح − {٠ ، ٥ ، −٥} ثم أوجد : د (−١)

(ب) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة :

٢ $\text{س}^{٢}$ + ٣ س + ١ = صفر فى ح

---

٤ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٥ أوجد :

[١] ل (أ ∪ ب) [٢] ل (ف)

(ب) أوجد جبريًا مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ح × ح :

ص + س = ٥ ، ٢ $\text{س}^{٢}$ + س ص = ١٤

---

٥ (أ) ضع ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال إذا كان :

ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٥\,\text{س} + ٦}{\text{س}^{٢} - ٤\,\text{س} + ٤}$ ÷ ($\text{س}^{٢}$ − ٣ س) ثم أوجد : ن (٣)

(ب) إذا كان : $\text{ن}_{١}$ (س) = $\frac{\text{س}^{٢} + ٥\,\text{س} + ٢٥}{\text{س}^{٣} - ١٢٥}$ ، $\text{ن}_{٢}$ (س) = $\frac{\text{س} + ٥}{\text{س}^{٢} - ٢٥}$

هل $\text{ن}_{١}$ = $\text{ن}_{٢}$ ؟ ولماذا ؟

١٤ محافظة أسوان

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كانت : ص (د) = {٢} ، د (س) = $\text{س}^{٣}$ − م فإن : م = ...

(أ) $\sqrt[٣]{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

[٢] مجموعة حل المعادلتين : س + ٣ ص = ٤ ، ٣ ص + س = ١ معًا فى ح × ح

هى ....

(أ) ∅ (ب) {(١ ، ١)}

(جـ) {(٠ ، $\frac{١}{٣}$)} (د) {(٠ ، ٠)}

٣ إذا كان : أ ⊂ ف ، ل (أ) = ل (أَ) فإن : ل (أ) = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) صفر (د) $\frac{١}{٢}$

٤ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ١٠$ ، س - ص = ٢ فإن : س + ص = ...

(أ) ١٠ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ١٢

٥ إذا كانت : (٥ ، ب - ٧) تقع على محور السينات فإن : ب = ...

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) صفر

٦ إذا كان : $\sqrt[٣]{-٢٧} = -\sqrt{س}$ فإن : س = ...

(أ) ٩ (ب) -٩ (جـ) ٣ (د) -٣

---

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا فى ح × ح :

ص = س + ٤ ، س + ص = ٤

(ب) إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س^٢}{س^٣ - س^٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٣ + س^٢ + س}{س^٤ - س}$

أثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

---

٣ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٤} + \frac{س - ٣}{س^٢ - ٥س + ٦}$$

(ب) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا :

س - ص = ٠ ، $س^٢ + س ص + ص^٢ = ٢٧$

---

٤ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :

$٢ س^٢ - ٥ س + ١ = ٠$ مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد.

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ **أوجد ل (أ ∪ ب) فى كل من الحالتين الآتيتين :**

١ إذا كان : ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$ ٢ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين.

٥ (أ) إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}{(\text{س} - ٢)(\text{س}^{٢} + ٢)}$ أوجد : $\text{ن}^{-١}(\text{س})$ وعين مجال $\text{ن}^{-١}$

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣} - ١}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ١} \times \frac{-٢\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} + \text{س} + ١}$$

١٥ محافظة شمال سيناء

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلتين : س − ٢ = ٠ ، ص = ١ معًا فى ح × ح هى ....

(أ) {٢ ، ١}　　(ب) {(٢ ، ١)}　　(جـ) ح　　(د) ∅

٢ احتمال الحدث المؤكد يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$　　(ب) صفر　　(جـ) ١　　(د) ∅

٣ $(-١)^{٩} + (-١)^{١٠} =$ ....

(أ) −٢　　(ب) ٢　　(جـ) صفر　　(د) ١

٤ مجال الدالة د حيث $\text{د}(\text{س}) = \frac{٨}{\text{س} - ٤}$ هو ....

(أ) ح　　(ب) ح − {٤}

(جـ) ح − {٠}　　(د) ح − {٠ ، ٤}

٥ إذا كان : ٣س = ١　فإن : ١٥س = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$　　(ب) ١٥　　(جـ) ٣　　(د) ٥

٦ إذا كان : س عددًا سالبًا فإن أكبر الأعداد الآتية يمكن أن يكون ....

(أ) ٤ − س　　(ب) $\frac{٤}{\text{س}}$　　(جـ) ٤ س　　(د) ٤ + س

---

٢ (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٢ = ٠$ باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لرقمين عشريين.

(ب) اختصر لأبسط صورة مبينًا المجال : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٦}{\text{س}^{٢} - ٤} \times \frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}{\text{س} - ٣}$

٣ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا فى ح × ح :

س − ص = ١ ، ٢ س + ص = ٨

(ب) اختصر لأبسط صورة مبينًا المجال :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^{٣} - ٨} + \frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$$

---

٤ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا :

س − ص = ٢ ، $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = ٣٤$

(ب) إذا كان : $\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{٣\text{س}}{٣\text{س} + ٩}$ ، $\text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٦\text{س} + ٩}$

أثبت أن : $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$

---

٥ (أ) إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥}$

أوجد : $\text{ن}^{-١}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبينًا مجال $\text{ن}^{-١}$

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨

أوجد : ١ ل (أ ∩ ب) ٢ ل (أ − ب)



امتحان ١ محافظة بورسعيد

أولًا الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلتين : س = ٣ ، ص = ٤ فى ح × ح هى ....

(أ) {(٣ ، ٤)} (ب) {(٤ ، ٣)} (جـ) (٣ ، ٤) (د) ∅

---

٢ إذا كان : $٣^{س} = ١$ فإن : س = ...

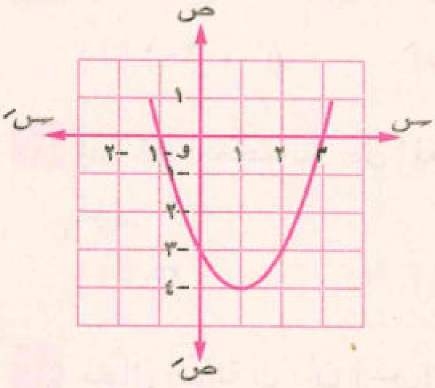
(أ) -١ (ب) ١ (جـ) صفر (د) ٣

---

٣ الشكل المقابل يمثل منحنى دالة تربيعية د

فإن مجموعة حل المعادلة د (س) = صفر

فى ح هى ....



(أ) {-٣ ، -١} (ب) {-١ ، ٣}

(جـ) {٣ ، -٣} (د) {(-١ ، ٣)}

---

٤ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س - ٥ هى ....

(أ) {صفر} (ب) {٥} (جـ) {-٥} (د) {٥ ، -٥}

---

٥ أبسط صورة للكسر الجبرى $\frac{س^{٢} - ٥ س + ٦}{س - ٣}$ هى .... (حيث س ≠ ٣)

(أ) س - ٣ (ب) $\frac{س - ٢}{س - ٣}$ (جـ) س - ٢ (د) $\frac{١}{س - ٢}$

---

٦ $\frac{٥ س}{س^{٢} + ١} \div \frac{س}{س^{٢} + ١} =$ .... (حيث س ≠ صفر)

(أ) -٥ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٥

٧ المجال المشترك للكسرين : $\frac{٢ س}{س - ٣}$ ، $\frac{س}{س + ٥}$ هو ....

(أ) {٣ ، -٥}　　(ب) ع - {٠ ، ٣ ، -٥}

(جـ) ع - {٣ ، -٥}　　(د) ع

٨ احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

(أ) ١　　(ب) $\frac{١}{٢}$　　(جـ) -١　　(د) صفر

٩ إذا كان : $س^٢ = ١٦$ فإن : س = ... (حيث س ∈ ع)

(أ) ٤　　(ب) -٤　　(جـ) ± ٤　　(د) ٨

١٠ المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س + ص = ٣ ، س + ص = ٥ يكونان ....

(أ) متوازيين.　　(ب) متقاطعين.　　(جـ) متعامدين.　　(د) منطبقين.

١١ أحد حلول المعادلتين : س - ص = ١ ، $س^٢ + ص^٢ = ٥$ هو ....

(أ) (-٢ ، ١)　　(ب) (٢ ، ١)　　(جـ) (١ ، ٢)　　(د) {٢ ، ١}

١٢ إذا كانت مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - أ س + ٤ = ٠$ فى ع هى {-٢}

فإن : أ = ...

(أ) -٢　　(ب) -٤　　(جـ) ٢　　(د) ٤

١٣ مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{س + ٢}{س - ١}$ هو ....

(أ) ع - {١}　　(ب) ع - {-٢}　　(جـ) ع - {١ ، -٢}　　(د) ع

١٤ $\frac{س - ١}{٥} \times \frac{س + ١}{س^٢ - ١}$ = ... (حيث س ≠ ± ١)

(أ) $\frac{س + ١}{٥}$　　(ب) ٥　　(جـ) $\frac{١}{٥}$　　(د) $\frac{٥}{س + ١}$

١٥ إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد فردى يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٣}$　　(ب) $\frac{١}{٢}$　　(جـ) ١　　(د) صفر

١٦ | -٥ | + | ٥ | = ...

(أ) -١٠　　(ب) ٢٥　　(جـ) صفر　　(د) ١٠

١٧ القانون العام لحل معادلة من الدرجة الثانية : $أ س^٢ + ب س + حـ = ٠$

حيث أ ، ب ، حـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠ هو س = ...

(أ) $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$ (ب) $\frac{ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$

(جـ) $\frac{-ب \pm \sqrt{ب - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$ (د) $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ حـ}}{أ}$

---

١٨ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) ٠,٥ (د) ١

---

١٩ أبسط صورة للدالة ن : ن (س) = $\frac{س}{س - ١} - \frac{١}{س - ١}$ هى .... (حيث س ≠ ١)

(أ) $\frac{س}{س - ١}$ (ب) س - ١ (جـ) $\frac{س - ١}{٢}$ (د) ١

---

٢٠ عدد حلول المعادلة : س + ص = ٥ فى ح × ح هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

---

٢١ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ٠,٣

، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٧ (جـ) ٠,٩ (د) ٠,٥

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :

٢٢ أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا : س = ٣ ، س ص = ٦

---

٢٣ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مع ذكر المجال : ن (س) = $\frac{س - ٣}{س^٢ - ٧ س + ١٢} + \frac{س - ٥}{س - ٤}$

---

٢٤ إذا كان : ن (س) = $\frac{س^٢ - ٥ س + ٦}{س^٢ - ٩}$ أوجد $ن^{-١}$ (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال.

امتحان ٢

أولًا الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد حلول المعادلتين : ٢ س − ٣ ص = ٥ ، ٢ س − ٣ ص = ٧ فى ح × ح هو ....

(أ) صفر. (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

---

٢ نقطة تقاطع المستقيمين : س + ٢ = ٠ ، ص = س هى ....

(أ) (٢ ، ٢) (ب) (٢ ، ٠) (جـ) (−٢ ، −٢) (د) (٠ ، ٠)

---

٣ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = س (س^{٢} − ٢ س + ١) هى ....

(أ) {٠ ، ١} (ب) {٠ ، −١} (جـ) {٠} (د) {١}

---

٤ أحد حلول المعادلتين : س − ص = ٢ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٠ هو ....

(أ) (−٤ ، ٢) (ب) (٢ ، −٤) (جـ) (٣ ، ١) (د) (٤ ، ٢)

---

٥ الأعداد اللازمة لإكمال النمط : $\frac{١}{٥}$ ، ٠,٤ ، $\frac{٣}{٥}$ ، ... ، ... ، ... ، $\frac{٧}{٥}$ هى على الترتيب ....

(أ) ٠,٨ ، $\frac{٦}{٥}$ ، ١,٢ (ب) ٠,٨ ، ١ ، ١,٢

(جـ) ٠,٦ ، ٠,٨ ، ١ (د) ٠,٨ ، ١ ، ١,٤

---

٦ إذا كان : س ∈ ح − {٠ ، ١} فإن : $\frac{١ - س}{س} \div \frac{س - ١}{س}$ (فى أبسط صورة) هى ....

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) س − ١ (د) س

---

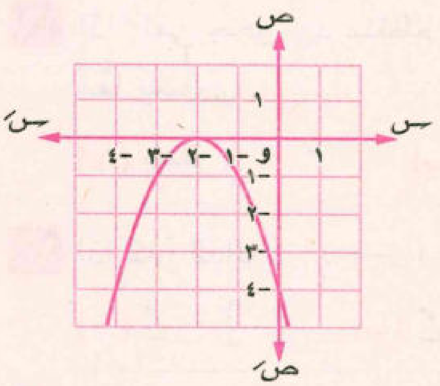
٧ مجموعة حل المعادلتين : س = ٥ ، ص − ٢ = صفر فى ح × ح هى ....

(أ) {(٥ ، −٢)} (ب) {(٥ ، ٢)} (جـ) {(−٥ ، ٢)} (د) {(−٢ ، ٥)}

٨ في الشكل المقابل :

مجموعة حل المعادلة : د (س) = صفر

في ح هى ....



(أ) {-٢} (ب) {-٢ ، ٤}

(جـ) {٤} (د) $\emptyset$

---

٩ إذا كان : $\sqrt{١٠٠ - ٣٦}$ = ١٠ − أ فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٣

---

١٠ إذا كان : س + ٣ ص = ٧ فإن : س + ٣ (ص + ٥) = ...

(أ) ٣ (ب) ٧ (جـ) ٢٢ (د) ٢١

---

١١ أبسط صورة لقاعدة الدالة د : د (س) = $\frac{\text{٢س}}{\text{س + ١}} + \frac{\text{س}}{\text{س + ١}}$ هى ....

(أ) $\frac{\text{٣س}}{\text{س + ١}}$ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) $\frac{\text{٢}}{\text{س + ١}}$

---

١٢ إذا كان : أ $\subset$ ب فإن : ل (أ $\cup$ ب) = ...

(أ) صفر (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) ل (أ $\cap$ ب)

---

١٣ إذا كان : س^{٢} + س ص = ١٥ ، س + ص = ٥ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

---

١٤ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان : أ $\subset$ ب ، ل (أ) = ٠,٢

، ل (ب) = ٠,٦ فإن : ل (ب − أ) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٨ (د) ٠,٤

---

١٥ إذا كان مجال ن حيث ن (س) = $\frac{\text{س − ٢}}{\text{س}^{٢}\text{ + أ}}$ هو ح فإن : أ .... صفر

(أ) = (ب) $<$ (جـ) $\geq$ (د) $>$

١٦ إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجى وظهور عدد فردى معًا يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

---

١٧ إذا كان للدالة د : د (س) = $\frac{س^٢ - ٩}{س}$ معكوس ضربى فإن مجالهما المشترك هو ....

(أ) ح - {٠} (ب) ح - {٠ ، ٣} (جـ) ح - {٠ ، -٣ ، ٣} (د) ح

---

١٨ مجال المعكوس الجمعى للدالة ن : ن (س) = $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ....

(أ) ح - {٣} (ب) ح - {-٢} (جـ) ح - {-٢ ، ٣} (د) ح

---

١٩ إذا كان : أ حدثًا من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن : ل (أَ) = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ١ - ل (أ) (د) ل (أ) - ١

---

٢٠ المجال المشترك للكسرين : $\frac{٢}{س^٢ - ١}$ ، $\frac{٥ س}{س^٢ - س}$ هو ....

(أ) ح - {١} (ب) ح - {٠ ، ١}

(جـ) ح - {٠ ، ١ ، -١} (د) ح - {١ ، -١}

---

٢١ منحنى الدالة د حيث د (س) = $س^٢$ - ٥ س يقطع محور السينات فى النقطتين ....

(أ) (٢ ، ٠) ، (٠ ، ٥) (ب) (٠ ، ٠) ، (٥ ، ٠)

(جـ) (٢ ، ٠) ، (-٥ ، ٠) (د) (٠ ، ٠) ، (-٥ ، ٠)

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :

٢٢ أوجد قيمة كل من أ ، ب فيما يأتى : أ س + ب ص - ٥ = ٠ ، ٣ أ س + ب ص = ١٧

علمًا بأن : (٣ ، -١) حل المعادلتين.

---

٢٣ إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{٢ س}{٢ س + ٨}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٢ + ٤ س}{س^٢ + ٨ س + ١٦}$

أثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

---

٢٤ إذا كان مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{س - ١}{س^٢ - أ س + ٩}$ هو ح - {٣}

فأوجد : قيمة أ

امتحان ٣

أولًا الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المستقيمان : ٣ س = ٧ ، ٢ ص = ٩ يكونان ....

(أ) متوازيين. (ب) منطبقين.

(جـ) متقاطعين وغير متعامدين. (د) متعامدين.

---

٢ القاعدة التى تصف النمط $\left(\frac{١}{٢} ، \frac{٢}{٣} ، \frac{٣}{٤} ، \frac{٤}{٥} ، ....\right)$ بدلالة ن حيث ن ∈ $ص_+$

هى ....

(أ) $\frac{٢}{ن + ١}$ (ب) $ن + \frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{ن}{ن + ١}$ (د) $\frac{٢ن - ١}{ن + ١}$

---

٣ احتمال الحدث المؤكد يساوى ....

(أ) صفر (ب) ∅ (جـ) ١ (د) -١

---

٤ إذا كانت : د (س) = $\frac{س}{س - ٢}$ فإن : د (٢) ....

(أ) = ٢ (ب) ≠ ١ (جـ) = صفر (د) ليس لها وجود.

---

٥ فى الشكل المقابل :

مجموعة حل المعادلة : د (س) = صفر

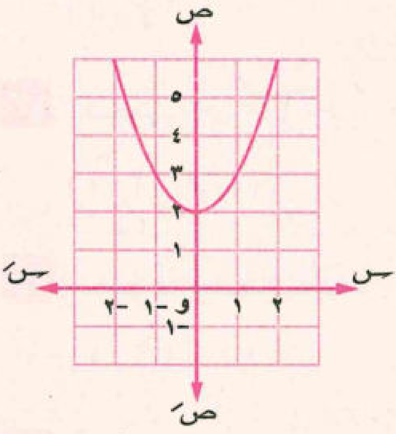
فى ح هى ....

(أ) ∅

(ب) {٢}

(جـ) {٠}

(د) {(٠ ، ٢)}



---

٦ إذا كانت : ل < الصفر فأى الكميات الآتية أكبر فى القيمة العددية ؟

(أ) ٥ - ل (ب) ٥ + ل (جـ) ٥ ل (د) $\frac{٥}{ل}$

٧ أبسط صورة للمقدار : $\frac{س^٢ + ١}{س^٢ + ٤} + \frac{٣}{س^٢ + ٤}$ هى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{س^٢ + ٤}$

---

٨ الزوج المرتب الذى يحقق كلًا من المعادلتين : س ص = ٢ ، س − ص = ١ هو ....

(أ) (١ ، ١) (ب) (٢ ، ١) (جـ) (١ ، ٢) (د) $(\frac{١}{٢} ، ١)$

---

٩ مجال المعكوس الضربى للكسر الجبرى : $\frac{س - ٢}{س^٣ - ٢٧}$ هو ....

(أ) ح − {٢} (ب) ح − {٣ ، ٢}

(جـ) ح − {٢ ، −٣ ، ٣} (د) ح − {٣ ، −٢}

---

١٠ إذا كان : أ ب = ٥ ، أ $ب^٢$ = ٢٠ فإن : $ب^{-١}$ = ...

(أ) ١٠٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٤ (د) $\frac{١}{٤}$

---

١١ إذا كانت : س ≠ صفر فإن : $\frac{٣ س}{س^٢ + ٥} \div \frac{س}{س^٢ + ٥}$ = ...

(أ) −٣ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٣

---

١٢ مجموعة حل المعادلتين : س = ص ، ص = ٢ فى ح × ح هى ....

(أ) {٢} (ب) {(٢ ، ٠)} (جـ) {(٠ ، ٢)} (د) {(٢ ، ٢)}

---

١٣ المنحنى ص = أ $س^٢$ + ب س + حـ يقطع محور الصادات فى النقطة ....

(أ) (٠ ، ب) (ب) (ب ، ٠) (جـ) (حـ ، ٠) (د) (٠ ، حـ)

---

١٤ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = صفر هى ....

(أ) ∅ (ب) ح − {٠} (جـ) ح (د) صفر

---

١٥ إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة أو كتابة يساوى ....

(أ) ١٠٠ ٪ (ب) ٥٠ ٪ (جـ) ٢٥ ٪ (د) صفر ٪

١٦ عددان مجموعهما ٨ وحاصل ضربهما ١٢ فإن العددين هما ....

(أ) ٢ ، ٦ (ب) ٧ ، ١ (جـ) ٣ ، ٥ (د) ٤ ، ٤

---

١٧ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين فى تجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ٠,٦

، ل (أ ∪ ب) = ٠,٩ فإن : ل (ب) = ...

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٦ (د) ٠,٣

---

١٨ إذا كانت : س = ٣ أحد حلول المعادلة : س٢ − أ س − ٦ = ٠ فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) −١

---

١٩ إذا كان : أ ∩ ب = ∅ فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب) (جـ) ل (ب − أ) (د) ١

---

٢٠ المجال المشترك للكسرين : $\frac{٢}{س - ٣}$ ، $\frac{٧}{٢ س - ٦}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح − {٠ ، ٣} (جـ) ح − {٣} (د) ح − {٣ ، −٣}

---

٢١ إذا كانت : س ≠ صفر فإن : $\frac{س + ١}{س} - \frac{١}{س}$ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{س}$ (جـ) $\frac{س + ٢}{س}$ (د) −١

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :

٢٢ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ، فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم

أوجد مساحة المستطيل.

---

٢٣ إذا كان : ن (س) = $\frac{س^٢ - ٢ س + ١}{س^٣ - ١} \div \frac{س - ١}{س^٢ + س + ١}$

أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن

---

٢٤ إذا كان مجال الدالة ن حيث ن (س) = $\frac{ب}{س} + \frac{٩}{س + أ}$ هو ح − {٠ ، ٤} ، ن (٥) = ٢

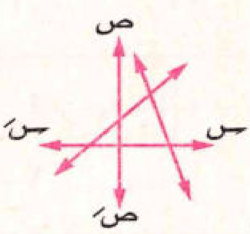
أوجد : قيمة كل من أ ، ب

امتحان ٤

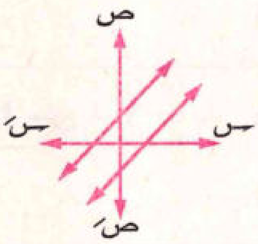
أولاً الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

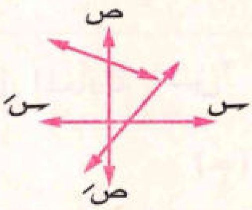
١ أى من الأشكال التالية يمثل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين ليس لهما حل مشترك ؟



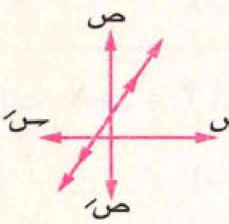
(أ)



(ب)



(جـ)



(د)

---

٢ إذا كانت : د (س) = $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س} - ٣}$ فإن : مجال د$^{-1}$ = ...

(أ) ح − {٣}   (ب) ح − {−٢}   (جـ) ح − {−٢ ، ٣}   (د) ح

---

٣ $\frac{1}{3}$ العدد (٢٧)^{٣} هو ....

(أ) ٣^{٣} (ب) ٣^{٤} (جـ) ٣^{٦} (د) ٣^{٨}

---

٤ مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٠ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢ فى ح × ح

هى ....

(أ) {(٠ ، ٠)}   (ب) {(١ ، −١)}

(جـ) {(−١ ، ١)}   (د) {(١ ، −١) ، (−١ ، ١)}

---

٥ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س^{٦} − ٣٢ س هى ....

(أ) {٠ ، ٢}   (ب) {٢ ، ١٦}   (جـ) {٦ ، ١٦}   (د) {٠ ، ٥}

---

٦ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ل (أ)   (ب) ل (ب)   (جـ) ل (أ ∩ ب)   (د) ل (أ) + ل (ب)

---

٧ عدد مكون من رقمين ، رقم أحاده = رقم عشراته = س فإن العدد هو ....

(أ) س^{٢} (ب) ٢ س   (جـ) ١١ س   (د) ١٠ س^{٢}

٨ أبسط صورة لقاعدة الدالة ن حيث ن (س) = $\frac{٣ س}{س + ١}$ ÷ $\frac{س}{س + ١}$ هى ....
حيث س ∉ {-١ ، ٠}

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) -١ (د) -٣

---

٩ المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س = -١ ، ص - ٢ = صفر
يتقاطعان فى النقطة ....

(أ) (-١ ، ٢) (ب) (٢ ، -١) (جـ) (١ ، -٢) (د) (-١ ، -٢)

---

١٠ يكون للدالة د : د (س) = $\frac{س - ٢}{س - ٥}$ معكوس جمعى فى المجال ....

(أ) ح - {٢} (ب) ح - {٥} (جـ) ح - {-٢} (د) ح

---

١١ إذا كانت : س هو العنصر المحايد الجمعى ، ص هو العنصر المحايد الضربى
فإن : $٢^{س} + ٣^{ص}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

---

١٢ إذا كانت : ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما فإن : ل (فَ) = ...

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) -١

---

١٣ إذا كانت : س ∈ ح - {٢} فإن : $\frac{س}{س - ٢}$ + $\frac{٢}{٢ - س}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) س (د) -١

---

١٤ أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإذا كان الحدث أ هو «ظهور عدد أولى» والحدث ب
هو «ظهور عدد فردى» فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

---

١٥ إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (-١ ، ٠) ، (٠ ، -٤) ، (٤ ، ٠)
فإن مجموعة حل المعادلة : د (س) = ٠ فى ح هى ....

(أ) {-١ ، ٠} (ب) {-٤ ، ٠} (جـ) {-١ ، ٤} (د) {٤ ، -٤}

---

١٦ إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{س^٢ - ٤}{س - ٢}$ ، $ن_٢$ (س) = س + ٢
فإن : $ن_١$ = $ن_٢$ عندما س ∈ ....

(أ) ح (ب) ح - {٢} (جـ) ح - {-٢} (د) ح - {١}

١٧ إذا كانت : س = ٣ ، $س^{٢} - ص^{٢} = ٥$ فإن : ص = ...

(أ) −٢ (ب) ٢ (جـ) ± ٢ (د) ٤

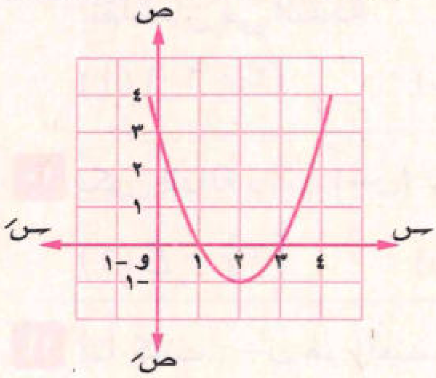
---

١٨ إذا كان : ل (أ) = ٤ ل (أَ) فإن : ل (أ) = ...

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٢

---

١٩ فى الشكل المقابل :



مجموعة حل المعادلة : د (س) = صفر

فى ح هى ....

(أ) (٢ ، −١) (ب) {(٣ ، ١)}

(جـ) {٣ ، ١} (د) (٠ ، ٣)

---

٢٠ إذا كان : د (س) = $\frac{٧ + س}{٧ - س}$ حيث س ∈ ح − {٧ ، −٧} فإن : د (−٢) = ...

(أ) $\frac{-١}{د\,(-٢)}$ (ب) $\frac{-١}{د\,(٢)}$ (جـ) $\frac{١}{د\,(٢)}$ (د) $\frac{١}{د\,(-٢)}$

---

٢١ مجموعة الحل للمعادلتين : س ص = ٥ ، س + س ص = ٦ فى ح × ح

هى ....

(أ) {(١ ، ٥)} (ب) {(٥ ، ٦)}

(جـ) {(٥ ، ٢)} (د) {(١ ، ٥) ، (٥ ، ١)}

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :

٢٢ أوجد فى ح × ح مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين : س − ص = ١ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$

---

٢٣ إذا كان : $ن_{١}\,(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + س - ٦}$ ، $ن_{٢}\,(س) = \frac{س^{٣} - س^{٢} - ٦\,س}{س^{٣} - ٩\,س}$

أثبت أن : $ن_{١}\,(س) = ن_{٢}\,(س)$ لجميع قيم س التى تنتمى إلى المجال المشترك ، وأوجد هذا المجال.

---

٢٤ إذا كان : ن (س) = $\frac{س^{٢} + ٢\,س + ٤}{س^{٣} - ٨} - \frac{٩ - س^{٢}}{س^{٢} + س - ٦}$

أوجد : ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن

امتحان ٥

أولًا الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ن (س) = $\frac{س}{س - ١}$ فإن مجال الدالة $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح − {١ ، ٠} (ب) ح − {٠} (جـ) ح − {١} (د) {١ ، ٠}

٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س - ٢}$ هى ....

(أ) {٢} (ب) ح − {٢} (جـ) {٣ ، −٣} (د) {٣ ، −٣ ، ٢}

٣ المستقيمان : س + ٢ ص = ١ ، ٢ س + ٤ ص = ٦ يكونان ....

(أ) متوازيين. (ب) متقاطعين وغير متعامدين.

(جـ) متعامدين. (د) منطبقين.

٤ $(-١)^{٣٧} - (-١)^{٣٦}$ = ...

(أ) −٢ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

٥ مجموعة الحل للمعادلتين : س − ص = ٠ ، س ص = ٩ فى ح × ح هى ....

(أ) {(٠ ، ٠)} (ب) {(−٣ ، ٣)}

(جـ) {(٣ ، ٣)} (د) {(−٣ ، −٣) ، (٣ ، ٣)}

٦ مجال الدالة د حيث د (س) = $\frac{س + ١}{\sqrt[٧]{(س - ٢)}}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح − {٢} (جـ) ح − {٢ ، ٧} (د) ح − {٢ ، −١}

٧ إذا كانت نقطة تقاطع المستقيمين : س − ١ = ٠ ، ص = ٢ ك تقع فى الربع الرابع

فإن : ك يمكن أن تساوى ....

(أ) −٥ (ب) ٠ (جـ) ١ (د) ٥

٨ إذا كان : $\sqrt{٦٤ + ٣٦}$ = ٨ + س فإن : س = ...

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) ١٠٠

٩ المجال المشترك للدالتين $ن_١$ ، $ن_٢$: $ن_١$ (س) = ٣ س − ١٥ ، $ن_٢$: $ن_٢$ (س) = $س^٢$ + ٤ هو ....

(أ) ح − {٥}
(ب) ح − {٢ ، −٢}
(جـ) ح − {٥ ، ٢ ، −٢}
(د) ح

---

١٠ إذا كان : ص = ١ − س ، $(س + ص)^٢$ + ص = ٥ فإن : ص = ...

(أ) ٥
(ب) ٣
(جـ) −٤
(د) ٤

---

١١ إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ، أ ⊂ ف ، وكان : ل (أ) + ل (أَ) = ٣ م فإن : م = ...

(أ) ١
(ب) $\frac{١}{٢}$
(جـ) $\frac{١}{٣}$
(د) $\frac{١}{٤}$

---

١٢ $٤^{١٥}$ + $٤^{١٥}$ = ...

(أ) $٤^{٣٠}$
(ب) $٤^{صفر}$
(جـ) $٨^{١٥}$
(د) $٢^{٣١}$

---

١٣ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : ك = ...

(أ) ٤
(ب) ٧
(جـ) ١٢
(د) ٢١

---

١٤ إذا كان : ن (س) = $\frac{٣}{س}$ + $\frac{س}{٣}$ فإن مجال ن هو ....

(أ) ح − {٣ ، ٠}
(ب) ح − {٠}
(جـ) ح − {٣}
(د) ح

---

١٥ إذا كان منحنى الدالة التربيعية د لا يقطع محور السينات فى أى نقطة فإن عدد حلول المعادلة د (س) = ٠ فى ح هو ....

(أ) عدد لا نهائى من الحلول.
(ب) حلان.
(جـ) حل وحيد.
(د) صفر.

---

١٦ إذا كان : ن (س) = $\frac{س}{س - ٣}$ − $\frac{١}{س - ٣}$ فإن : مجموعة أصفار الدالة ن هى ....

(أ) {٣}
(ب) {١}
(جـ) {−١}
(د) {−٣}

١٧ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ٠,٦
، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤   فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٢ (د) ٠,١

---

١٨ فى المعادلة : أ س^{٢} + ب س + حـ = صفر ، إذا كان ب^{٢} − ٤ أ حـ > صفر
فإن عدد جذور المعادلة فى ح يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) لا نهائى.

---

١٩ إذا كان : أ ، ب حدثين من ف فإن حدث وقوع أ فقط هو ....

(أ) أ َ (ب) أ − ب (جـ) أ ∩ ب (د) أ ∪ ب

---

٢٠ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = −٣ س هى ....

(أ) {٠} (ب) {−٣} (جـ) {−٣ ، ٠} (د) ح

---

٢١ إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، أ ⊃ ب ، ل (أ) = ٠,٢
، ل (ب) = ٠,٦   فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٦ (د) ٠,٨

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :

٢٢ **باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :**

س (س − ١) = ٥ مقربًا الناتج لأقرب رقم عشرى واحد.

---

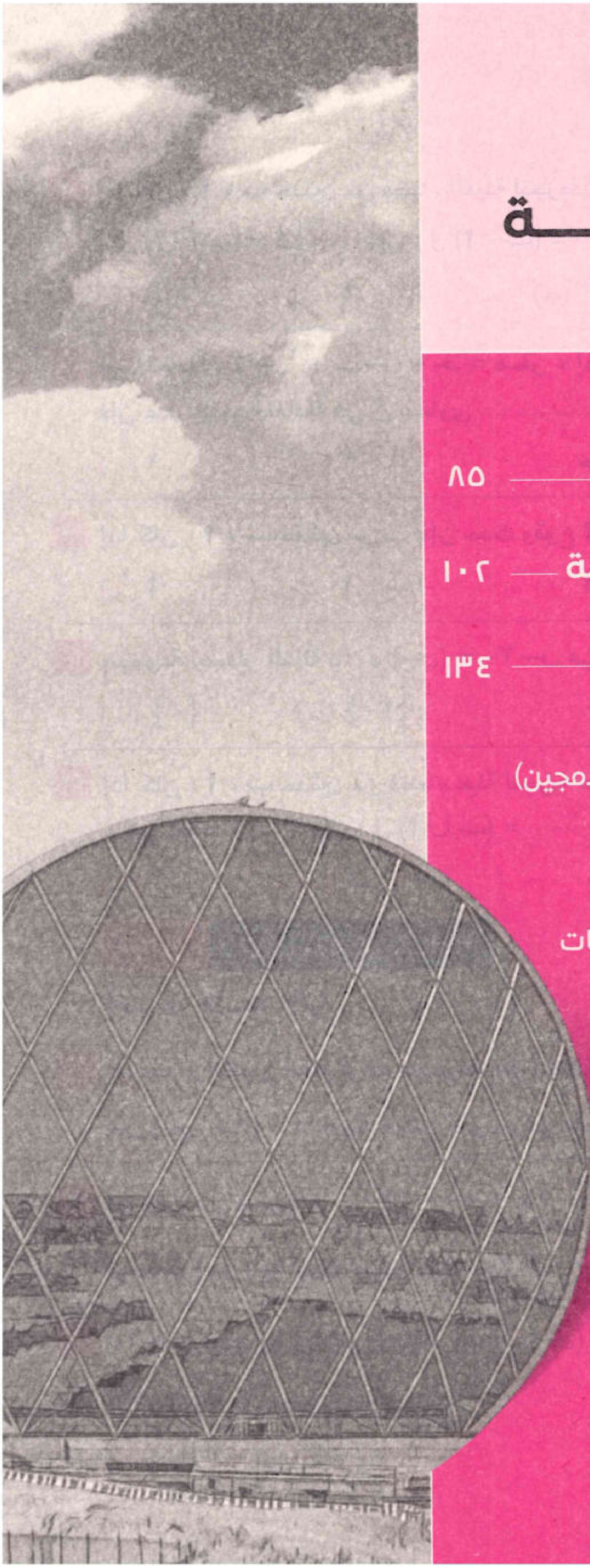
٢٣ إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س}^{٣} - ١}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ١} \times \frac{٢\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} + \text{س} + ١}$

أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن

---

٢٤ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = أ س^{٢} + ب س + ١٥ هى {٣ ، ٥}

أوجد : قيمة كل من أ ، ب

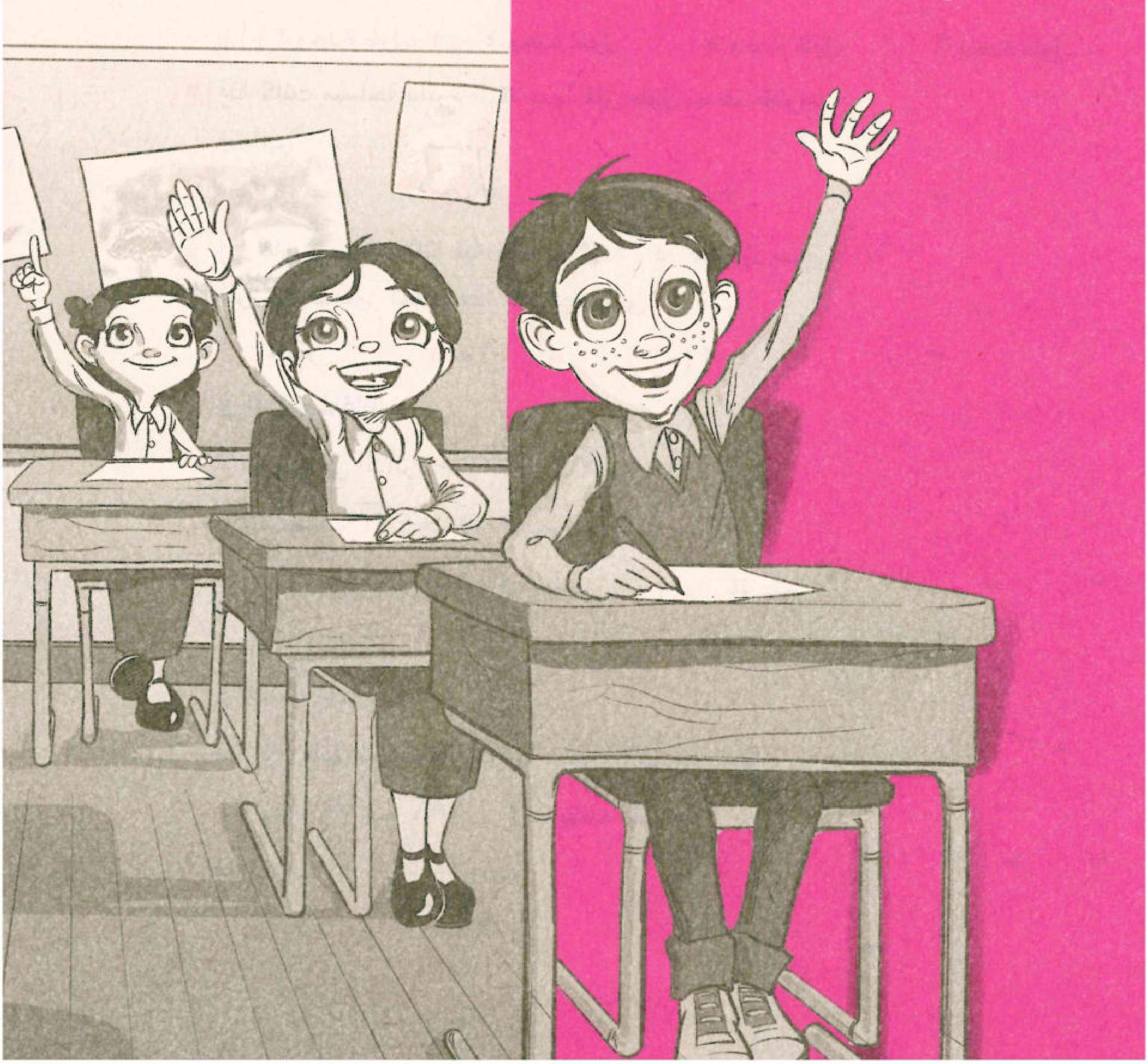


ثانيًا | الهندسة

الاختبارات التراكمية

فى الهندسة

من امتحانات المحافظات



اختبار تراكمي 1 على الدرس الأول الوحدة الرابعة

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 عدد محاور تماثل نصف الدائرة .... (الشرقية ٢٢)

(أ) صفر　(ب) ١　(جـ) ٢　(د) عدد لا نهائى.

2 طول نصف قطر الدائرة التى مركزها (٧ ، ٤) وتمر بالنقطة (٣ ، ١) يساوى .... (أسوان ١٦)

(أ) ٣ وحدة طول.　(ب) ٤ وحدة طول.　(جـ) ٥ وحدة طول.　(د) ٦ وحدة طول.

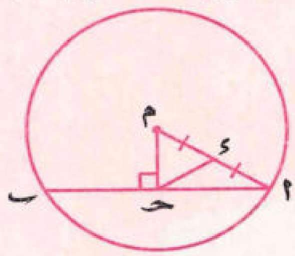
3 إذا كانت مساحة دائرة ٩ π سم^2 فإن طول نصف قطرها يساوى .... سم. (القليوبية ١٧)

(أ) ٩　(ب) ٢　(جـ) -٣　(د) ٣

4 إذا كان ا ب حـ مثلثًا فيه : ق (∠ ا) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٧٠° فإن عدد محاور تماثل هذا المثلث يساوى .... (البحر الأحمر ٢٣)

(أ) صفر　(ب) ١　(جـ) ٢　(د) ٣

5 فى الشكل المقابل : (الغربية ١٩ - الشرقية ١٧)



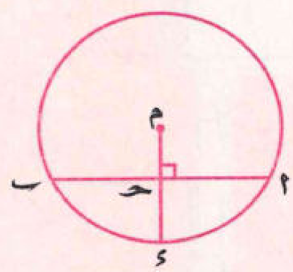
$\overline{\text{ا ب}}$ وتر فى الدائرة م ، $\overline{\text{م حـ}} \perp \overline{\text{ا ب}}$

، ء منتصف $\overline{\text{م ا}}$ ، حـ ء = ٣ سم

فإن مساحة سطح الدائرة م تساوى .... π سم^2

(أ) ٣　(ب) ٦　(جـ) ٩　(د) ٣٦

6 فى الشكل المقابل : (الوادى الجديد ١٨)



دائرة م طول نصف قطرها ١٣ سم ، $\overline{\text{ا ب}}$ وتر فيها

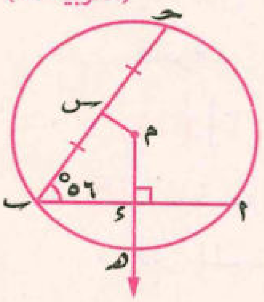
، ا ب = ٢٤ سم ، $\overline{\text{م ء}} \perp \overline{\text{ا ب}}$ يقطعه فى حـ

فإن : حـ ء = ... سم.

(أ) ٦,٥　(ب) ١٢　(جـ) ٨　(د) ١٠

(الغربية ١٧)

٢ **فى الشكل المقابل :**



أب ، ب حـ وتران فى الدائرة م التى طول نصف قطرها ٥ سم

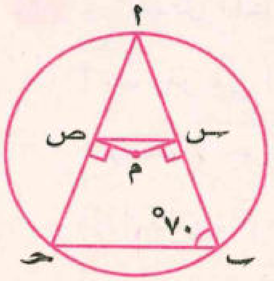
، م ء ⊥ أب ويقطع أب فى ء ويقطع الدائرة م فى هـ

، س منتصف ب حـ ، أب = ٨ سم ، ق (∠ أ ب حـ) = ٥٦°

أوجد : [١] ق (∠ ء م س) [٢] طول ء هـ

(أسيوط ١٧)

٣ **فى الشكل المقابل :**



دائرة م ، م س ⊥ أب ، م ص ⊥ أ حـ

، ق (∠ ب) = ٧٠°

[١] **أثبت أن :** س ص // ب حـ

[٢] **أوجد بالبرهان :** ق (∠ ص س م)

اختبـار تراكمى ٢ حتى الدرس الثانى الوحدة الرابعة

١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

[١] إذا كانت النقطة أ ∈ الدائرة م التى طول قطرها ٦ سم

(المنيا ١٦)

فإن : م أ = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٨

(مطروح ٢٢)

[٢] مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى ....

(أ) ٤٨ سم (ب) ٤٨ سم² (جـ) ٢٤ سم (د) ٢٤ سم²

[٣] دائرة مركزها م وطول نصف قطرها نق ، أ نقطة فى المستوى فإذا كان : م أ = $\frac{٣}{٢}$ نق

(الأقصر ٢٣)

فإن : أ تقع .... الدائرة.

(أ) على (ب) داخل (جـ) خارج (د) على مركز

[٤] إذا كان : أب ⋂ الدائرة م = {أ ، ب} فإن : أب ⋂ سطح الدائرة م = ...

(المنوفية ١٧)

(أ) أب (ب) أب (جـ) {أ ، ب} (د) أب

٥ إذا كان : ل مستقيمًا خارج دائرة مركزها نقطة الأصل م (٠ ، ٠) وطول نصف قطرها ٣ سم وكان ل يبعد عن م مسافة س فإن : س ∋ .... (الغربية ١٦)

(أ) [٣ ، ٦] (ب)]٣ ، ∞[(ج) [٦ ، ∞[(د)]-∞ ، -٦]

٦ دائرة طول قطرها (٢ س) سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها (س + ١) سم فإن المستقيم ل يكون .... للدائرة. (الدقهلية ١٨)

(أ) مماسًا (ب) محور تماثل (ج) قاطعًا (د) خارجًا

---

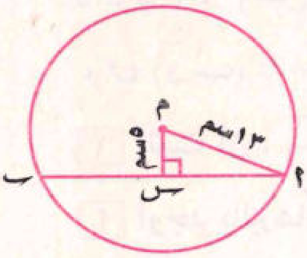
٢ في الشكل المقابل : (الدقهلية ١٦)

$\overline{أب}$ وتر في الدائرة م

، رسم $\overleftrightarrow{م س} \perp \overline{أب}$ يقطعها في س

فإذا كان : م س = ٥ سم ، م أ = ١٣ سم

أوجد : طول $\overline{أب}$



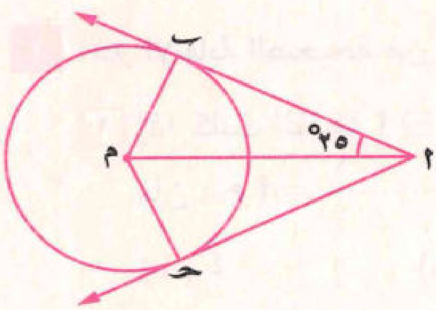
---

٣ في الشكل المقابل : (بورسعيد ١٧)

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة م يمسانها عند ب ، حـ على الترتيب ، ق (∠ب أ م) = ٢٥°

١ أثبت أن : $\overrightarrow{م أ}$ ينصف ∠ب م حـ

٢ أوجد : ق (∠ب م حـ)



اختبار تراكمي ٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد محاور تماثل دائرتين متطابقتين متماستين من الخارج يساوي .... (الدقهلية ١٦)

(أ) ٤ (ب) ٢ (ج) ١ (د) عددًا لا نهائي.

٢ في Δ أ ب حـ إذا كان : $(أحـ)^2 + (ب حـ)^2 = (أب)^2 + ٥$

فإن : ∠حـ تكون .... (قنا ٢٣)

(أ) منفرجة. (ب) قائمة. (ج) حادة. (د) مستقيمة.

٣ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ}

فإن الدائرتين م ، ن .... (شمال سيناء ١٩)

(أ) متباعدتان. (ب) متحدتا المركز.

(جـ) متماستان من الخارج. (د) متقاطعتان.

٤ دائرة طول قطرها ٨ سم فإذا كان المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم

فإن المستقيم ل .... (دمياط ١٦)

(أ) يمس الدائرة. (ب) يكون قاطعًا للدائرة.

(جـ) يقع خارج الدائرة. (د) يكون محورًا للدائرة.

٥ إذا كانت م ، ن دائرتين متماستين من الخارج طولا نصفي قطريهما ٢ سم ، ٤ سم

على الترتيب فإن مساحة الدائرة التي قطرها $\overline{من}$ تساوي .... سم^2 (الشرقية ١٩)

(أ) ٣٦ π (ب) ٩ π (جـ) ١٦ π (د) ٤ π

٦ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج وطول نصف قطر إحداهما ٥ سم

، م ن = ٩ سم فإن طول نصف قطر الأخرى يساوي .... (مطروح ٢٢)

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٧ سم (د) ١٤ سم

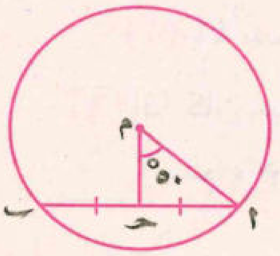
---

٢ في الشكل المقابل : (السويس ١٦)

م دائرة ، حـ منتصف $\overline{أب}$

، ق (∠ أ م حـ) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ م أ حـ)



---

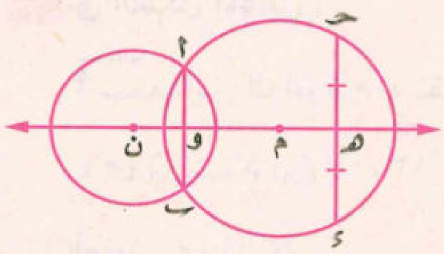
٣ في الشكل المقابل : (بورسعيد ١٧ - الجيزة ١٦)

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، $\overline{حـ ء}$ وتر في الدائرة م يقطع $\overleftrightarrow{مـن}$ في هـ

فإذا كانت هـ منتصف $\overline{حـ ء}$

أثبت أن : $\overline{أب}$ // $\overline{حـ ء}$



اختبــار تراكمــى ٤ حتى الدرس الرابع الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ وتر طوله ٨ سم فى دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها .... سم. (القاهرة ٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ١٠

٢ عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بطرفى القطعة المستقيمة أب يساوى .... (القليوبية ٢٢)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

٣ إذا كانت : أ ، ب نقطتين فى المستوى بحيث كان : أب = ٤ سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى .... سم. (المنوفية ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

٤ لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .... (بنى سويف ١٦)

(أ) المثلث. (ب) المربع. (جـ) المعين. (د) المستطيل.

٥ إذا كان : أب = ٧ سم فإن محيط أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى .... (كفر الشيخ ١٦)

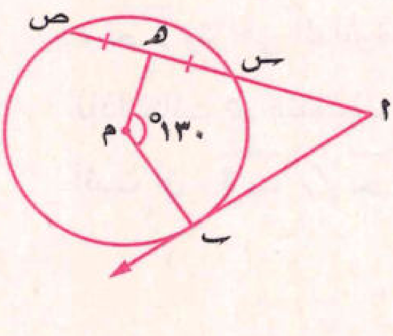
(أ) ٤٤ سم. (ب) ٢٢ سم. (جـ) ١٤ سم. (د) ٢١ سم.

٦ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} وطول نصف قطر إحداهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ... سم. (الإسكندرية ١٩)

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ١١ (د) ١٦

---

٢ فى الشكل المقابل : (الجيزة ١٨)



أب مماس للدائرة م ، نقطة هـ منتصف س ص

، ق (∠ ب م هـ) = ١٣٠°

أوجد : ق (∠ أ)

٣ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث أ ب حـ الذى فيه : (شمال سيناء ١٩)

أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم ، أ حـ = ٥ سم

ثم ارسم دائرة تمر برؤوسه – كم دائرة تمر برؤوسه ؟

اختبــار تراكمــى ٥ حتى الدرس الخامس الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس زاوية رأس الشكل السداسى المنتظم يساوى .... (المنيا ١٨)

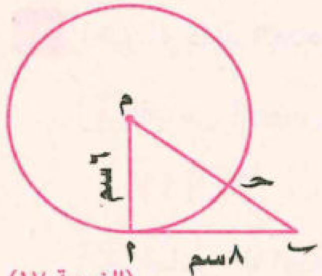
(أ) ٦٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٢٠° (د) ١٣٥°

٢ دائرتان م ، ن متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٩ سم

فإن : م ن = ... سم. (الإسكندرية ٢٣)

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ١٤

٣ فى الشكل المقابل : (مطروح ١٦)

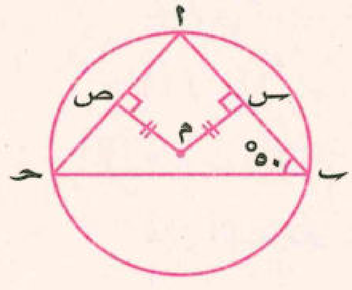


أ ب مماسة للدائرة م فإن : طول ب حـ = ...

(أ) ٦ سم (ب) ٤ سم

(جـ) ١٠ سم (د) ٨ سم

٤ فى الشكل المقابل : (الغربية ١٧)



إذا كان : م س = م ص ، ق (∠ ب) = ٥٠°

فإن : ق (∠ أ) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٦٠°

(جـ) ٧٠° (د) ٨٠°

٥ م ، ن دائرتان متقاطعتان ، طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٥ سم

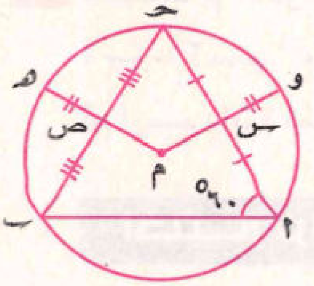
فإن : م ن ∋ .... (المنوفية ٢٢)

(أ)]٨ ، ∞[(ب)]٢ ، ∞[(جـ)]٠ ، ٢[(د)]٢ ، ٨[

٦ دائرة طول أكبر وتر فيها = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = ... سم. (الدقهلية ١٩)

(أ) ١٢ π (ب) ٦ π (جـ) ٢٤ π (د) ١٠ π

٢ في الشكل المقابل : (الشرقية ١٨)



دائرة م ، ق (∠ أ) = ٦٠°

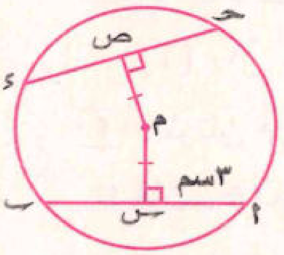
، س منتصف $\overline{\text{أحـ}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{بحـ}}$

، و س = هـ ص

أثبت أن : △ أ ب حـ متساوى الأضلاع.

---

٣ في الشكل المقابل : (بنى سويف ١٧)



$\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{حـ ء}}$

، م س = م ص ، أ س = ٣ سم

أوجد : طول $\overline{\text{حـ ء}}$

اختبـار تراكمـى ٦ حتى الدرس الأول الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس القوس الذى يمثل ربع الدائرة يساوى .... (بورسعيد ٢٣)

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

٢ قياس الزاوية المركزية التى تحصر قوسًا يمثل $\frac{1}{3}$ قياس دائرة يساوى .... (الإسماعيلية ١٩)

(أ) ٢٤٠° (ب) ١٢٠° (جـ) ٦٠° (د) ٣٠°

٣ م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٣ سم ، إذا كان : م ن = ٦ سم فإن الدائرتين تكونان .... (دمياط ٢٢)

(أ) متباعدتين. (ب) متماستين من الخارج.

(جـ) متقاطعتين. (د) متداخلتين.

٤ أصغر دائرة يمكن رسمها تمر بالنقطتين أ ، ب حيث أ ب = ٨ سم يكون طول نصف قطرها = ... (الإسماعيلية ١٩)

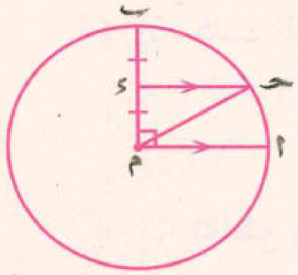
(أ) ١ سم. (ب) ٢ سم. (جـ) ٣ سم. (د) ٤ سم.

٥ ∠ أ ، ∠ ب زاويتان متتامتان ، ∠ ب ، ∠ حـ زاويتان متكاملتان فإذا كان : (الإسكندرية ١٩)

ق (∠ أ) = ٣٠° فإن : ق (∠ حـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

٦ فى الشكل المقابل : (سوهاج ١٧)



$\overline{مأ}$ // $\overline{ءحـ}$ ، م ء = ء ب

، ق (∠ أ م ب) = ٩٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{أحـ}$) = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٦٠°

(جـ) ٣٠° (د) ٩٠°

---

٢ فى الشكل المقابل : (الفيوم ١٩)



دائرتان متحدتا المركز م ، طولا نصفى قطريهما ٤ سم ، ٢ سم

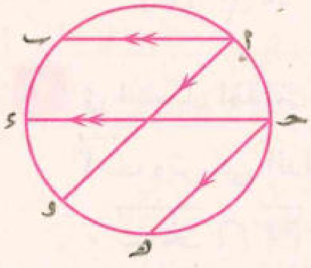
، رسم المثلث أ ب حـ بحيث تقع رؤوسه على الدائرة الكبرى

وتمس أضلاعه الدائرة الصغرى فى س ، ص ، ع

أثبت أن : المثلث أ ب حـ متساوى الأضلاع ، وأوجد مساحته.

---

٣ فى الشكل المقابل : (الفيوم ١٨)



$\overline{أب}$ // $\overline{حـء}$

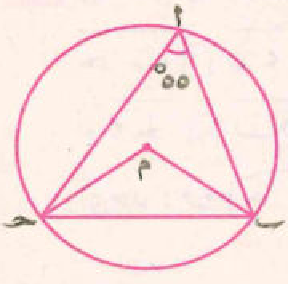
، $\overline{أو}$ // $\overline{حـهـ}$

أثبت أن : ق ($\overset{\frown}{بء}$) = ق ($\overset{\frown}{هـو}$)

اختبار تراكمى ٧ حتى الدرس الثانى الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى الشكل المقابل : (الدقهلية ١٦)



م دائرة ، ق (∠ أ) = ٥٥°

فإن : ق (∠ م حـ ب) = ...

(أ) ١١٠° (ب) ٥٥°

(جـ) ٣٥° (د) ٢٥°

٢ مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة يساوى .... (الأقصر ١٧)

(أ) ٨٠° (ب) ١٢٠° (جـ) ٣٦٠° (د) ٦٣٠°

٣ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى .... (البحيرة ٢٢)

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

٤ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج ، طول نصف قطر إحداهما ٥ سم ، م ن = ٩ سم فإن طول نصف قطر الأخرى = ... سم (مطروح ٢٣)

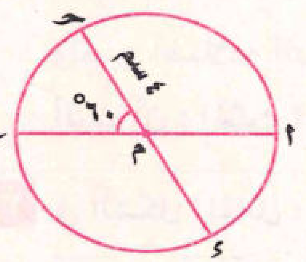
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٤

٥ إذا تقاطع وتران فى نقطة داخل الدائرة فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوى .... قياسى القوسين المقابلين لها. (قنا ١٦)

(أ) نصف الفرق بين (ب) نصف مجموع

(جـ) ضعف مجموع (د) ضعف الفرق بين

٦ فى الشكل المقابل : (المنوفية ١٩)



م دائرة ، م حـ = ٤ سم ، ق (∠ حـ م ب) = ٦٠°

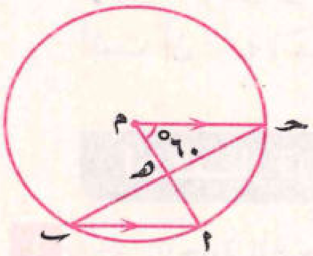
فإن : طول ⌢ب ء = ... سم.

(أ) ٤ π (ب) ٨ π

(جـ) $\frac{٨}{٣}$ π (د) ١٦ π

---

٢ فى الشكل المقابل : (مطروح ١٦)



أب وتر فى الدائرة م ، حـم // أب

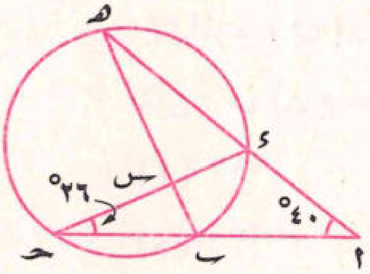
، ب حـ ∩ أم = {هـ} ، ق (∠ حـ م أ) = ٦٠°

١ أوجد : ق (⌢أ حـ)

٢ أثبت أن : ب هـ > أ هـ

---

٣ فى الشكل المقابل : (البحر الأحمر ١٩ - الغربية ١٧ - الإسماعيلية ١٦)



حـ ب ∩ هـ ء = {أ} ، ق (∠ أ) = ٤٠°

، ء حـ ∩ ب هـ = {س} ، ق (∠ ء حـ ب) = ٢٦°

أوجد : ق (⌢حـ هـ) ، ق (∠ هـ س حـ)

اختبـــار تراكمـى ٨ حتى الدرس الثالث الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

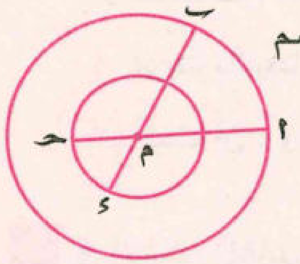
١ إذا كانت الزاوية المحيطية تقابل قوسًا أكبر من نصف الدائرة فإنها تكون .... (القاهرة ٢٢)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ عدد الدوائر التى مركزها (٧ ، ٤) وتمر بالنقطة (٣ ، ١) هو .... (سوهاج ٢٣)

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) ٥ (د) عدد لا نهائى.

٣ فى الشكل المقابل : (المنوفية ١٧)



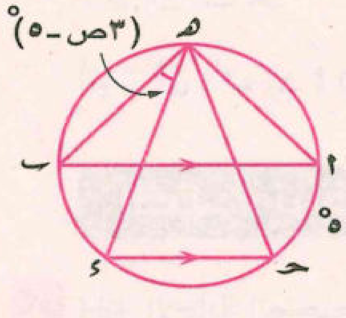
دائرتان متحدتا المركز م ، وطولا نصفى قطريهما ٦ سم ، ٣ سم

فإذا كان : ق (⌒ا ب) = ٦٠° فإن : ق (⌒ء حـ) = ...

(أ) ٦٠° (ب) ٣٠°

(جـ) ١٢٠° (د) ٤٠°

٤ فى الشكل المقابل : (الغربية ١٧)



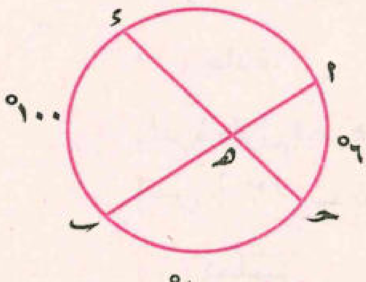
ق (⌒ا حـ) = ٥٠° ، ‾ا ب // ‾حـ ء

فإن : قيمة ص = ...

(أ) ٥ (ب) ١٠

(جـ) ١٥ (د) ٢٥

٥ فى الشكل المقابل : (السويس ١٦)



‾ا ب ∩ ‾حـ ء = {هـ} ، ق (⌒ا حـ) = ٦٠°

، ق (⌒ب ء) = ١٠٠°

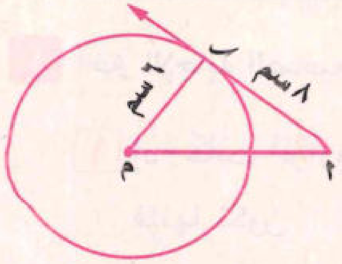
فإن : ق (∠ء هـ ب) = ...

(أ) ١٦٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

(السويس ١٧)

٦ فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م ، م ب = ٦ سم ، أ ب = ٨ سم



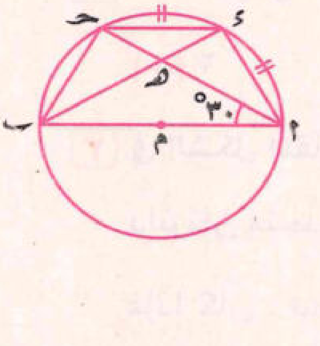
فإن : أ م = ... سم.

(أ) ٥ (ب) ١٠

(جـ) ١٢ (د) ١٣

(كفر الشيخ ١٧)

٢ فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، حـ ∈ الدائرة م

، ق (∠ حـ أ ب) = ٣٠°

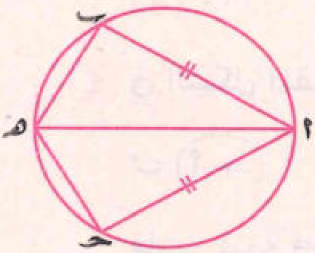
، ء منتصف $\frown{أحـ}$ ، $\overline{ءب}$ ∩ $\overline{أحـ}$ = {هـ}

١ أوجد بالبرهان : ق (∠ ب ء حـ) ، ق (∠ ء أ ب)

٢ أثبت أن : △ أ ب هـ متساوى الساقين.

(السويس ١٨)

٣ فى الشكل المقابل :



أ ب = أ حـ

، هـ ∈ $\frown{ب حـ}$

أثبت أن : ق (∠ أ هـ ب) = ق (∠ أ هـ حـ)

اختبــار تراكمــى ٩ حتى الدرس الرابع الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة هى زاوية .... (مطروح ٢٣)

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

٢ دائرة طول قطرها (٢ س + ٥) سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (س + ٢) سم فإن : ل يكون .... للدائرة. (الفيوم ٢٢)

(أ) مماسًا (ب) قاطعًا (جـ) قطرًا (د) خارج

٣ إذا كان أب قطرًا فى الدائرة حيث : أ (٣ ، −٥) ، ب (٥ ، ١)

(البحيرة ١٧)

فإن مركز الدائرة هو ....

(أ) (٤ ، −٢)　(ب) (٤ ، ٢)　(جـ) (٢ ، ٢)　(د) (٨ ، −٢)

٤ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ حـ)

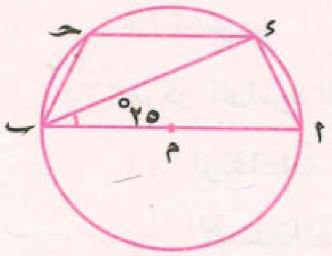
(الدقهلية ١٩ - الإسماعيلية ١٨)

فإن : ق (∠ أ) = ...

(أ) ٣٠°　(ب) ٦٠°　(جـ) ٩٠°　(د) ١٢٠°

٥ فى الشكل المقابل :

(الأقصر ١٧ - كفر الشيخ ١٦)



أب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ أ ب ء) = ٢٥°

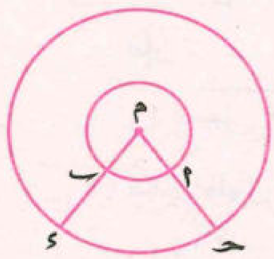
فإن : ق (∠ حـ) = ...

(أ) ٥٠°　(ب) ١٠٠°

(جـ) ١١٥°　(د) ١٢٥°

٦ فى الشكل المقابل :

(الإسماعيلية ١٧)



دائرتان متحدتا المركز طولا نصفى قطريهما ٢ سم ، ٥ سم

فإن : ق (⌒أب) / ق (⌒حـ ء) = ...

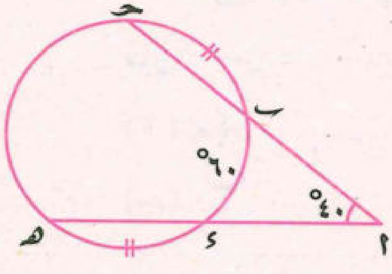
(أ) $\frac{٢}{٥}$　(ب) ١

(جـ) $\frac{٢}{٣}$　(د) $\frac{٣}{٥}$

---

٢ فى الشكل المقابل :

(شمال سيناء ١٧)



ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (⌒ب ء) = ٦٠°

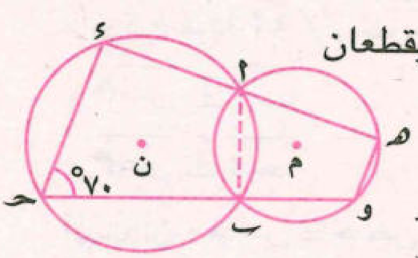
، ق (⌒ب حـ) = ق (⌒ء هـ)

أوجد بالبرهان : ق (⌒هـ حـ) ، ق (⌒ب حـ)

---

٣ فى الشكل المقابل :

(قنا ١٩)



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ، رسم ↔أء ، ↔ب حـ يقطعان

الدائرة ن فى ء ، حـ والدائرة م فى هـ ، و على الترتيب

فإذا كان : ق (∠ ب حـ ء) = ٧٠°

١ أوجد : ق (∠ هـ و ب)　٢ برهن أن : حـ ء // هـ و

اختبــار تراكمــى ١٠ حتى الدرس الخامس الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يكون الشكل الرباعى دائريًا إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رؤوسه قياسها يساوى .... الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها. (قنا ١٧)

(أ) قياس (ب) نصف قياس (جـ) ضعف قياس (د) ثلث قياس

٢ القطران متساويان فى الطول وغير متعامدين فى .... (الجيزة ٢٢)

(أ) المربع. (ب) المعين. (جـ) المستطيل. (د) متوازى الأضلاع.

٣ مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع .... (قنا ١٧)

(أ) ارتفاعاته. (ب) متوسطاته.

(جـ) الأعمدة المقامة من منتصفات أضلاعه. (د) منصفات زواياه الداخلة.

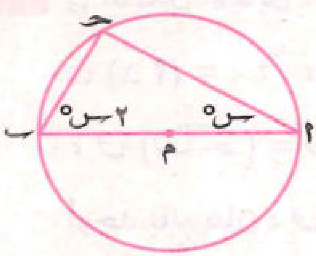
٤ إذا كان س ص ع ل شكلًا رباعيًا مرسومًا داخل دائرة حيث ق (∠ س) = ق (∠ ع) فإن : .... قطر فى الدائرة. (كفر الشيخ ١٨)

(أ) $\overline{\text{س ع}}$ (ب) $\overline{\text{س ص}}$ (جـ) $\overline{\text{ص ع}}$ (د) $\overline{\text{ص ل}}$

٥ معين طول ضلعه ل سم فإن محيطه .... سم (البحر الأحمر ٢٣)

(أ) $\text{ل}^{٢}$ (ب) $٢\ \text{ل}^{٢}$ (جـ) ٤ ل (د) $٢\sqrt{٢}$ ل

٦ فى الشكل المقابل : (الأقصر ١٨)



إذا كان : $\overline{\text{أ ب}}$ قطرًا فى الدائرة م

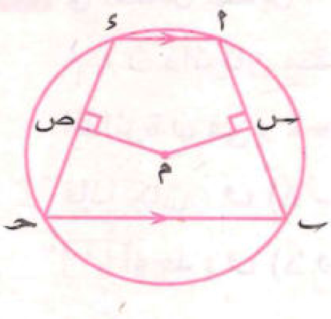
فإن : س = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٢٠°

(جـ) ٣٠° (د) ٦٠°

---

٢ فى الشكل المقابل : (دمياط ١٩)



دائرة م فيها $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

، $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

، $\overline{\text{م ص}} \perp \overline{\text{ء حـ}}$

أثبت أن : م س = م ص

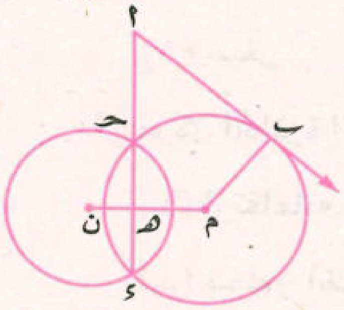
٣ فى الشكل المقابل : (الشرقية ١٨)

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى حـ ، ٤

، $\overleftarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند ب

، $\overline{من} \cap \overline{حـ ٤} = \{هـ\}$

أثبت أن : الشكل أ ب م هـ رباعى دائرى.



اختبـــار تراكمى ١١ حتى الدرس السادس الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلث أ ب حـ فيه : $(أب)^٢ - ٣ = (أحـ)^٢ + (حـ ب)^٢$ (الفيوم ٢٢)

فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

٢ فى الشكل المقابل : (أسيوط ١٦)

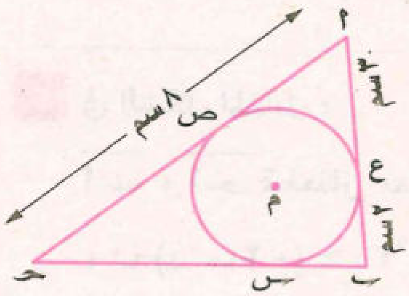
إذا كان : أ حـ = ٨ سم ، أ ع = ٣ سم

، ب ع = ٢ سم

فإن : ب حـ = ...

(أ) ٥ سم (ب) ٧ سم

(جـ) ١٠ سم (د) ١٣ سم



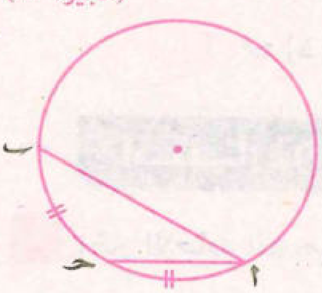
٣ فى الشكل المقابل : (الجيزة ١٧)

إذا كانت : حـ منتصف $\overset{\frown}{أب}$

فإن : أ ب .... ٢ أ حـ

(أ) > (ب) <

(جـ) ≤ (د) =



٤ فى الشكل المقابل : (المنوفية ١٦)

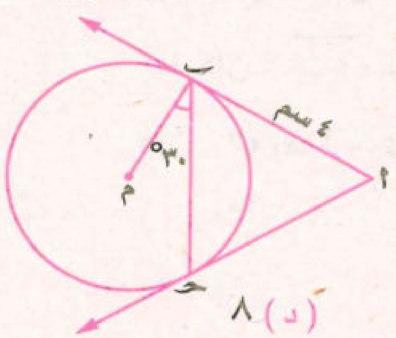
$\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة م

، ق (∠ م ب حـ) = ٣٠°

فإذا كان : أ ب = ٤ سم

فإن : ب حـ = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٨



٥ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل هو .... (بورسعيد ٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

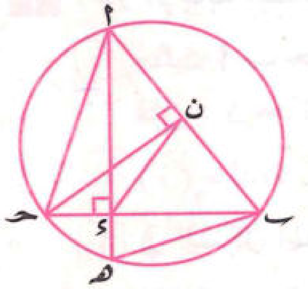
٦ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع .... (الجيزة ١٧)

(أ) ارتفاعاته. (ب) متوسطاته.

(جـ) محاور أضلاعه. (د) منصفات زوايا الداخلة.

---

٢ في الشكل المقابل : (المنوفية ١٦)



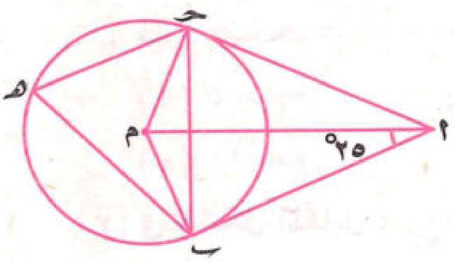
$\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$ ، $\overline{جـن} \perp \overline{أب}$

أثبت أن : ١ الشكل أ ن ء جـ رباعي دائري.

٢ ق (∠ ب ن ء) = ق (∠ ب هـ ء)

---

٣ في الشكل المقابل : (القليوبية ١٨ - الوادي الجديد ١٨)



$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م

، ق (∠ ب أ م) = ٢٥° ، هـ ∈ $\overparen{بجـ}$ الأكبر

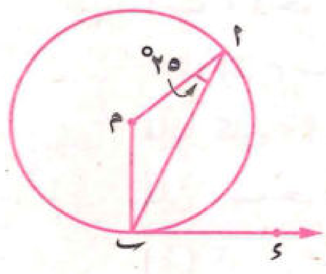
أوجد : ١ ق (∠ أ جـ ب)

٢ ق (∠ ب هـ جـ)

اختبــار تراكمــي ١٢ حتى الدرس السابع الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في الشكل المقابل : (سوهاج ١٨ - البحر الأحمر ١٧)



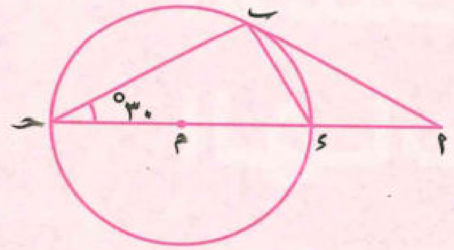
إذا كان : $\overleftarrow{بء}$ مماسًا للدائرة م، ق (∠ ب أ م) = ٢٥°

فإن : ق (∠ أ ب ء) = ...

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠°

(جـ) ٦٥° (د) ١٣٠°

٢ في الشكل المقابل : (الغربية ١٧)



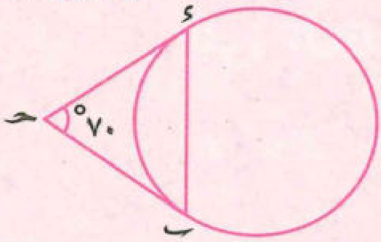
$\overline{\text{أب}}$ مماسة للدائرة م ، ق (∠ حـ) = ٣٠°

فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ...

(أ) ١٢٠° (ب) ١١٠°

(جـ) ٩٠° (د) ٣٠°

٣ في الشكل المقابل : (الدقهلية ١٧)



$\overline{\text{حـ ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ مماستان للدائرة فى ب ، ء

، ق (∠ حـ) = ٧٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{\text{ء ب}}$) الأصغر = ...

(أ) ١٨٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١١٠°

٤ إذا كان : أ ب حـ ء رباعيًا دائريًا ، ق (∠ أ) : ق (∠ حـ) = ١ : ٢

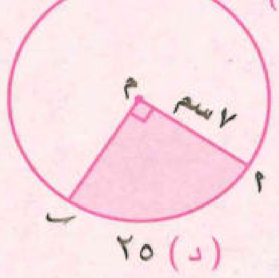
فإن : ق (∠ أ) = ... (المنوفية ٢٣)

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

٥ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم. (الجيزة ٢٢)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٦ في الشكل المقابل : (الغربية ١٩)



$\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ نصفا قطرين متعامدين فى الدائرة م

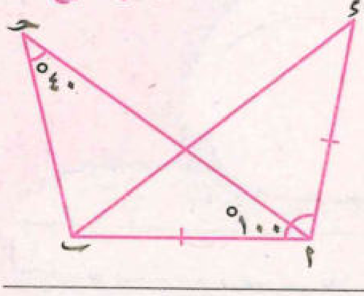
التى طول نصف قطرها ٧ سم.

فإن محيط الشكل المظلل يساوى .... سم $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$

(أ) ١٤ (ب) ١١ (جـ) ٣٨ $\frac{١}{٢}$ (د) ٢٥

---

٢ في الشكل المقابل : (كفر الشيخ ١٦)



أ ب = أ ء

، ق (∠ ب أ ء) = ١٠٠°

، ق (∠ حـ) = ٤٠°

أثبت أن : النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة.

---

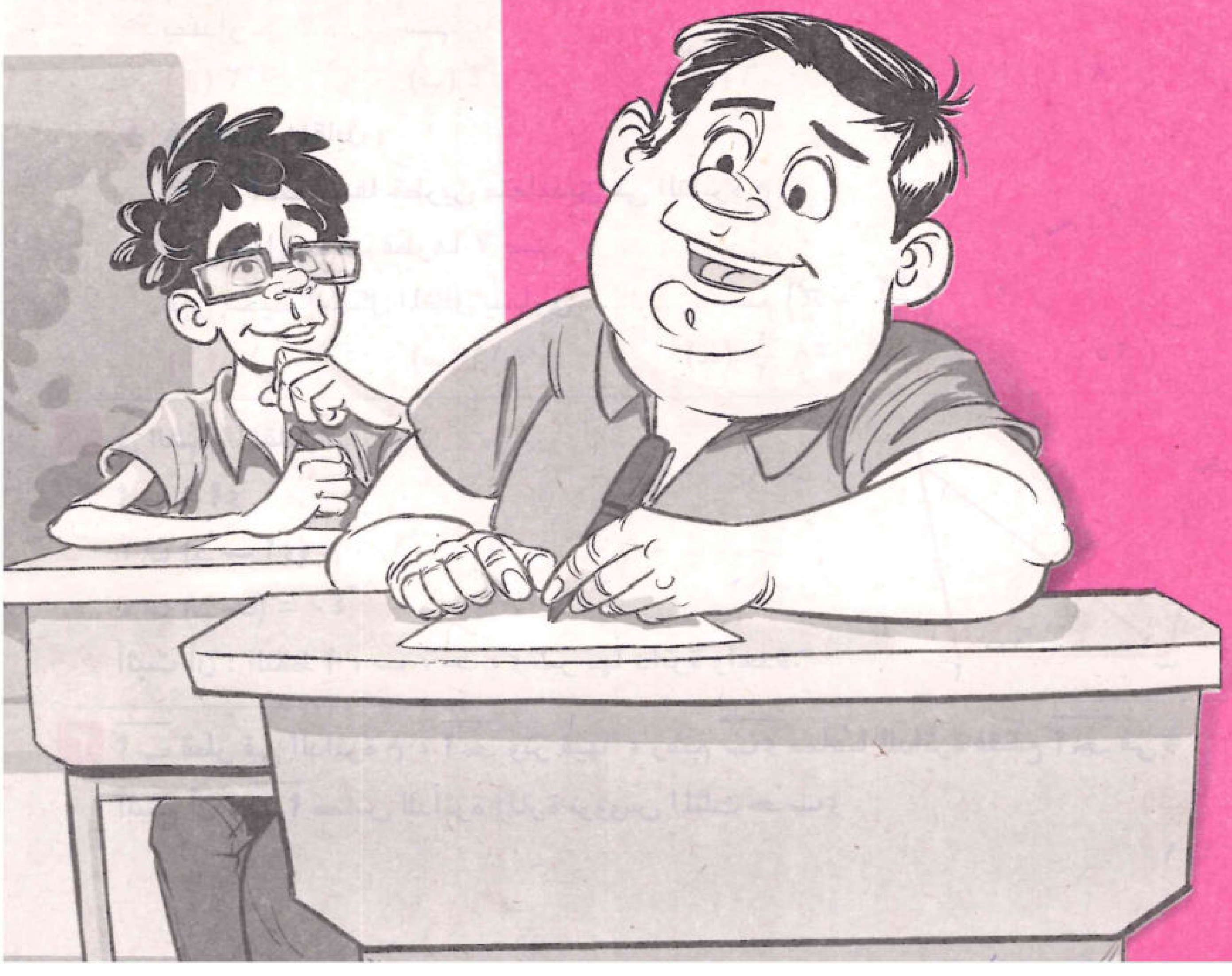
٣ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتر فيها ، رسم $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ مماسًا للدائرة فقطع $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ فى ء

أثبت أن : $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث حـ ب ء (المنيا ١٦)

الأسئلة الهامة

فى الهندسة

من امتحانات المحافظات



أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

1 مجموعة نقط الدائرة ن $\cap$ مجموعة النقط داخل الدائرة ن = ... (البحيرة ١٨)

(أ) الدائرة ن (ب) سطح الدائرة ن (جـ) $\varnothing$ (د) محيط الدائرة ن

2 الوتر المار بمركز الدائرة يسمى .... للدائرة. (البحيرة ١٦)

(أ) مماسًا (ب) قاطعًا (جـ) قطرًا (د) نصف قطر

3 إذا كانت النقطة أ تنتمى للدائرة م التى طول قطرها ٦ سم فإن : م أ = ... (السويس ١٦)

(أ) ٣ سم. (ب) ٤ سم. (جـ) ٥ سم. (د) ٦ سم.

4 $\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها نقطة الأصل فإذا كانت : أ = (٢ ، ٠)
فإن : ب = ... (دمياط ١٨)

(أ) (٢ ، ٢) (ب) (٠ ، −٢) (جـ) (−٢ ، ٠) (د) (−٢ ، ٢)

5 عدد محاور تماثل الدائرة هو .... (الإسماعيلية ١٧)

(أ) محور واحد. (ب) محوران.
(جـ) ثلاثة محاور. (د) عدد لا نهائى من المحاور.

6 إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ $\cap$ الدائرة م = {أ ، ب} فإن : $\overleftrightarrow{أب}$ $\cap$ سطح الدائرة م = ... (الشرقية ١٧)

(أ) {أ ، ب} (ب) $\overline{أب}$ (جـ) $\overleftarrow{أب}$ (د) $\overleftarrow{ب أ}$

7 مساحة الدائرة التى طول قطرها ٢ سم ≈ .... سم^{2} (الأقصر ١٦)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣,١٤ (د) ٣

8 طول نصف قطر الدائرة التى مساحة سطحها ٢٥ π سم^{2}
هو .... سم. (جنوب سيناء ١٨)

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ٢٥ (د) ٤

٩ دائرة محيطها ٦ π سم ، والمستقيم لَ يبعد عن مركزها ٣ سم

فإن المستقيم ل يكون .... **(الشرقية ٢٢ - البحر الأحمر ١٧)**

(أ) مماسًا للدائرة. (ب) قاطعًا للدائرة.

(جـ) خارج الدائرة. (د) قطرًا فى الدائرة.

---

١٠ الدائرة التى محيطها ٢٠ π سم تكون مساحتها .... π سم٢. **(الإسماعيلية ١٦)**

(أ) ١٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ٢٠٠ (د) ٤٠٠

---

١١ إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها نق سم فإن طول نصف الدائرة

يساوى .... سم **(البحيرة ١٦)**

(أ) ٢ π نق (ب) $\frac{1}{4}$ π نق (جـ) $\frac{1}{2}$ π نق (د) π نق

---

١٢ وتر طوله ٦ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم

فإن بعد الوتر عن مركز الدائرة يساوى .... **(كفر الشيخ ١٨)**

(أ) ٢ سم. (ب) ٥ سم. (جـ) ٣ سم. (د) ٤ سم.

---

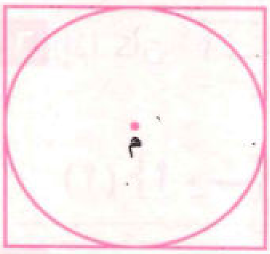
١٣ إذا كان : $\overline{مأ}$ ، $\overline{مب}$ نصفى قطرين متعامدين فى الدائرة م ، وكانت مساحة

المثلث أ م ب = ٨ سم٢ فإن طول نصف قطر الدائرة يساوى .... **(المنوفية ١٧)**

(أ) ٨ سم. (ب) ١٦ سم. (جـ) ٤ سم. (د) ٢ سم.

---

١٤ فى الشكل المقابل :



إذا كان طول ضلع المربع = ١٠ سم

فإن مساحة سطح الدائرة = ... سم٢.

(أ) ١٠٠ π (ب) ٢٥ π

(جـ) ٥٠ π (د) ٤٠ π **(الإسكندرية ١٩)**

---

١٥ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٧ سم. أى من النقط الآتية لا تنتمى

للدائرة ؟ **(الجيزة ١٦)**

(أ) (٠ ، ٧) (ب) (٠ ، –٧) (جـ) (٧ ، ٠) (د) (٧ ، ٧)

١٦ إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧ سم ، أ نقطة فى مستويها وكان م أ = ٤ سم (الجيزة ٢٣ - جنوب سيناء ١٦)

فإن النقطة أ تقع ....

(أ) داخل الدائرة. (ب) خارج الدائرة.

(جـ) على الدائرة. (د) غير ذلك.

---

١٧ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة م التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها (سوهاج ١٩ - القليوبية ١٨ - الفيوم ١٧)

بمقدار .... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

---

١٨ إذا كان طول العمود المرسوم من مركز الدائرة م على المستقيم ل يساوى ٦ سم وكان (قنا ١٦)

طول قطر الدائرة يساوى ٦ سم فإن ل .... الدائرة.

(أ) يقطع (ب) يمس (جـ) خارج (د) يمر بمركز

---

١٩ م دائرة طول نصف قطرها نق ، $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ⊥ المستقيم ل حيث $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ∩ ل = {أ} (الإسماعيلية ١٧)

فإذا كان : م أ > نق فإن : ل يكون ....

(أ) مماسًا للدائرة. (ب) قطرًا فى الدائرة.

(جـ) خارج الدائرة. (د) قاطعًا للدائرة.

---

٢٠ دائرة طول نصف قطرها (٢ س + ٦) سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (الشرقية ١٧)

(س + ٢) سم حيث س > ٠ فإن المستقيم ل يكون ....

(أ) خارج الدائرة. (ب) مماسًا للدائرة.

(جـ) قاطعًا للدائرة. (د) مارًا بمركز الدائرة.

---

٢١ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى الدائرة .... (بنى سويف ١٨)

(أ) متساويان فى الطول. (ب) متوازيان.

(جـ) متقاطعان. (د) متعامدان.

---

٢٢ إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} فإن الدائرتين م ، ن .... (السويس ٢٢)

(أ) متباعدتان. (ب) متحدتا المركز.

(جـ) متماستان من الخارج. (د) متقاطعتان.

٢٣ محور التماثل للوتر المشترك $\overline{أب}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو .... (بنى سويف ١٩)

(أ) $\overleftrightarrow{مم}$ (ب) $\overleftrightarrow{مب}$ (جـ) $\overleftrightarrow{من}$ (د) $\overleftrightarrow{نأ}$

---

٢٤ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًا على .... وينصفه. (الجيزة ١٨)

(أ) القطر (ب) الوتر (جـ) الوتر المشترك (د) المماس

---

٢٥ دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٣ سم على الترتيب

فإذا كان : م ن = ٨ سم فإن الدائرتين .... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) متماستان من الداخل. (ب) متقاطعتان.

(جـ) متماستان من الخارج. (د) متباعدتان.

---

٢٦ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج وطول نصف قطر إحداهما ٤ سم

، م ن = ٦ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى يساوى .... (شمال سيناء ١٧)

(أ) ٦ سم. (ب) ١٠ سم. (جـ) ٢ سم. (د) ٤ سم.

---

٢٧ دائرتان طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٧ سم تكونان متماستين إذا كان البعد بين

مركزيهما ∈ .... (الإسماعيلية ٢٣)

(أ)]٤ ، ١٠[(ب)]١٠ ، ∞[(جـ)]٠ ، ٤[(د) {٤ ، ١٠}

---

٢٨ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج ، طول نصف قطر الدائرة م = ٤ سم فإذا كان :

م ن = ٧ سم فإن محيط الدائرة ن يساوى .... سم. (المنوفية ١٦)

(أ) ٤ π (ب) ٦ π (جـ) ٧ π (د) π

---

٢٩ دائرتان م ، ن متماستان من الداخل ، طولا نصفى قطرى الدائرتين ٥ سم ، نق سم

، نق > ٥ ، م ن = ٣ سم فإن : نق = ... سم. (المنيا ١٨)

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ٧ (د) ٩

---

٣٠ م ، ن دائرتان متباعدتان طولا نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم على الترتيب

فإن : م ن .... ١٤ سم. (القاهرة ١٩)

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

٣١ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٩ سم فإن : م ن = ... سم. (البحر الأحمر ٢٣)

(أ) ١٤ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٩

---

٣٢ عدد الدوائر التى تمر بنقطة معلومة .... (أسوان ١٦)

(أ) دائرة واحدة. (ب) دائرتان.

(جـ) ثلاث دوائر. (د) عدد لا نهائى من الدوائر.

---

٣٣ عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة هو .... (سوهاج ١٨ - الجيزة ١٦)

(أ) صفر. (ب) واحد. (جـ) ثلاثة. (د) عدد لا نهائى.

---

٣٤ لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .... (بنى سويف ١٧)

(أ) المثلث. (ب) المربع. (جـ) المعين. (د) المستطيل.

---

٣٥ مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع .... (الفيوم ١٩ - كفر الشيخ ١٧)

(أ) منصفات زواياه الداخلة. (ب) منصفات زواياه الخارجة.

(جـ) ارتفاعاته. (د) محاور تماثل أضلاعه.

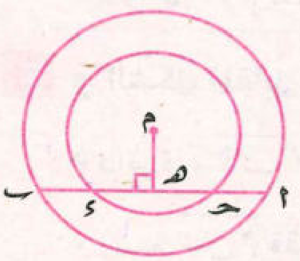
---

٣٦ إذا كانت : أ ، ب نقطتين فى المستوى ، أ ب = ٧ سم فإن طول قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى .... سم. (قنا ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٣,٥ (جـ) ٧ (د) ١٤

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ فى الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م

، $\overline{أب}$ وتر فى الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى فى حـ ، ء

، $\overline{مهـ} \perp \overline{أب}$

أثبت أن : أ حـ = ب ء

(القليوبية ٢٢ - الغربية ١٨ - سوهاج ١٨ - قنا ١٧)

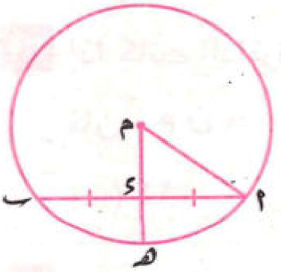
٢ في الشكل المقابل :

م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم

، أب = ٨ سم ، ء منتصف أب

احسب :

طول كل من مء ، ءهـ



(الفيوم ١٨)

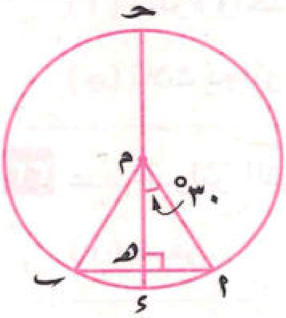
٣ في الشكل المقابل :

حـء قطر فى الدائرة م

، أب = ١٠ سم ، مهـ ⊥ أب

، ق (∠ أمء) = ٣٠°

أوجد : طول حـء



(الإسكندرية ١٩)

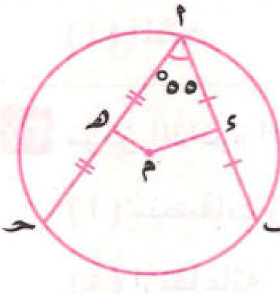
٤ في الشكل المقابل :

أب ، أحـ وتران فى الدائرة م

، ء منتصف أب ، هـ منتصف أحـ

، ق (∠ بأحـ) = ٥٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ءمهـ)



(جنوب سيناء ١٧ - دمياط ١٦)

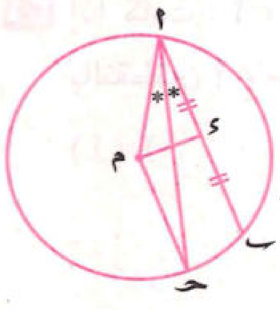
٥ في الشكل المقابل :

أب وتر فى الدائرة م ، أحـ ينصف ∠ ب أ م

ويقطع الدائرة م فى حـ

إذا كانت : ء منتصف أب

أثبت أن : ءم ⊥ حـم



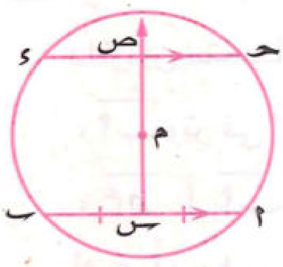
(البحيرة ١٩ - الغربية ١٧)

٦ في الشكل المقابل :

م دائرة ، أب // حـء ، س منتصف أب

، رسم سم فقطع حـء فى ص

أثبت أن : ص منتصف حـء

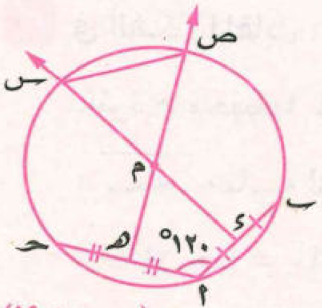


(أسيوط ١٨)

٧ مستعينًا بمعطيات الشكل :

أثبت أن :

المثلث س ص م متساوى الأضلاع.



(بورسعيد ١٩)

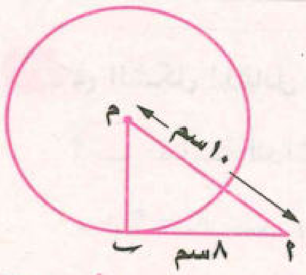
---

٨ فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أب}}$ مماسة للدائرة م عند ب ، أب = ٨ سم

، أ م = ١٠ سم.

أوجد : مساحة المثلث أ ب م



(مطروح ٢٣ - البحر الأحمر ١٧)

---

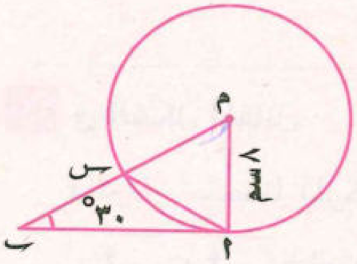
٩ فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أب}}$ مماسة للدائرة م عند أ

، م أ = ٨ سم ، ق (∠ أ ب م) = ٣٠°

١ أوجد : طول $\overline{\text{أب}}$

٢ أثبت أن : Δ س أ ب متساوى الساقين.



(الشرقية ١٩)

---

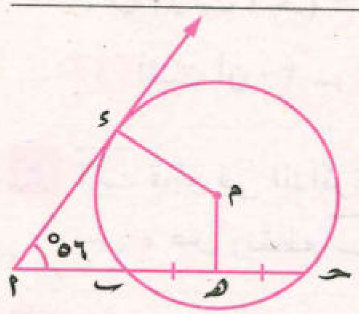
١٠ فى الشكل المقابل :

$\overrightarrow{\text{أء}}$ مماس للدائرة م عند ء

، $\overrightarrow{\text{أحـ}}$ يقطع الدائرة م فى ب ، حـ

، ق (∠ أ) = ٥٦° ، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أوجد : ق (∠ ء م هـ)



(البحر الأحمر ٢٣ - الإسكندرية ١٩ - بورسعيد ١٨)

---

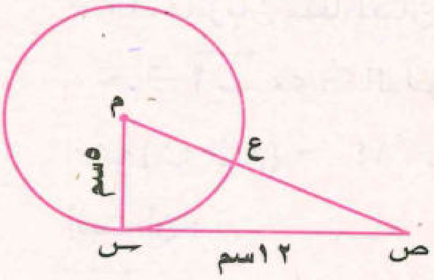
١١ فى الشكل المقابل :

م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم ، س ص = ١٢ سم

، $\overline{\text{م ص}}$ ∩ الدائرة م = {ع}

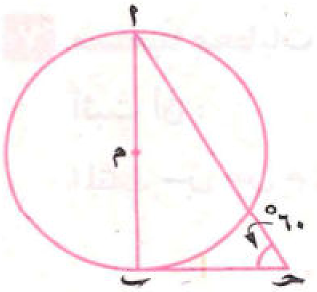
، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة عند س

أوجد بالبرهان : طول $\overline{\text{ع ص}}$



(أسيوط ١٨)

١٢ **فى الشكل المقابل :**



دائرة م محيطها ٤٤ سم ، أب قطر فيها

، بحـ مماسة للدائرة عند ب

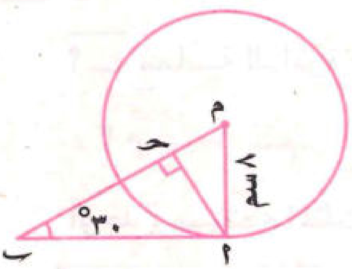
، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أوجد : طول بحـ علمًا بأن $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$

(الدقهلية ١٨ - الوادى الجديد ١٦)

---

١٣ **فى الشكل المقابل :**



أب مماسة للدائرة م عند أ

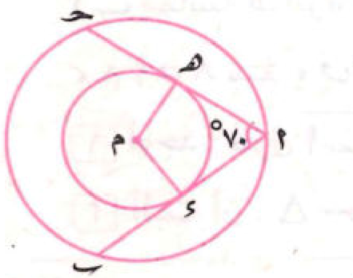
، م أ = ٨ سم ، ق (∠ أ ب م) = ٣٠° ، أحـ ⊥ م ب

أوجد : طول كل من أب ، أحـ

(الجيزة ١٩ - مطروح ١٨)

---

١٤ **فى الشكل المقابل :**



دائرتان متحدتا المركز م

، أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى عند ء ، هـ

، ق (∠ ب أ حـ) = ٧٠°

١ أثبت أن : أب = أحـ ٢ أوجد : ق (∠ ء م هـ)

(أسوان ١٧ - سوهاج ١٧ - قنا ١٦)

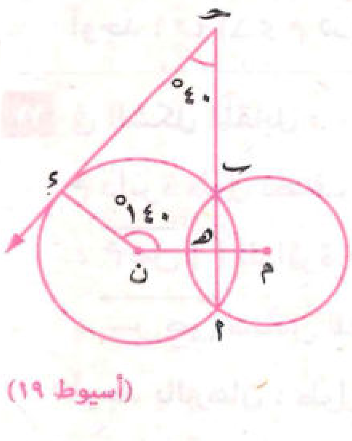
---

١٥ أب قطر فى الدائرة م ، أحـ ، بء مماسان للدائرة م ، حـ م يقطع الدائرة م فى س ، ص ويقطع بء فى هـ أثبت أن : حـ س = ص هـ

(البحيرة ١٩)

---

١٦ **فى الشكل المقابل :**



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ، أحـ ∩ م ن = {هـ}

، حـ ∈ أب ، ء ∈ الدائرة ن

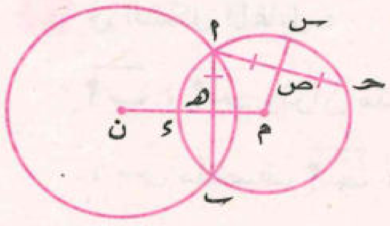
، ق (∠ ء ن م) = ١٤٠° ، ق (∠ حـ) = ٤٠°

أثبت أن :

حـ ء مماس للدائرة ن عند ء

(أسيوط ١٩)

١٧ **فى الشكل المقابل :**



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، أخذت النقطة ص منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

، رسم $\overrightarrow{\text{م ص}}$ يقطع الدائرة م فى س

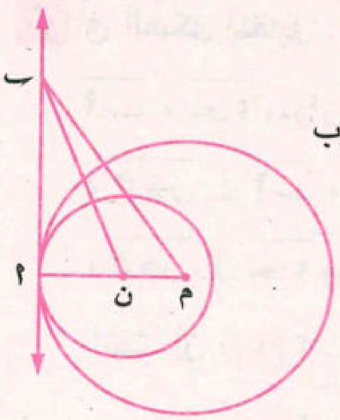
، $\overline{\text{م ن}}$ تقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى هـ وتقطع الدائرة م فى ء ، فإذا كان : أ هـ = أ ص

أثبت أن : ء هـ = س ص

(الدقهلية ١٦)

---

١٨ **فى الشكل المقابل :**



م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ١٠ سم ، ٦ سم على الترتيب

ومتماستان من الداخل فى أ

، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس مشترك عند أ

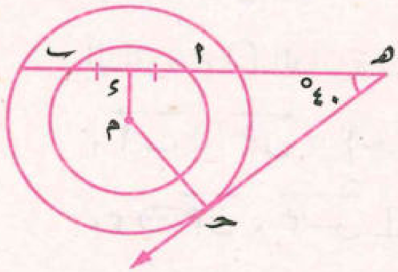
، مساحة Δ ب م ن = ٢٤ سم^{٢}

أوجد : طول $\overline{\text{أ ب}}$

(الأقصر ٢٢ - القليوبية ١٨ - قنا ١٦)

---

١٩ **فى الشكل المقابل :**



دائرتان متحدتا المركز م ، $\overleftarrow{\text{هـ حـ}}$ مماس للدائرة الكبرى

، $\overline{\text{هـ ب}}$ تقطع الدائرة الصغرى فى أ ، ب

، ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، ق (∠ حـ هـ ء) = ٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م حـ)

(الوادى الجديد ١٧ - البحيرة ١٧ - أسيوط ١٦)

---

٢٠ م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب حيث :

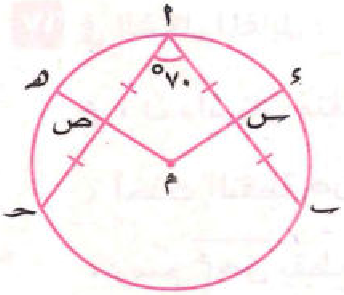
م أ = ١٢ سم ، ن أ = ٩ سم ، م ن = ١٥ سم **أوجد :** طول $\overline{\text{أ ب}}$ **(كفر الشيخ ١٨)**

---

٢١ $\overline{\text{أ ب}}$ قطعة مستقيمة طولها ٦ سم ، ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٤ سم كم عدد الحلول ؟ (لا تمح الأقواس)

(دمياط ١٩)

٢٢ في الشكل المقابل :



أب ، أحـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، س منتصف أب ، ص منتصف أحـ

، ق (∠ حـ أ ب) = ٧٠°

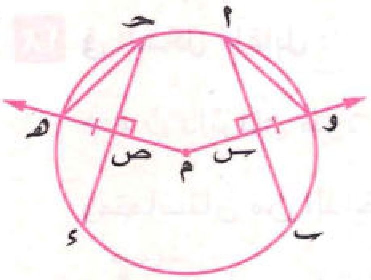
١ احسب : ق (∠ ء م هـ)

٢ أثبت أن : س ء = ص هـ

(الفيوم ٢٢ - الشرقية ١٧)

---

٢٣ في الشكل المقابل :



أب ، حـ ء وتران في الدائرة م

، م س ⊥ أب ويقطع الدائرة في و

، م ص ⊥ حـ ء ويقطع الدائرة في هـ ، و س = هـ ص

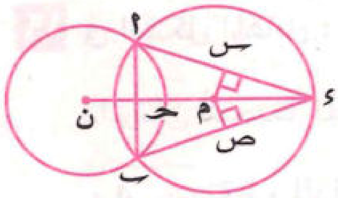
أثبت أن : ١ أب = حـ ء

٢ أ و = حـ هـ

(بورسعيد ١٩ - الغربية ١٦ - كفر الشيخ ١٦)

---

٢٤ في الشكل المقابل :



الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب}

، أب ∩ م ن = {حـ}

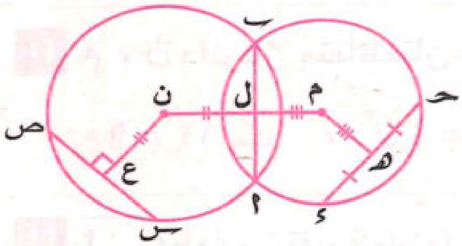
، ء ∈ م ن ، م س ⊥ أ ء ، م ص ⊥ ب ء

أثبت أن : م س = م ص

(سوهاج ١٦)

---

٢٥ في الشكل المقابل :



الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب}

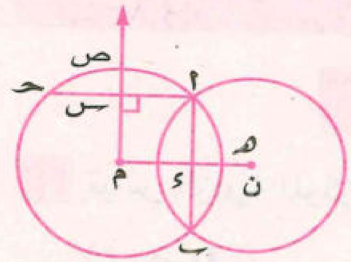
، هـ منتصف حـ ء ، م هـ = م ل

، ن ل = ن ع ، ن ع ⊥ س ص

أثبت أن : حـ ء = س ص

(الغربية ١٨)

٢٦ **فى الشكل المقابل :**



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، رسم م س ⊥ أ حـ يقطع أ حـ فى س ويقطع الدائرة م فى ص

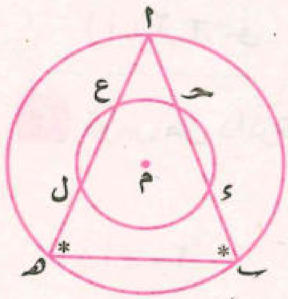
، رسم م ن يقطع أ ب فى ء والدائرة م فى هـ

فإذا كان : أ حـ = أ ب

أثبت أن : س ص = ء هـ **(القليوبية ١٨)**

---

٢٧ **فى الشكل المقابل :**



دائرتان متحدتا المركز م ، رسم أ ب وترًا فى الدائرة الكبرى

فقطع الدائرة الصغرى فى حـ ، ء

، ورسم أ هـ وترًا فى الدائرة الكبرى أيضًا فقطع

الدائرة الصغرى فى ع ، ل ، إذا كان : ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ أ هـ ب)

فأثبت أن : حـ ء = ع ل **(المنوفية ١٨)**

---

٢٨ أ ب ، أ حـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م ، س منتصف أ ب

، م س يقطع الدائرة فى ء ، م ص ⊥ أ حـ يقطعه فى ص ويقطع الدائرة فى هـ

أثبت أن : س ء = ص هـ **(بنى سويف ١٦)**

---

٢٩ أ ب ، أ حـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، س ، ص منتصفا أ ب ، أ حـ على الترتيب ، ق (∠ م س ص) = ٣٠°

برهن أن : [١] م س ص مثلث متساوى الساقين.

[٢] أ س ص مثلث متساوى الأضلاع. **(الوادى الجديد ١٦)**

---

٣٠ أ ب ، أ حـ وتران فى الدائرة م ، م س ⊥ أ ب تقطعها فى س ، ص منتصف أ حـ

، ق (∠ أ ب حـ) = ٧٥° ، م س = م ص

[١] **أوجد :** ق (∠ حـ أ ب)

[٢] **أثبت أن :** محيط Δ أ س ص = $\frac{1}{2}$ محيط Δ أ ب حـ **(كفر الشيخ ١٨)**

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ قياس الزاوية المركزية .... قياس القوس المقابل لها. (القليوبية ١٦)

(أ) ضعف (ب) نصف (ج) يساوى (د) أكبر من

---

٢ طول القوس الذى يمثل $\frac{١}{٤}$ محيط الدائرة يساوى .... (الدقهلية ١٧ - القليوبية ١٦)

(أ) ٢ π نق (ب) π نق (ج) $\frac{١}{٢}$ π نق (د) ٤ π نق

---

٣ قوس من دائرة طوله $\frac{١}{٣}$ π نق سم فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها يساوى ....

(القليوبية ١٩)

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ١٢٠° (د) ٢٤٠°

---

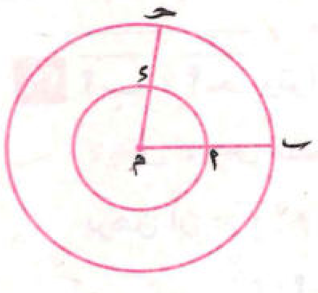
٤ أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع مرسوم داخل دائرة فإن : ق (أب⌢) = ...

(الفيوم ١٨)

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ٩٠° (د) ١٢٠°

---

٥ فى الشكل المقابل : (الشرقية ١٦)



دائرتان متحدتا المركز م ، إذا كان

طول نصف قطر الدائرة الصغرى ٧ سم

، ق (ب حـ⌢) = ٨٠° ، طول نصف قطر الدائرة الكبرى ١٤ سم

، $\pi = \frac{٢٢}{٧}$ فإن :

أولاً : محيط الدائرة الصغرى = ...

(أ) ٤٤ سم. (ب) ٢٢ سم. (ج) ١٥٤ سم. (د) ٨٨ سم.

ثانيًا : ق (أ ء⌢) = ...

(أ) ٨٠° (ب) ٤٠° (ج) ٢٠° (د) ١٦٠°

---

٦ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون .... (الجيزة ٢٢ - الدقهلية ١٩ - الجيزة ١٨)

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (ج) مستقيمة. (د) قائمة.

٧ قياس الزاوية المركزية = ... قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى نفس القوس. (بورسعيد ١٨)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) ٢ (د) ١

---

٨ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس تساوى .... (أسوان ١٦)

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٢ : ٢ (د) ٢ : ٣

---

٩ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أصغر فى الدائرة تكون .... (كفر الشيخ ١٦)

(أ) منعكسة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) حادة.

---

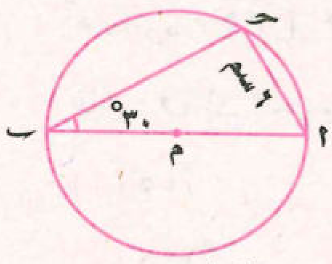
١٠ إذا تقاطع وتران فى نقطة داخل الدائرة فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوى .... قياسى القوسين المقابلين لها. (قنا ١٦)

(أ) نصف الفرق بين (ب) نصف مجموع

(جـ) ضعف مجموع (د) ضعف الفرق بين

---

١١ فى الشكل المقابل : (السويس ١٦)



$\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ب) = ٣٠°

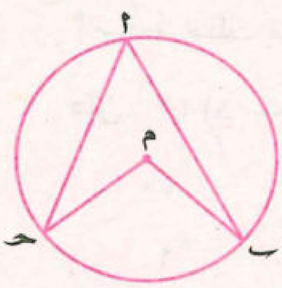
، أحـ = ٦ سم

فإن : أب = ...

(أ) ٣ سم (ب) ٦ سم (جـ) ٩ سم (د) ١٢ سم

---

١٢ فى الشكل المقابل : (المنيا ١٧)



م دائرة فإذا كان : ق (∠م) − ق (∠أ) = ٥٠°

فإن : ق (∠أ) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠°

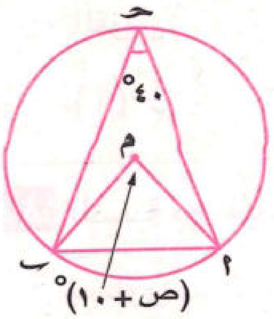
(جـ) ١٠٠° (د) ١٣٠°

١٣ في الشكل المقابل : (الوادى الجديد ١٩)

دائرة مركزها م ، إذا كان : ق (∠ حـ) = ٤٠°

، ق (∠ ٲ م ب) = (ص + ١٠)°

فإن : ص = ...



(أ) ٧٠ (ب) ٨٠

(جـ) ١٠٠ (د) ١٨٠

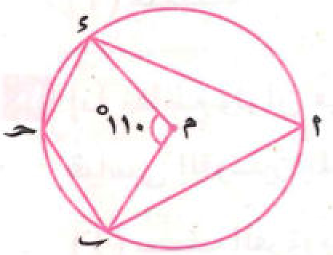
---

١٤ في الشكل المقابل : (الغربية ١٧)

إذا كان م هو مركز الدائرة

، ق (∠ ب م ء) = ١١٠°

فإن : ق (∠ حـ) = ...



(أ) ٧٠° (ب) ١١٠°

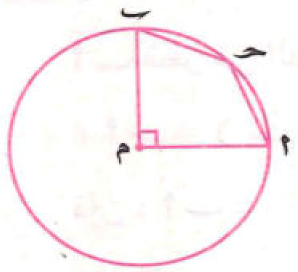
(جـ) ١٢٥° (د) ٥٥°

---

١٥ في الشكل المقابل : (الشرقية ١٩)

م دائرة ، $\overline{ٲم} \perp \overline{مب}$

فإن : ق (∠ ٲ حـ ب) = ...



(أ) ٤٥° (ب) ٩٠°

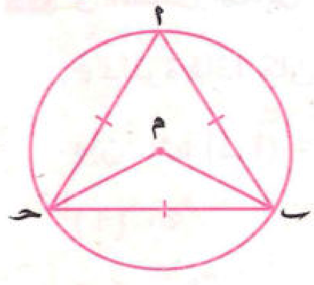
(جـ) ١٤٥° (د) ١٣٥°

---

١٦ في الشكل المقابل : (أسوان ١٧)

ٲ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع مرسوم داخل الدائرة م

فإن : ق (∠ ب م حـ) = ...



(أ) ٥٠° (ب) ١٢٠°

(جـ) ٦٠° (د) ١٠٠°

(الوادى الجديد ١٨)

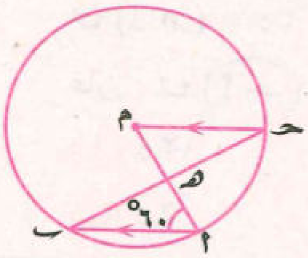
١٧ في الشكل المقابل :

أب وتر فى الدائرة م ، حـ م // أ ب ، ق (∠ م أ ب) = ٦٠°

فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠°

(جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°



(كفر الشيخ ١٨)

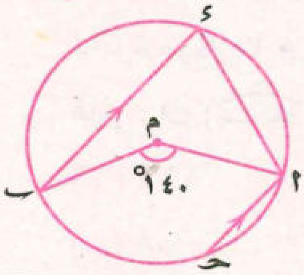
١٨ في الشكل المقابل :

إذا كانت : ء ب // أ حـ

فإن : ق (∠ ء أ حـ) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ١١٠°

(جـ) ١٤٠° (د) ٢٢٠°



(الوادى الجديد ١٧)

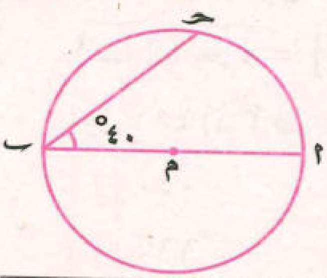
١٩ في الشكل المقابل :

أ ب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ أ ب حـ) = ٤٠°

فإن : ق (⌒ ب حـ) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠°

(جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°



(السويس ١٧)

٢٠ في الشكل المقابل :

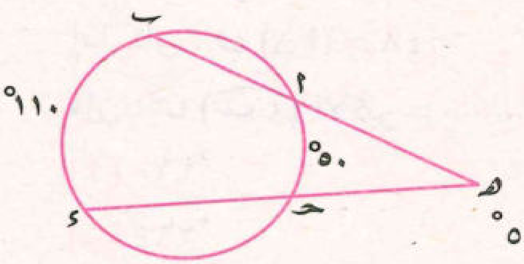
ق (⌒ أ حـ) = ٥٠°

، ق (⌒ ب ء) = ١١٠°

فإن : ق (∠ هـ) = ...

(أ) ٦٠° (ب) ٥٠°

(جـ) ٤٠° (د) ٣٠°



(بورسعيد ٢٣ - الفيوم ١٦)

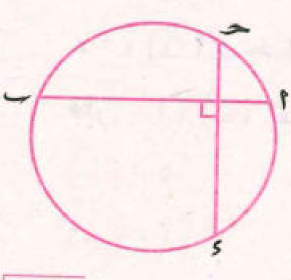
٢١ في الشكل المقابل :

أ ب ⊥ حـ ء

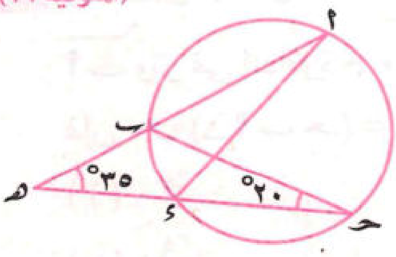
فإن : ق (⌒ أ حـ) + ق (⌒ ب ء) = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠°

(جـ) ١٨٠° (د) ٢٧٠°



٢٢ في الشكل المقابل : (المنوفية ١٦)



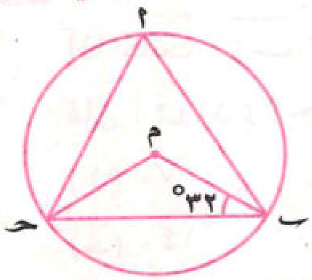
ق (∠ هـ) = ٣٥° ، ق (∠ حـ) = ٢٠°

فإن : ق (⌒أحـ) = ...

(أ) ١٣٥° (ب) ١١٠°

(جـ) ٦٥° (د) ٥٥°

٢٣ في الشكل المقابل : (دمياط ١٧)



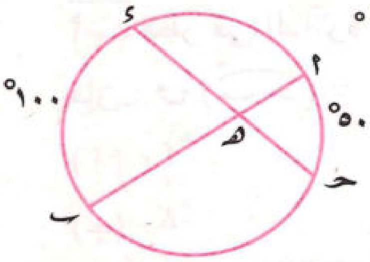
دائرة مركزها م ، ق (∠ م ب حـ) = ٣٢°

فإن : ق (⌒ب حـ) الأصغر = ...

(أ) ١١٦° (ب) ٣٢°

(جـ) ٥٨° (د) ٦٤°

٢٤ في الشكل المقابل : (السويس ١٨)



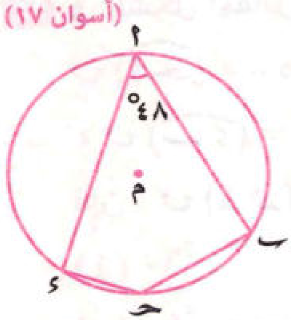
$\overline{أب}$ ∩ $\overline{حـ ء}$ = {هـ} ، ق (⌒أحـ) = ٥٠° ، ق (⌒ء ب) = ١٠٠°

فإن : ق (∠ أ هـ حـ) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠°

(جـ) ١٦٠° (د) ٧٥°

٢٥ في الشكل المقابل : (أسوان ١٧)



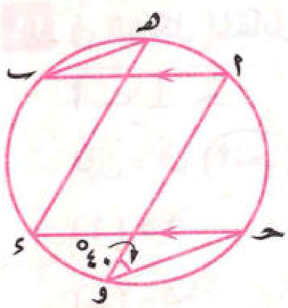
إذا كان : ق (∠ أ) = ٤٨°

فإن : ق (⌒ب ء) الأكبر = ...

(أ) ٢٦٠° (ب) ٢٦٥°

(جـ) ٢٦٤° (د) ٢٦٢°

٢٦ في الشكل المقابل : (الشرقية ١٧)



$\overline{أب}$ // $\overline{حـ ء}$

، ق (∠ أ و حـ) = ٤٠°

فإن : ق (∠ ء هـ ب) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٤٠°

(جـ) ٣٠° (د) ٤٥°

٢٧ أ ب ج د شكل رباعى دائرى فيه : ق(∠ أ) = ٣ ق(∠ ج)

(قنا ٢٣ - الغربية ١٩ - الدقهلية ١٨)

فإن : ق(∠ أ) = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٣٥°

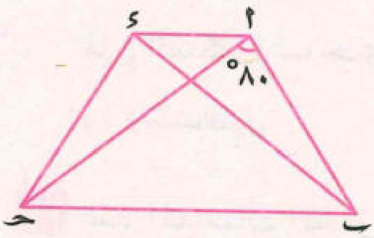
(بورسعيد ٢٣)

٢٨ فى الشكل المقابل :

أ ب ج د رباعى دائرى

، ق(∠ ب أ ج) = ٨٠°

فإن : ق(∠ ب د ج) = ...



(أ) ٤٠° (ب) ٨٠°

(جـ) ٩٠° (د) ١٠٠°

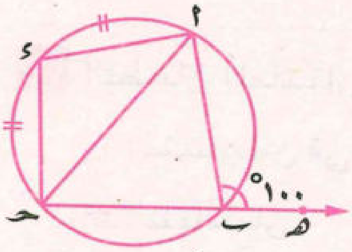
(الإسماعيلية ١٦)

٢٩ فى الشكل المقابل :

ق(∠ أ ب هـ) = ١٠٠°

، ق(⌒أ د) = ق(⌒د ج)

فإن : ق(∠ أ ج د) = ...



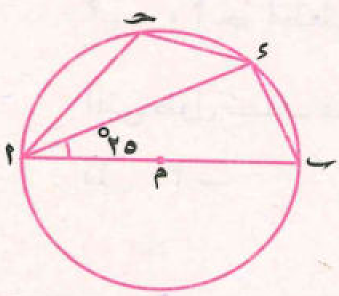
(أ) ١٠٠° (ب) ٨٠° (جـ) ٤٠° (د) ٣٠°

(كفر الشيخ ١٦)

٣٠ فى الشكل المقابل :

إذا كان : ق(∠ ب أ د) = ٢٥°

فإن : ق(∠ د ج أ) = ...



(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠°

(جـ) ١١٥° (د) ١٢٥°

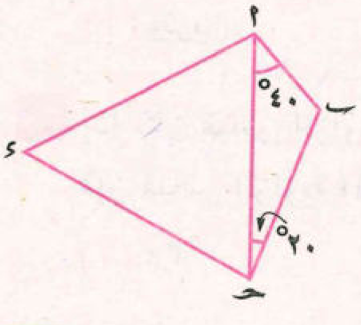
(الشرقية ١٨)

٣١ فى الشكل المقابل :

أ ب ج د شكل رباعى دائرى فيه :

ق(∠ ب أ ج) = ٤٠° ، ق(∠ ب ج أ) = ٢٠°

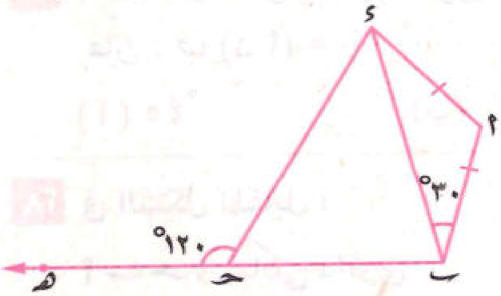
فإن : ق(∠ د) = ...



(أ) ٢٠° (ب) ٤٠°

(جـ) ٦٠° (د) ١٢٠°

٣٢ في الشكل المقابل : (الإسكندرية ١٦)



أ ب حـ ء شكل رباعي

، ق (∠ ء أ ب) = ٣٠°

، ق (∠ ء حـ هـ) = ١٢٠°

، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$

فإن الشكل أ ب حـ ء ....

(أ) مستطيل. (ب) معين. (جـ) رباعي دائري. (د) متوازي أضلاع.

---

٣٣ عدد المماسات المشتركة للدائرتين المتماستين من الخارج هو ....

(الشرقية ١٩ - بورسعيد ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

---

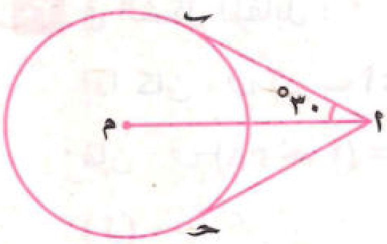
٣٤ القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة دائمًا .... (قنا ١٧)

(أ) متساويتان في الطول. (ب) غير متساويتين في الطول.

(جـ) متعامدتان. (د) متوازيتان.

---

٣٥ في الشكل المقابل : (البحر الأحمر ١٦)



$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م

التي طول نصف قطرها = ٤ سم ، ق (∠ ب أ م) = ٣٠°

فإن : أ ب = ... سم.

(أ) ٨ (ب) ٤ $\sqrt{٣}$ (جـ) ٢ $\sqrt{٣}$ (د) ٨ $\sqrt{٣}$

---

٣٦ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين .... (البحر الأحمر ١٩ - أسيوط ١٨ - السويس ١٦)

(أ) وترين. (ب) مماسين. (جـ) وتر ومماس. (د) وتر وقطر.

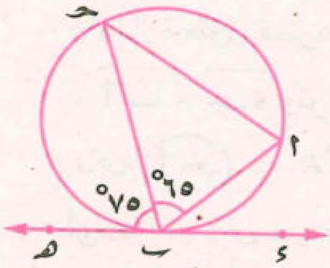
---

٣٧ إذا كان قياس الزاوية المماسية يساوي ٧٠°

فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس يساوي .... (القليوبية ١٦)

(أ) ٣٥° (ب) ٧٠° (جـ) ١٤٠° (د) ١٠٥°

٣٨ في الشكل المقابل : (الغربية ١٦)



$\overleftrightarrow{\text{ءهـ}}$ مماس للدائرة عند ب ، ق (∠ أ ب حـ) = ٦٥°

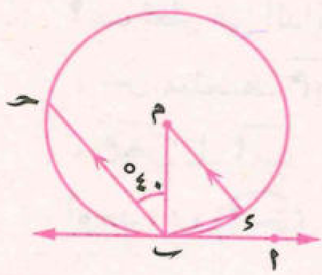
، ق (∠ حـ ب هـ) = ٧٥°

فإن : ق (∠ حـ) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ٨٠°

---

٣٩ في الشكل المقابل : (الشرقية ١٨)



$\overleftrightarrow{\text{أب}}$ مماس للدائرة م ، ق (∠ م ب حـ) = ٤٠°

، $\overline{\text{م ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

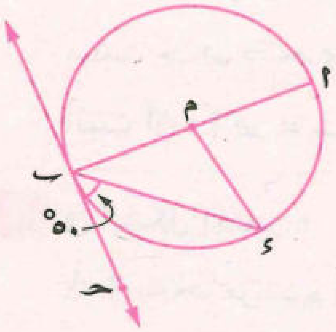
فإن : ق (∠ أ ب ء) = ...

(أ) ٨٠° (ب) ٤٠°

(جـ) ٩٠° (د) ٢٠°

---

٤٠ في الشكل المقابل : (بورسعيد ١٧)



$\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ مماس للدائرة م ، ق (∠ حـ ب ء) = ٥٠°

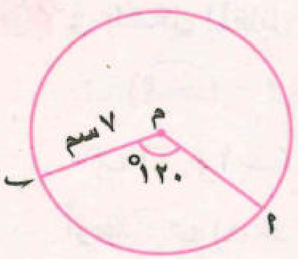
فإن : ق (∠ أ م ء) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠°

(جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ في الشكل المقابل : (السويس ١٧)



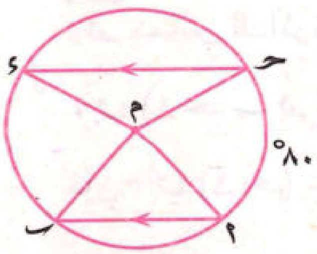
م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم

، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

أوجد :

طول $\overset{\frown}{\text{أب}}$ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

٢ في الشكل المقابل : (الوادى الجديد ١٨)



م دائرة طول قطرها ١٥ سم

، ـــأب ، ـــحـ ء وتران متوازيان فى الدائرة

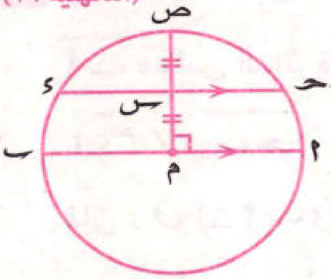
، ق (قوس أ حـ) = °٨٠ ، طول قوس أ حـ = طول قوس أ ب

أوجد : ١ ق (∠ م أ ب)

٢ طول قوس حـ ء (حيث π = ٣,١٤)

---

٣ في الشكل المقابل : (الدقهلية ١٩)



ـــأب قطر فى الدائرة م ، ـــحـ ء // ـــأب

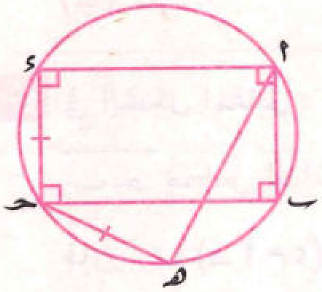
، س منتصف ـــم ص

، ـــم ص ⊥ ـــأب

أوجد : ق (قوس أ حـ) ، ق (قوس حـ ص)

---

٤ في الشكل المقابل : (أسيوط ١٩)



أ ب حـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة

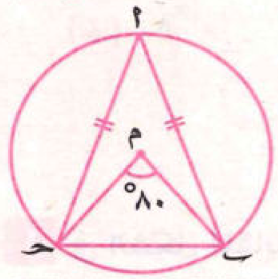
، رسم الوتر ـــحـ هـ

بحيث حـ هـ = حـ ء

أثبت أن : أ هـ = ب حـ

---

٥ في الشكل المقابل : (القاهرة ١٩)



Δ أ ب حـ مرسوم داخل الدائرة م ، أ ب = أ حـ

، ق (∠ ب م حـ) = °٨٠

أوجد : ١ ق (∠ أ ب حـ)

٢ ق (قوس ب حـ) الأكبر.

---

٦ في الشكل المقابل : (سوهاج ٢٣)



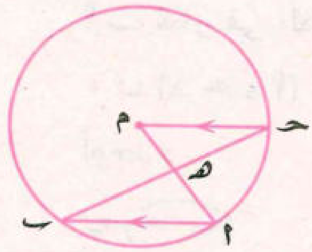
ق (قوس أ حـ) = ق (قوس ب حـ)

، ق (∠ م أ ب) = °٤٠

أوجد : ق (∠ حـ أ م)

٧ في الشكل المقابل :

(البحيرة ١٨)



أ ب وتر في الدائرة م

، حـ م // أ ب

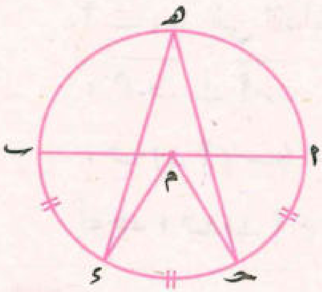
، ب حـ ∩ أ م = {هـ}

أثبت أن : ق (∠ هـ أ ب) = ٢ ق (∠ هـ ب أ)

---

٨ في الشكل المقابل :

(السويس ١٦ - أسيوط ١٦ - الوادي الجديد ١٦)



أ ب قطر في دائرة مركزها م

، ق (أ⁀حـ) = ق (حـ⁀ء) = ق (ء⁀ب)

أوجد بالبرهان :

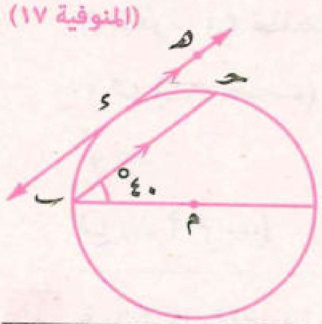
١ ق (∠ حـ م ء)

٢ ق (∠ حـ هـ ء)

---

٩ في الشكل المقابل :

(المنوفية ١٧)



أ ب قطر في الدائرة م ، ق (∠ ب) = ٤٠°

، ء هـ مماس للدائرة عند ء

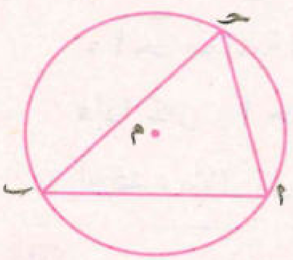
، ء هـ // ب حـ

أوجد : ق (حـ⁀ء)

---

١٠ في الشكل المقابل :

(الإسكندرية ١٦)



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م

، ق (أ⁀ب) : ق (ب⁀حـ) : ق (أ⁀حـ) = ٤ : ٥ : ٣

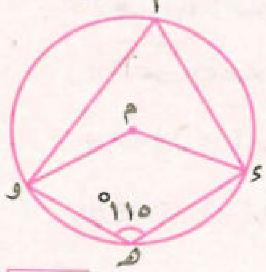
أوجد :

ق (∠ أ حـ ب)

---

١١ في الشكل المقابل :

(الجيزة ١٧)



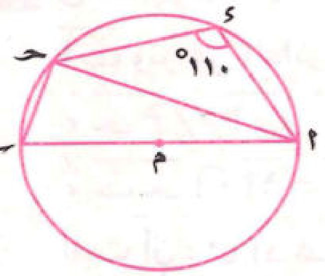
إذا كان : ق (∠ ء هـ و) = ١١٥°

فأوجد :

ق (∠ ء م و)

١٢ في الشكل المقابل :

(الغربية ١٦)



أب قطر في الدائرة م

، ق (∠ حـ ء أ) = ١١٠°

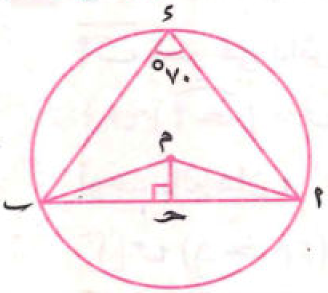
أوجد :

ق (⌒حـ ب)

---

١٣ في الشكل المقابل :

(بني سويف ١٩)



أب وتر في الدائرة م

، م حـ ⊥ أب

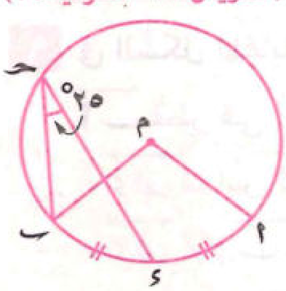
، ق (∠ أ ء ب) = ٧٠°

أوجد : ق (∠ أ م حـ)

---

١٤ في الشكل المقابل :

(السويس ٢٢ - الشرقية ١٩)



م دائرة ، ء منتصف ⌒أب

، ق (∠ ء حـ ب) = ٢٥°

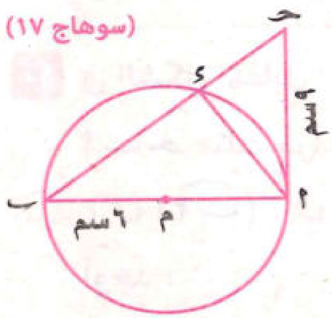
أوجد :

ق (∠ أ م ب)

---

١٥ في الشكل المقابل :

(سوهاج ١٧)



أب قطر في الدائرة م

، أحـ مماسة لها عند أ

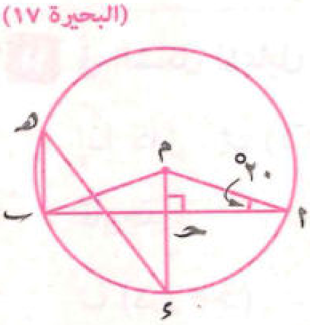
فإذا كان : أحـ = ٩ سم ، ب م = ٦ سم

أوجد : طول كل من ب حـ ، أ ء

---

١٦ في الشكل المقابل :

(البحيرة ١٧)



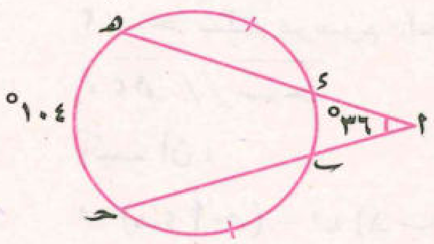
م حـ ∩ أب = {حـ} ، م حـ ⊥ أب

، م حـ يقطع الدائرة في ء

، ق (∠ م أ ب) = ٢٠°

أوجد : [١] ق (⌒أ ء) [٢] ق (∠ ء هـ ب)

١٧ في الشكل المقابل : (القليوبية ١٨)



ق(∠أ) = ٣٦° ، ق(⌒هـ حـ) = ١٠٤°

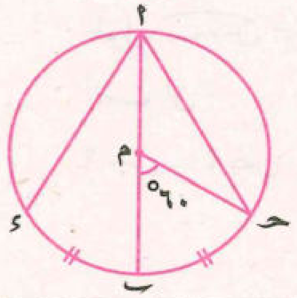
، ق(⌒ب حـ) = ق(⌒ء هـ)

أوجد : ١ ق(⌒ب ء)

٢ ق(⌒ء هـ)

---

١٨ في الشكل المقابل : (جنوب سيناء ١٦)



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م

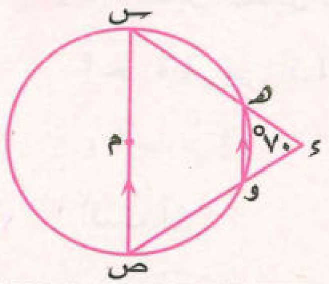
، ق(∠ب م حـ) = ٦٠°

، ق(⌒ب حـ) = ق(⌒ب ء)

أوجد بالبرهان : ق(∠حـ أ ء)

---

١٩ في الشكل المقابل : (الدقهلية ١٨)



$\overline{\text{س ص}}$ قطر في الدائرة م

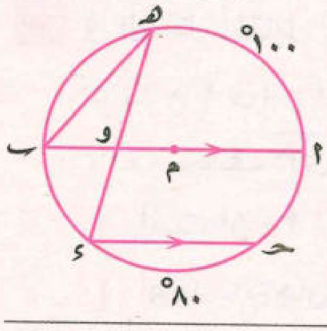
، $\overline{\text{هـ و}}$ وتر فيها حيث :

$\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$ ، ق(∠ء) = ٧٠°

أوجد : ق(⌒هـ س)

---

٢٠ في الشكل المقابل : (سوهاج ٢٢ - المنيا ١٧)



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$

، ق(⌒حـ ء) = ٨٠° ، ق(⌒أ هـ) = ١٠٠°

أوجد بالبرهان :

ق(∠ء هـ ب) ، ق(∠أ و هـ)

---

٢١ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ء حـ}}$ وتران متساويان في الطول في دائرة م ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ = {هـ}

حيث هـ تقع خارج الدائرة أثبت أن : المثلث هـ أ حـ متساوي الساقين. (الفيوم ١٦)

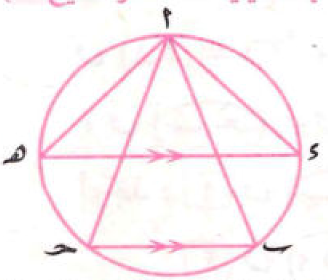
---

٢٢ $\overline{\text{ب حـ}}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{\text{ب ص}}$ وتر فيها ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب ص}}$ بحيث ب ص = ص هـ

أثبت أن : ق(∠ص م حـ) = ٢ ق(∠ب هـ حـ) (الدقهلية ١٨)

٢٣ **فى الشكل المقابل :**

(دمياط ٢٢ - الوادى الجديد ١٩ - الإسماعيلية ١٨ - كفر الشيخ ١٦)



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، ء هـ // ب حـ

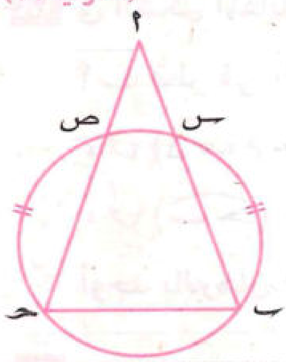
أثبت أن :

ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ ب أ هـ)

---

٢٤ **فى الشكل المقابل :**

(الشرقية ١٨)



طول ⌒ب س = طول ⌒حـ ص

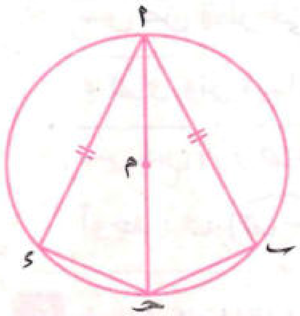
أثبت أن :

أ س = أ ص

---

٢٥ **فى الشكل المقابل :**

(بنى سويف ١٧)



أ حـ قطر فى الدائرة م

، أ ب = أ ء

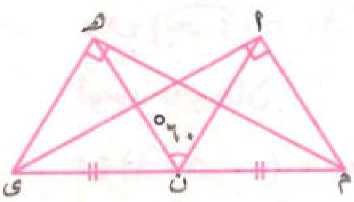
أثبت أن :

ق (⌒ب حـ) = ق (⌒حـ ء)

---

٢٦ **فى الشكل المقابل :**

(الشرقية ١٦)



ق (∠ م أ ى) = ق (∠ م هـ ى) = ٩٠°

، ن منتصف م ى ، ق (∠ هـ ن أ) = ٦٠°

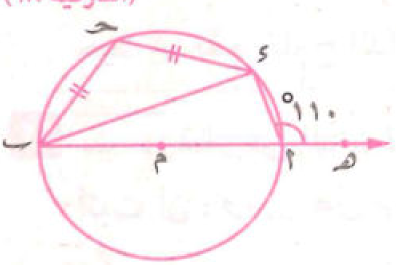
[١] أثبت أن : أ ، م ، ى ، هـ تنتمى لدائرة مركزها ن

[٢] أوجد بالبرهان : ق (∠ هـ ى أ)

---

٢٧ **فى الشكل المقابل :**

(الشرقية ١٨)

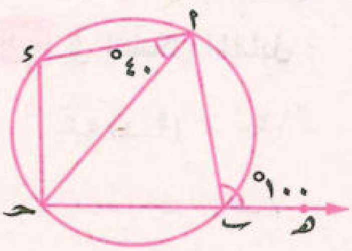


أ ب قطر فى الدائرة م ، هـ ∈ ب أ

، حـ ء = حـ ب ، ق (∠ ء أ هـ) = ١١٠°

أوجد : ق (∠ أ ء حـ)

٢٨ في الشكل المقابل : (المنوفية ٢٣)



إذا كانت : هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$

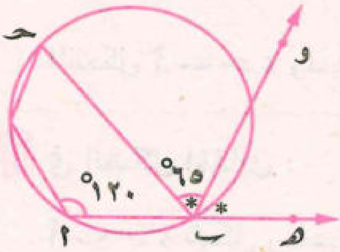
، ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠°

، ق (∠ حـ أ ء) = ٤٠°

أثبت أن : ق ($\frown$ أ ء) = ق ($\frown$ حـ ء)

---

٢٩ في الشكل المقابل : (الإسماعيلية ١٧)



أ ب حـ ء رباعي دائري فيه : ق (∠ أ) = ١٢٠°

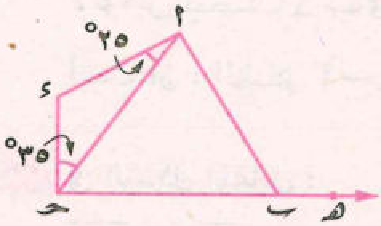
، $\overleftarrow{\text{ب و}}$ ينصف ∠ هـ ب حـ

، ق (∠ و ب حـ) = ٦٥°

أوجد بالبرهان : [١] ق (∠ حـ) [٢] ق (∠ ء)

---

٣٠ في الشكل المقابل : (الدقهلية ١٦)



أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه :

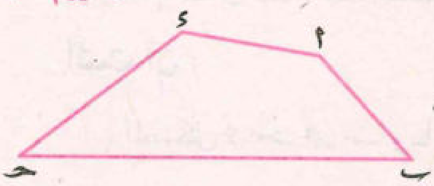
ق (∠ أ حـ ء) = ٣٥° ، ق (∠ حـ أ ء) = ٢٥°

، أخذت النقطة هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ، هـ ∉ $\overline{\text{حـ ب}}$

أوجد : ق (∠ أ ب هـ)

---

٣١ في الشكل المقابل : (الفيوم ١٦)



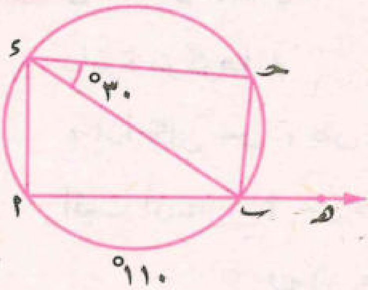
أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه :

ق (∠ ب) = (٤ س − ٣٠)° ، ق (∠ ء) = (٥ س + ٣٠)°

أوجد : قيمة س بالدرجات.

---

٣٢ في الشكل المقابل : (البحر الأحمر ١٩)



هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، ق ($\frown$ أ ب) = ١١٠°

، ق (∠ حـ ء ب) = ٣٠°

أوجد بالبرهان :

ق (∠ هـ ب حـ)

٣٣ اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعى دائريًا. **(الوادى الجديد ١٨ - سوهاج ١٧)**

---

٣٤ **فى الشكل المقابل :** **(جنوب سيناء ١٨)**

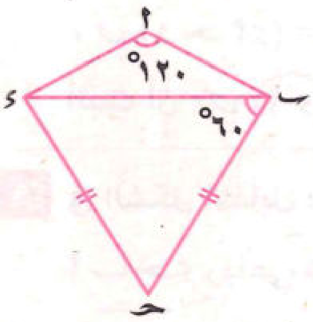
ق (∠ أ) = ١٢٠°

، ب حـ = حـ ء

، ق (∠ حـ ب ء) = ٦٠°

أثبت أن :

الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.



---

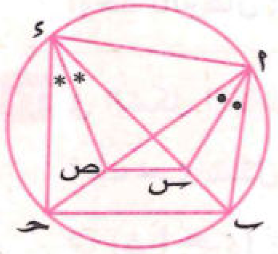
٣٥ **فى الشكل المقابل :** **(كفر الشيخ ١٨ - دمياط ١٦)**

أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة

، $\overleftarrow{\text{أ س}}$ ينصف ∠ ب أ حـ

، $\overleftarrow{\text{ء ص}}$ ينصف ∠ ب ء حـ

أثبت أن : الشكل أ س ص ء رباعى دائرى.



---

٣٦ **فى الشكل المقابل :** **(الجيزة ١٦)**

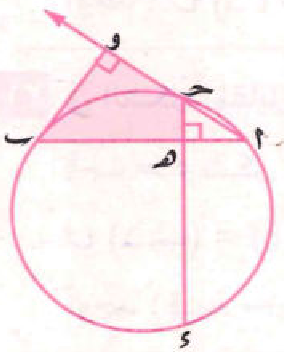
$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ وتران فى دائرة متعامدان ومتقاطعان فى هـ

، رسم $\overleftrightarrow{\text{ب و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ فقطعه فى و ، و ∉ $\overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن :

١ الشكل و حـ هـ ب رباعى دائرى.

٢ ق (∠ ب و هـ) = ق (∠ ب أ ء)



---

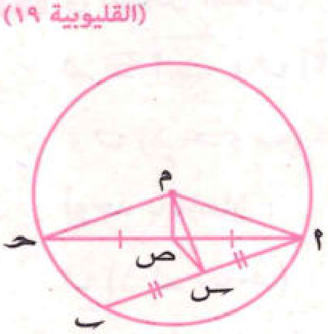
٣٧ **فى الشكل المقابل :** **(القليوبية ١٩)**

دائرة مركزها م

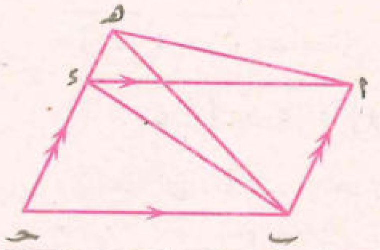
، إذا كان س ، ص منتصفى $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ على الترتيب.

أثبت أن : ١ أ س ص م رباعى دائرى.

٢ ق (∠ م س ص) = ق (∠ م حـ ص)



٣٨ في الشكل المقابل : (البحيرة ١٨ - الأقصر ١٧)



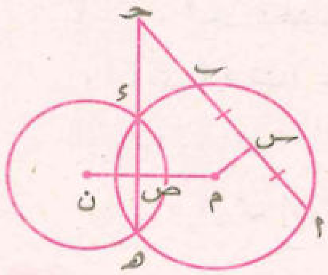
أ ب حـ ء متوازي أضلاع

، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ، ب هـ = أ ء

أثبت أن : الشكل أ ب ء هـ رباعي دائري.

---

٣٩ في الشكل المقابل : (الإسماعيلية ١٧)



س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

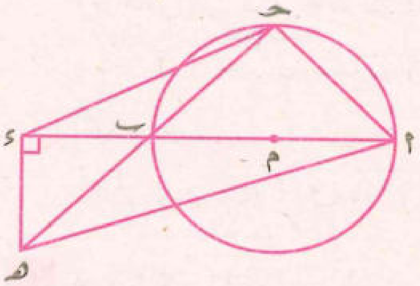
، $\overline{\text{م ن}}$ ∩ $\overline{\text{هـ حـ}}$ = {ص}

١ أثبت أن : الشكل حـ س م ص رباعي دائري.

٢ أوجد : مركز الدائرة المارة برؤوس الشكل حـ س م ص

---

٤٠ في الشكل المقابل : (قنا ١٩)



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م ، ء ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

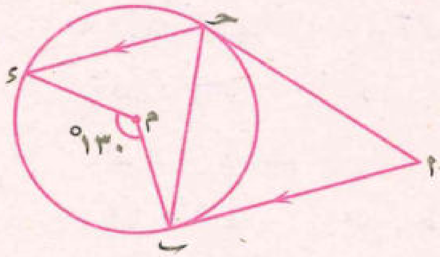
، ء ∉ $\overline{\text{أ ب}}$ ، رسم $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، حـ ∈ $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$

، $\overleftrightarrow{\text{حـ ب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ = {هـ}

أثبت أن : الشكل أ حـ ء هـ رباعي دائري.

---

٤١ في الشكل المقابل : (الوادي الجديد ١٩ - مطروح ١٨ - كفر الشيخ ١٧)



$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م

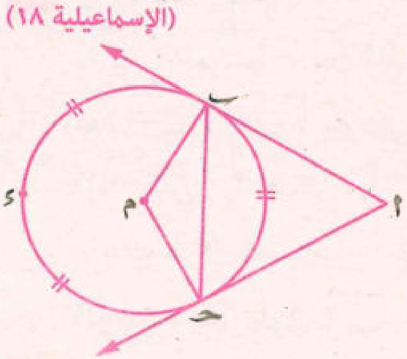
، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ ، ق (∠ ب م ء) = ١٣٠°

١ أثبت أن : $\overrightarrow{\text{حـ ب}}$ ينصف ∠ أ حـ ء

٢ أوجد : ق (∠ أ)

---

٤٢ في الشكل المقابل : (الإسماعيلية ١٨)



$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ مماسان للدائرة م عند ب ، حـ

، ق ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$)

أثبت أن :

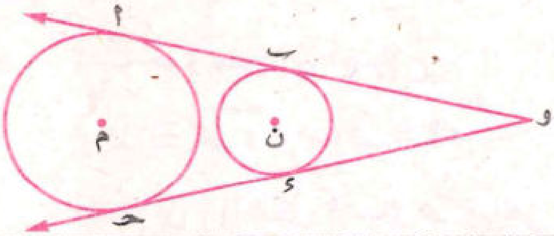
△ أ ب حـ متساوي الأضلاع.

٤٣ **فى الشكل المقابل :** (المنوفية ٢٣)

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماسان مشتركان للدائرتين م ، ن

، $\overrightarrow{أب} \cap \overrightarrow{حـ ء} = \{و\}$

أثبت أن : أب = حـ ء



---

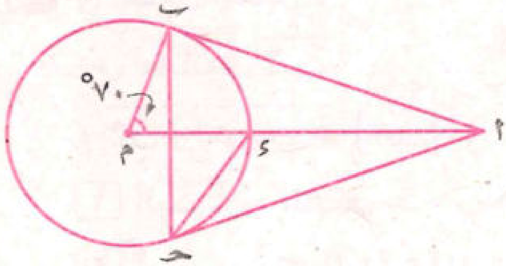
٤٤ **فى الشكل المقابل :** (الإسماعيلية ١٧)

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان مرسومتان من نقطة أ

، ق (∠ أ م ب) = ٧٠°

أوجد : [١] ق (∠ أ ب حـ)

[٢] ق (∠ أ حـ ء)



---

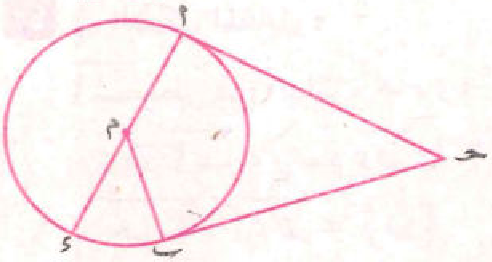
٤٥ **فى الشكل المقابل :** (بنى سويف ١٧)

$\overline{أء}$ قطر فى دائرة مركزها م

، $\overleftarrow{حـ أ}$ ، $\overleftarrow{حـ ب}$ مماسان للدائرة م عند أ ، ب

أثبت أن :

ق (∠ ء م ب) = ق (∠ أ حـ ب)



---

٤٦ **فى الشكل المقابل :** (الإسماعيلية ١٧)

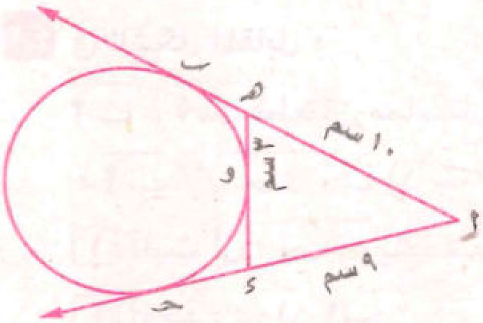
$\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة

، $\overline{هـ ء}$ مماسة للدائرة عند و

بحيث : أ هـ = ١٠ سم

، هـ و = ٣ سم

، أ ء = ٩ سم **أوجد :** طول $\overline{هـ ء}$



---

٤٧ **فى الشكل المقابل :** (المنوفية ١٩)

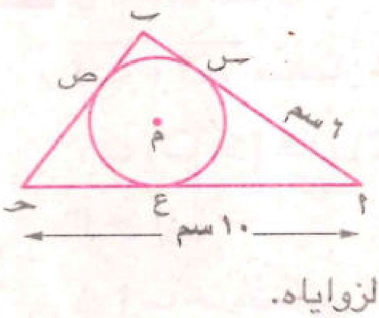
$\overline{أب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ أ}$ مماسات للدائرة م

عند س ، ص ، ع على الترتيب

فإذا كان : أحـ = ١٠ سم ، أ س = ٦ سم

، محيط △ أ ب حـ = ٢٤ سم.

فأوجد : [١] طول $\overline{أب}$ [٢] نوع △ أ ب حـ بالنسبة لزواياه.



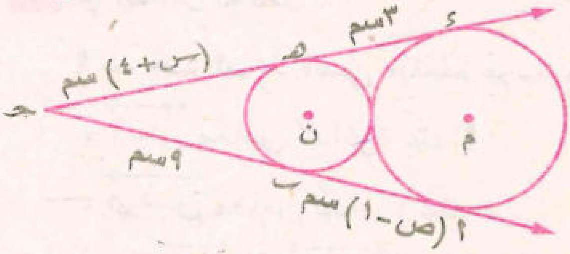
(المنيا ١٨)

٤٨ في الشكل المقابل :

أوجد :

قيمة كل من س ، ص

بالسنتيمترات.



(شمال سيناء ١٩ - الجيزة ١٨)

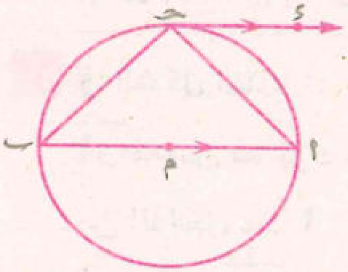
٤٩ في الشكل المقابل :

حـ ء مماس للدائرة م عند حـ

، حـ ء // ب أ ، م ∈ أ ب

[١] أثبت أن : أ حـ = ب حـ

[٢] أوجد : ق (∠ ب)



(القليوبية ١٧)

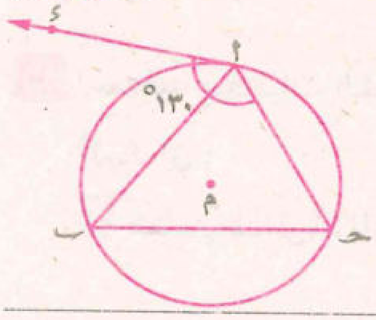
٥٠ في الشكل المقابل :

أ ء مماس للدائرة م عند أ

، ق (∠ ء أ حـ) = ١٣٠°

أوجد بالبرهان :

ق (∠ ب)



(الشرقية ١٧)

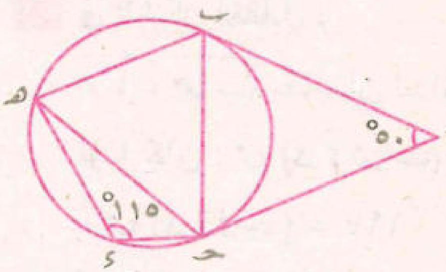
٥١ في الشكل المقابل :

أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

، ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ ء) = ١١٥°

أثبت أن : [١] ب حـ ينصف ∠ أ ب هـ

[٢] حـ ب = حـ هـ



(الإسماعيلية ١٩)

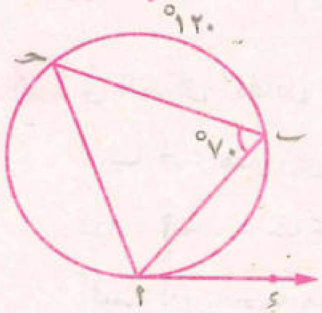
٥٢ في الشكل المقابل :

أ ء مماس للدائرة عند أ

، ق (∠ ب) = ٧٠°

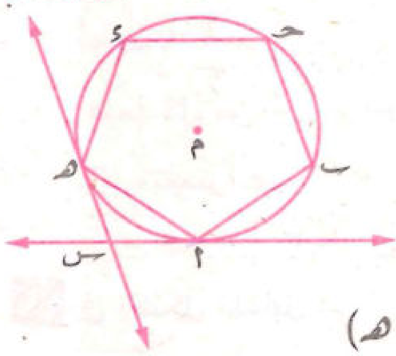
، ق (ب حـ⌢) = ١٢٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء أ ب)



٥٣ **فى الشكل المقابل :**

(البحيرة ١٩)



أ ب جـ د هـ خماسى منتظم مرسوم داخل الدائرة م

، أ س مماس للدائرة عند أ

، هـ س مماس للدائرة عند هـ

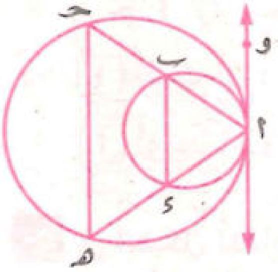
حيث أ س ∩ هـ س = {س}

أوجد : [١] ق (أ هـ⌒) [٢] ق (∠ أ س هـ)

---

٥٤ **فى الشكل المقابل :**

(البحر الأحمر ١٩)



أ و مماس مشترك لدائرتين متماستين

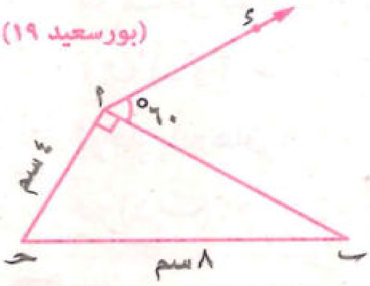
من الداخل عند أ

أثبت أن : ب د // جـ هـ

---

٥٥ **مستعينًا بمعطيات الشكل :**

(بورسعيد ١٩)



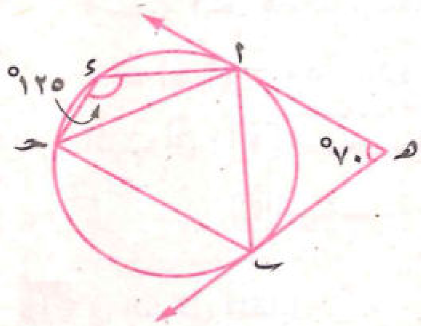
أثبت أن :

أ د مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب جـ

---

٥٦ **فى الشكل المقابل :**

(كفر الشيخ ١٦)



هـ أ ، هـ ب مماسان للدائرة عند أ ، ب

فإذا كان : ق (∠ أ هـ ب) = ٧٠°

، ق (∠ أ د جـ) = ١٢٥°

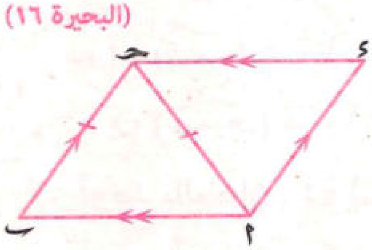
أثبت أن : [١] أ ب = أ جـ

[٢] أ جـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، هـ

---

٥٧ **فى الشكل المقابل :**

(البحيرة ١٦)



أ ب جـ د متوازى أضلاع

فيه : أ جـ = ب جـ

أثبت أن : جـ د مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ

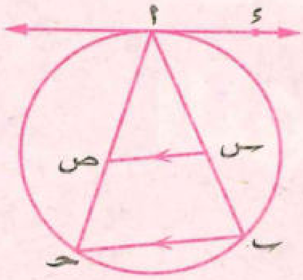
58 **فى الشكل المقابل :** (البحيرة ٢٣ - مطروح ٢٢ - الشرقية ١٩ - المنوفية ١٨ - أسيوط ١٦)

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة عند أ ، س ∈ $\overline{\text{أ ب}}$

، ص ∈ $\overline{\text{أ حـ}}$ حيث $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص



---

59 **فى الشكل المقابل :** (المنوفية ١٧)

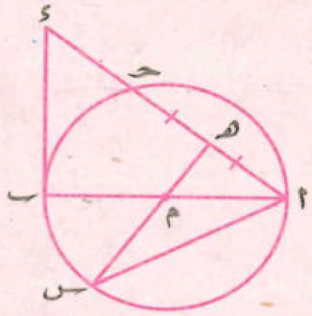
$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، هـ منتصف الوتر $\overline{\text{أ حـ}}$

، $\overline{\text{ب ء}}$ مماسة للدائرة م عند ب ، $\overleftarrow{\text{هـ م}}$ يقطع الدائرة م فى س

أثبت أن : [1] الشكل م هـ ء ب رباعى دائرى.

[2] ق (∠ ب أ س) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ء)

[3] $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة التى تمر بالنقط ب ، حـ ، ء



---

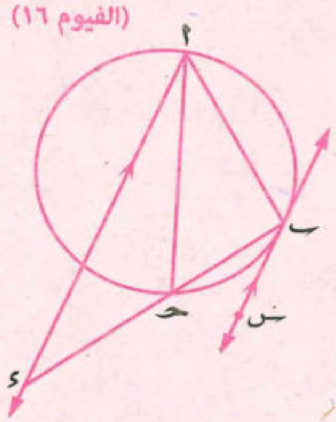
60 **فى الشكل المقابل :** (الفيوم ١٦)

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overleftrightarrow{\text{ب س}}$ مماس للدائرة عند ب

، $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب س}}$

أثبت أن : $\overline{\text{أ ب}}$ مماسة للدائرة المارة برؤوس Δ أ حـ ء



الامتحانات النهائيـــــة

فى الهندســـــة

• نماذج امتحانات الكتاب المدرسى.

• امتحانات بعض المحافظات.

• نماذج امتحانات بنفس مواصفات امتحان محافظة بورسعيد.

للمزيد
من امتحانات
الهندسة
امسح الكود



نموذج 1

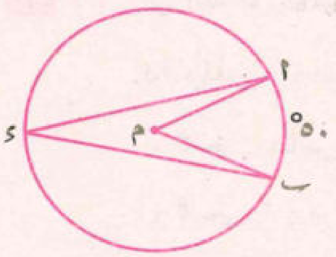
أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) مستقيمة. (د) قائمة.

2 فى الشكل المقابل :



دائرة مركزها م

إذا كان : ق (⌒أ ب) = ٥٠°

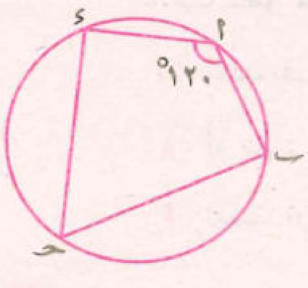
فإن : ق (∠ أ ء ب) = ...

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٥٠°

3 عدد محاور التماثل لأى دائرة هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

4 فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ أ) = ١٢٠° فإن : ق (∠ حـ) = ...

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠°

(جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

5 إذا كان المستقيم مماسًا للدائرة التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

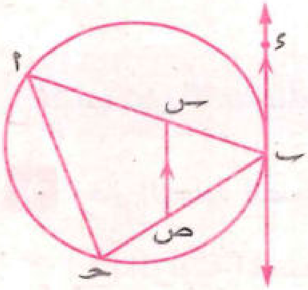
6 سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} ، وطول نصف قطر إحداهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى يساوى .... سم.

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ١١ (د) ١٦

٢ (أ) أكمل مع البرهان :

إذا كان الشكل الرباعى دائريًا فإن كل زاويتين متقابلتين ....

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

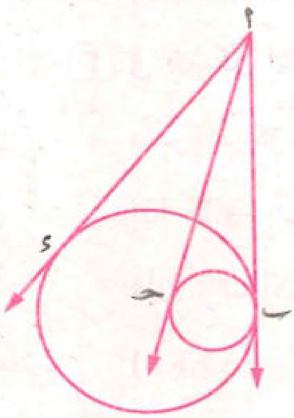
، ب ء مماس للدائرة عند ب

، س ∈ أ ب ، ص ∈ ب حـ حيث س ص // ب ء

أثبت أن : الشكل أ س ص حـ رباعى دائرى.

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



دائرتان متماستان فى نقطة ب ، أ ب مماس مشترك للدائرتين

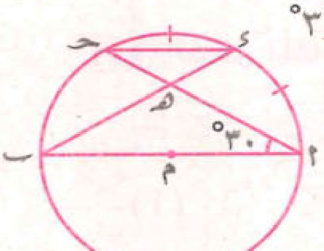
، أ حـ مماس للصغرى ، أ ء مماس للكبرى

، أ حـ = ١٥ سم ، أ ب = (٢ س − ٣) سم

، أ ء = (ص − ٢) سم

أوجد كلًا من : س ، ص

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب قطر فى دائرة م ، حـ ∈ الدائرة ، ق (∠ حـ أ ب) = ٣٠°

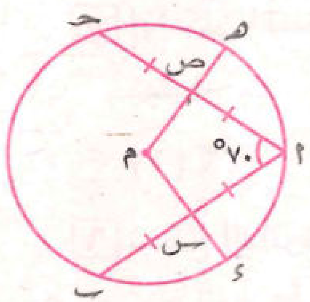
، ء منتصف أ حـ ، ء ب ∩ أ حـ = {هـ}

١ أوجد : ق (∠ ب ء حـ) ، ق (أ ء)

٢ أثبت أن : أ ب // حـ ء

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب ، أ حـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

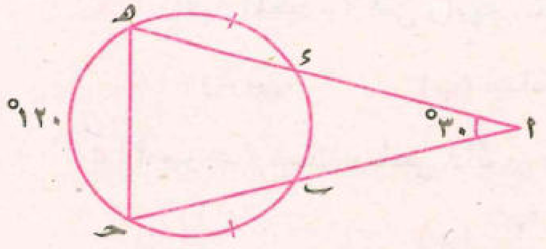
، س منتصف أ ب ، ص منتصف أ حـ

، ق (∠ حـ أ ب) = ٧٠°

١ أوجد : ق (∠ ء م هـ)

٢ أثبت أن : س ء = ص هـ

(ب) فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ) = ٣٠° ، ق (⌒هـ جـ) = ١٢٠°

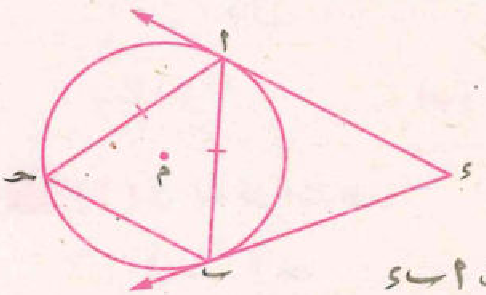
، ق (⌒ب جـ) = ق (⌒ء هـ)

[١] أوجد : ق (⌒ب ء) الأصغر.

[٢] أثبت أن : أ ب = أ ء

---

٥ **(أ)** فى الشكل المقابل :

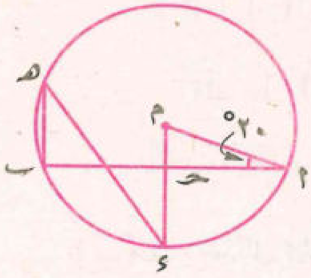


$\overleftrightarrow{\text{ء أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ء ب}}$ مماسان للدائرة م

، أ ب = أ جـ

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث أ ب ء

(ب) فى الشكل المقابل :



جـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ ∩ الدائرة م = {ء}

، ق (∠ م أ ب) = ٢٠°

أوجد : ق (∠ ب هـ ء) ، ق (⌒أ ء ب)

نموذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية : *(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)*

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] قياس القوس الذى يمثل نصف قياس الدائرة يساوى ....

(أ) ٣٦٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٩٠°

[٢] عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

[٣] قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

٤ الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين ....

(أ) وترين. (ب) مماسين. (جـ) وتر ومماس. (د) وتر وقطر.

٥ أ ب جـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) = ٦٠° فإن : ق (∠ جـ) = ...

(أ) ٦٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

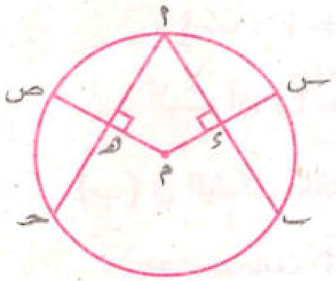
٦ دائرتان م ، ن متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٩ سم

فإن : م ن = ... سم.

(أ) ١٤ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٩

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



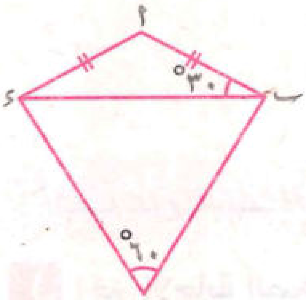
أ ب = أ جـ

، $\overline{\text{م ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

، $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$

أثبت أن : س ء = ص هـ

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = أ ء

، ق (∠ أ ب ء) = ٣٠°

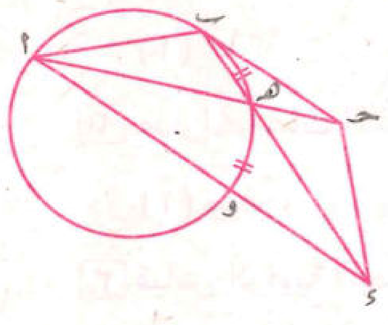
، ق (∠ جـ) = ٦٠°

أثبت أن : الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى.

---

٣ (أ) اذكر حالتين يكون فيهما الشكل الرباعى دائريًا.

(ب) فى الشكل المقابل :

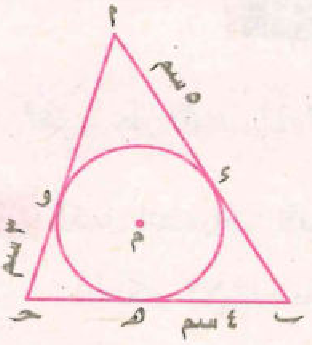


$\overline{\text{ب جـ}}$ مماسة للدائرة عند ب

، هـ منتصف $\overparen{\text{ب و}}$

أثبت أن : أ ب جـ ء رباعى دائرى.

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



المثلث أ ب حـ مرسوم خارج الدائرة م التى تمس أضلاعه

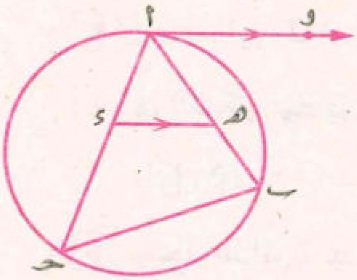
، $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ حـ}$ فى ء ، هـ ، و على الترتيب

، أ ء = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم

، حـ و = ٣ سم

أوجد : محيط المثلث أ ب حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



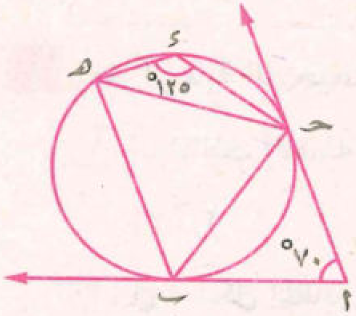
$\overleftarrow{أ و}$ مماس للدائرة عند أ

، $\overleftarrow{أ و}$ // $\overline{ء هـ}$

برهن أن : ء هـ ب حـ شكل رباعى دائرى.

---

٥ فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{أ حـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق (∠ أ) = ٧٠°

، ق (∠ حـ ء هـ) = ١٢٥°

أثبت أن :

[١] حـ ب = حـ هـ   [٢] $\overleftarrow{أ حـ}$ // $\overline{ب هـ}$

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

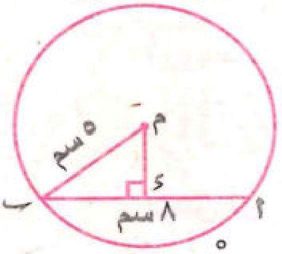
١ أكمل العبارات الآتية :

١ أكبر الأوتار طولاً فى الدائرة يسمى ....

٢ المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون ....

٣ القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة .... فى الطول.

٤ فى الشكل المقابل :



طول $\overline{مء}$ = ... سم.

٥ يوجد للدائرة عدد .... من محاور التماثل.

٦ إذا كان : $\overline{أحـ}$ قطرًا فى الدائرة م فإن : ق $(\overset{\frown}{أحـ})$ = ...°

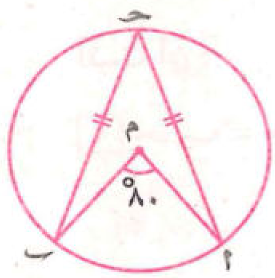
---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت النقطة أ ∋ الدائرة م التى طول قطرها ٦ سم فإن : م أ = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٢ فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ حـ ب) = ...

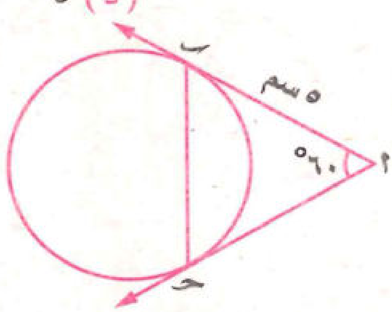
(أ) °٤٠ (ب) °٨٠

(جـ) °٩٠ (د) °١٨٠

٣ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٤ فى الشكل المقابل :



طول $\overline{ب حـ}$ = ... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤

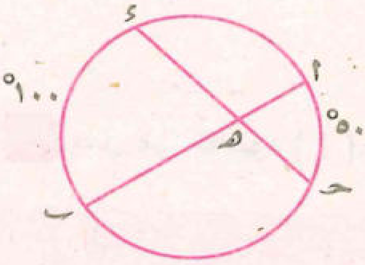
(جـ) ٥ (د) ٦

٥ عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بطرفى القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢

(جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

٦ فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ هـ جـ) = ...

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠°

(جـ) ٧٥° (د) ١٠٠°

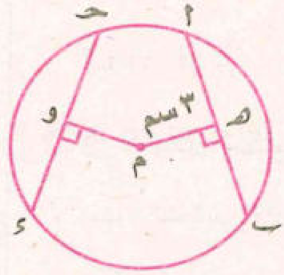
---

٣ ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخطأ :

١ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما بالترتيب $نق_1$ = ٥ سم

، $نق_2$ = ٣ سم فإن : م ن = ١٥ سم ( )

٢ فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ = $\overline{جـ ء}$ ، $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{م و}$ ⊥ $\overline{جـ ء}$

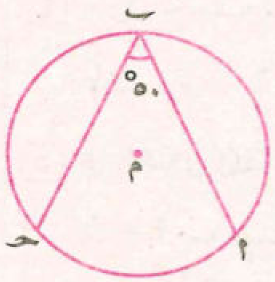
فإذا كان : م هـ = ٣ سم

فإن : م و = ٣ سم ( )

٣ الشكل أ ب جـ ء يكون رباعيًا دائريًا

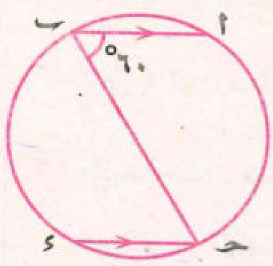
إذا كان : ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) = ٩٠° ( )

٤ فى الشكل المقابل :



ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ١٠٠° ( )

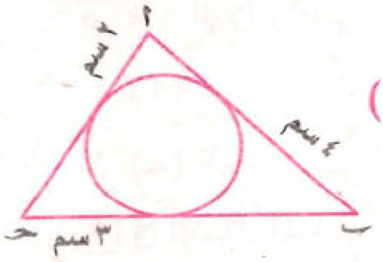
٥ فى الشكل المقابل :



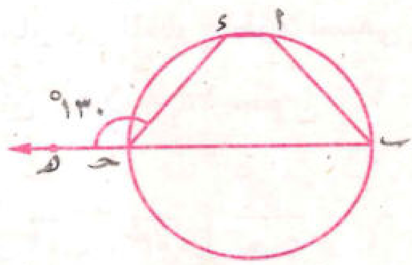
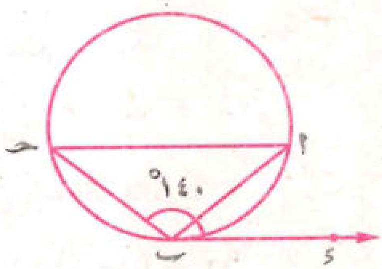
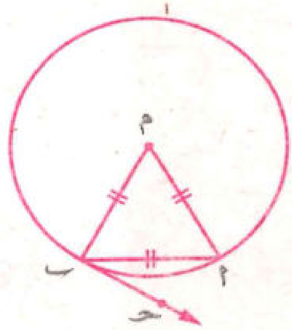
ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) + ق ($\overset{\frown}{جـ ء}$) = ٣٠٠° ( )

٦ فى الشكل المقابل :

محيط Δ أ ب حـ = ٩ سم ( )



٤ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (أ)	العمود (ب)
١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى	• ١٣٠°
٢ فى الشكل المقابل :  ق (∠ أ) = ...	• ٩٠°
٣ فى الشكل المقابل :  $\overleftarrow{\text{ب ء}}$ مماس للدائرة عند ب ، ق (∠ ء ب حـ) = ١٤٠° فإن : ق (∠ أ) = ...	• ٣٠°
٤ طول نصف قطر الدائرة المارة برءوس مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٠ سم يساوى .... سم	• ٥
٥ فى الشكل المقابل :  Δ م أ ب متساوى الأضلاع ، $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ مماس للدائرة عند ب فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ...	• ٤٠°
٦ النسبة بين قياسى الزاويتين المركزية والمحيطية المشتركتين فى نفس القوس فى دائرة واحدة هى	• ٢ : ١

١ محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] متوازى الأضلاع الذى فيه القطران متساويان فى الطول يكون ....

(أ) مربعًا. (ب) معينًا.

(جـ) مستطيلًا. (د) شبه منحرف.

[٢] وتر طوله ٨ سم فى دائرة طول نصف قطرها ٥ سم

فإنه يبعد عن مركزها .... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ١٠

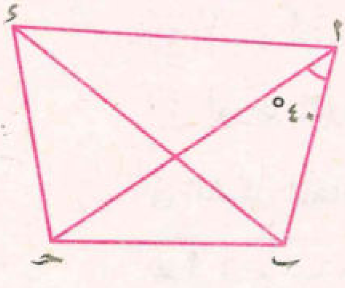
[٣] مساحة المستطيل الذى بعداه ٤ سم ، ٦ سم تساوى .... $سم^2$

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

[٤] إذا تقاطع وتران فى نقطة داخل الدائرة فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوى .... مجموع قياسى القوسين المقابلين لها.

(أ) ضعف (ب) نصف (جـ) ثلث (د) ربع

[٥] فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى

إذا كان : ق (∠ حـ أ ب) = ٤٠°

فإن : ق (∠ حـ ء ب) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٤٠°

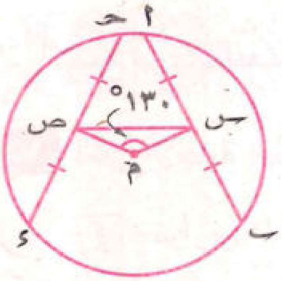
[٦] نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة .... من جهة القاعدة.

(أ) ١ : ٣ (ب) ٢ : ١ (جـ) ٣ : ١ (د) ١ : ٢

٢ (أ) إذا كانت : م ، ن دائرتين طولا نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم على الترتيب.
أوجد م ن فى كل من الحالتين الآتيتين :

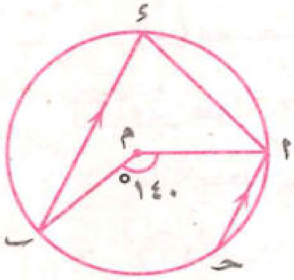
١ الدائرتان متماستان من الخارج. ٢ الدائرتان متماستان من الداخل.

(ب) فى الشكل المقابل :



دائرة مركزها م ، أب = حـ ء
، ق (∠ س م ص) = ١٣٠°
، س ، ص منتصفا أب ، حـ ء
أوجد بالبرهان : ق (∠ م س ص)

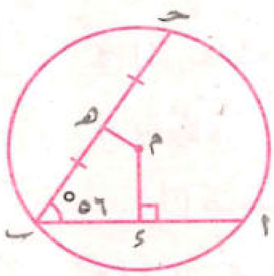
٣ (أ) فى الشكل المقابل :



م دائرة ، ء ب // أ حـ ، ق (∠ أ م ب) = ١٤٠°
أوجد بالبرهان : ١ ق (∠ أ ء ب)
٢ ق (∠ حـ أ ء)

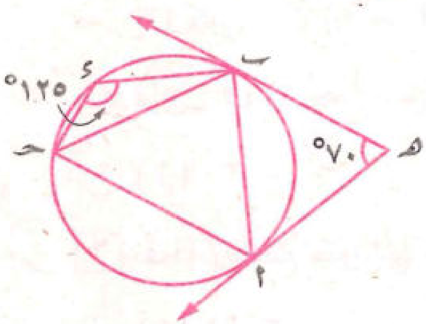
(ب) أوجد طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ١٢٠° فى دائرة محيطها ١٣٢ سم

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



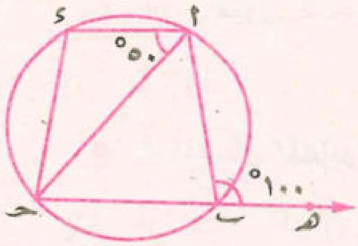
أب ، ب حـ وتران فى الدائرة م
، م ء ⊥ أب ، هـ منتصف حـ ب
، ق (∠ أ ب حـ) = ٥٦°
١ أثبت أن : الشكل هـ م ء ب رباعى دائرى.
٢ أوجد بالبرهان : ق (∠ هـ م ء)

(ب) فى الشكل المقابل :



هـ أ ، هـ ب مماسان للدائرة عند أ ، ب
، ق (∠ ب ء حـ) = ١٢٥° ، ق (∠ أ هـ ب) = ٧٠°
١ أوجد بالبرهان : ق (∠ أ حـ ب)
٢ أثبت أن : ب أ = ب حـ

٥ **(أ) فى الشكل المقابل :**



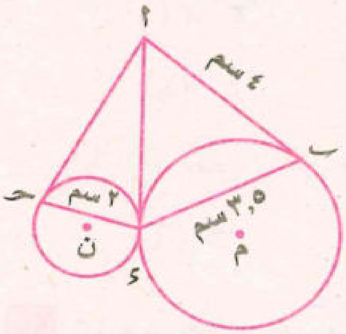
هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$ ، ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠°

، ق (∠ جـ أ ء) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : [١] ق (∠ جـ ء أ)

[٢] ق ($\overset{\frown}{\text{ء أ}}$)

(ب) فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متماستان من الخارج عند ء

، $\overline{\text{أ ب}}$ تمس الدائرة م عند ب ، $\overline{\text{أ جـ}}$ تمس الدائرة ن عند جـ

، أ ب = ٤ سم ، ب ء = ٣,٥ سم ، ء جـ = ٢ سم

أوجد بالبرهان : محيط الشكل أ ب ء جـ

٢ محافظة الجيــزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

[١] إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧ سم ، أ نقطة فى مستواها وكان : م أ = ٤ سم

فإن النقطة أ تقع ....

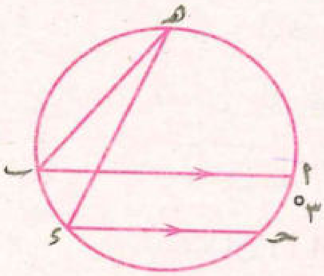
(أ) داخل الدائرة. (ب) خارج الدائرة. (جـ) على الدائرة. (د) غير ذلك.

[٢] إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة

فإن القطعة المستقيمة .... المستقيم.

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) ∈ (د) ⊂

[٣] فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ ء}}$ وتران متوازيان

، ق ($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$) = ٣٠°

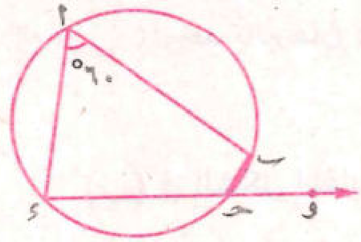
فإن : ق (∠ ب هـ ء) = ...

(أ) ١٥° (ب) ١٠° (جـ) ٣٠° (د) ٦٠°

[٤] معين طول ضلعه ل سم فإن محيطه .... سم

(أ) $ل^2$　　(ب) $2 ل^2$　　(جـ) ٤ ل　　(د) $2\sqrt{2}$ ل

[٥] فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ ب أ ء) = ٦٠°

فإن : ق (∠ ب حـ و) = ...

(أ) ٣٠°　　(ب) ٦٠°

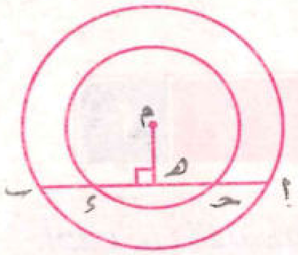
(جـ) ٨٠°　　(د) ١٢٠°

[٦] إذا كان : س ص ع مثلثاً قائم الزاوية فى ص　　فإن : س ع .... ص ع

(أ) >　　(ب) <　　(جـ) =　　(د) ضعف

---

[٢] (أ) فى الشكل المقابل :

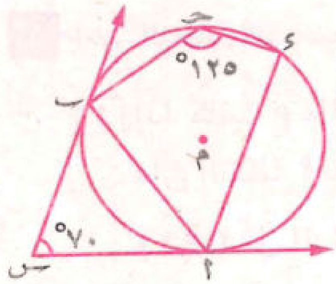


دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{أب}$ وتر فى الدائرة الكبرى

يقطع الدائرة الصغرى فى حـ ، ء ، $\overline{مهـ} \perp \overline{أب}$

أثبت أن : أ حـ = ب ء

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{سأ}$ ، $\overleftrightarrow{سب}$ مماسان للدائرة م عند أ ، ب

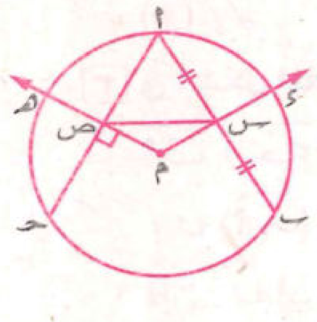
، ق (∠ أ س ب) = ٧٠° ، ق (∠ ء حـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن : [١] $\overline{أب}$ ينصف ∠ ء أ س

[٢] $\overline{أء}$ // $\overleftrightarrow{سب}$

---

[٣] (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

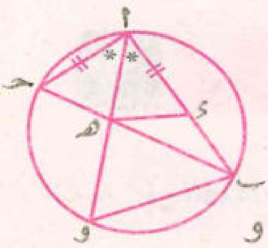
، س منتصف $\overline{أب}$ ، $\overrightarrow{مس}$ يقطع الدائرة فى ء

، $\overrightarrow{مص} \perp \overline{أحـ}$ يقطعه فى ص ويقطع الدائرة فى هـ

أثبت أن : [١] ق (∠ م س ص) = ق (∠ م ص س)

[٢] س ء = ص هـ

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة فيه :

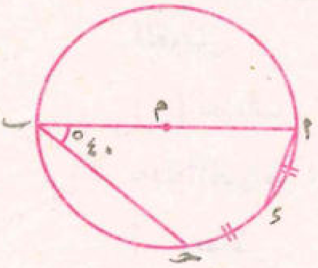
أ ب > أ جـ ، ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث أ جـ = أ ء

، $\overrightarrow{\text{أ هـ}}$ ينصف ∠ ب أ جـ ويقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ في هـ ويقطع الدائرة في و

أثبت أن : الشكل ب ء هـ و رباعي دائري.

---

٤ **(أ)** في الشكل المقابل :

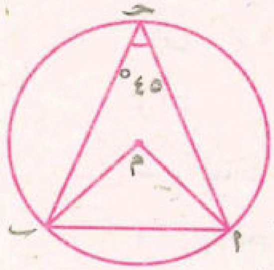


$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م ، ق (∠ أ ب جـ) = ٤٠°

، ء منتصف $\widehat{\text{أ جـ}}$

أوجد : ق (∠ ب أ ء)

(ب) في الشكل المقابل :

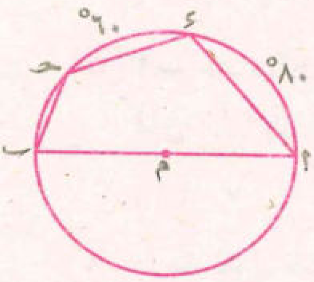


ق (∠ أ جـ ب) = ٤٥°

أوجد : ق (∠ م أ ب)

---

٥ **(أ)** في الشكل المقابل :

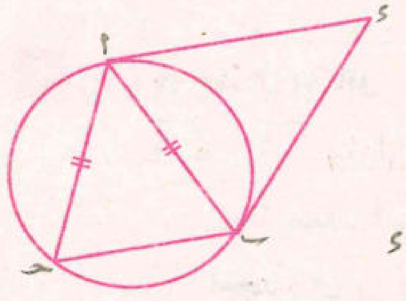


ق ($\widehat{\text{أ ء}}$) = ٨٠° ، ق ($\widehat{\text{ء جـ}}$) = ٦٠°

، $\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م

أوجد : قياسات زوايا الشكل أ ب جـ ء

(ب) في الشكل المقابل :



$\overline{\text{ء أ}}$ ، $\overline{\text{ء ب}}$ قطعتان مماستان للدائرة عند أ ، ب

، أ ب = أ جـ

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ مماسة للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب ء

٣ محافظة الإسكندريــة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية المحيطية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس.

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

٢ عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٣ دائرتان م ، ن متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٩ سم فإن : م ن = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ١٤

٤ فى المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى ب فإن : $(أ ب)^2$ = ...

(أ) $(أ حـ)^2 + (ب حـ)^2$ (ب) $(أ حـ)^2 - (ب حـ)^2$

(جـ) $(ب حـ)^2 - (أ حـ)^2$ (د) $\frac{أ ب \times ب حـ}{أ حـ}$

٥ أ ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه : أ ب = أ حـ ، ق(∠ أ) = ٧٠° فإن : ق(∠ ب) = ...

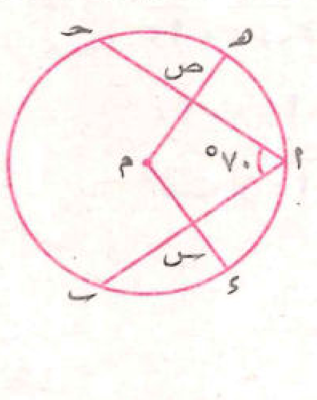
(أ) ٧٠° (ب) ٥٥° (جـ) ٦٥° (د) ١١٠°

٦ مربع طول ضلعه يساوى ٥ سم فإن مساحة سطحه .... سم^2

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٥ (د) ١٢٥

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

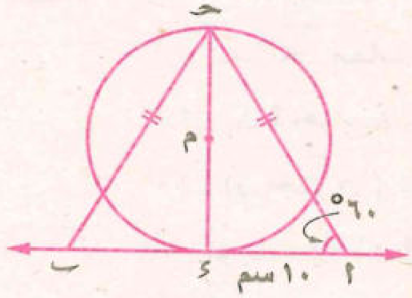


$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ وتران فى الدائرة م ، س منتصف $\overline{أ ب}$ ، ص منتصف $\overline{أ حـ}$ ، ق(∠ حـ أ ب) = ٧٠°

١ أوجد : ق(∠ ء م هـ)

٢ إذا كان : س ء = ص هـ أثبت أن : أ ب = أ حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{ءجـ}}$ قطر فى الدائرة م ، أجـ = ب جـ

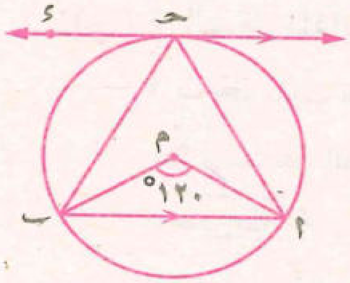
، ق (∠ جـ أ ء) = ٦٠° ، أ ء = ١٠ سم

، $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ مماس للدائرة م عند ء

أوجد : محيط المثلث أ ب جـ

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



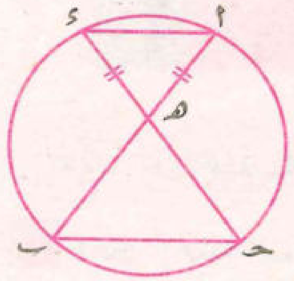
الدائرة م تمر برؤوس المثلث أ ب جـ

، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠° ، $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ مماس للدائرة م عند جـ

، $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ // $\overline{\text{أب}}$

أثبت أن : المثلث أ ب جـ متساوى الأضلاع.

(ب) فى الشكل المقابل :



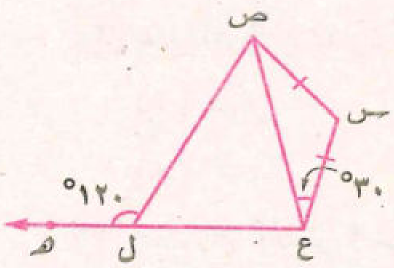
$\overline{\text{أب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ء}}$ = {هـ}

، هـ أ = هـ ء

أثبت أن : هـ ب = هـ جـ

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



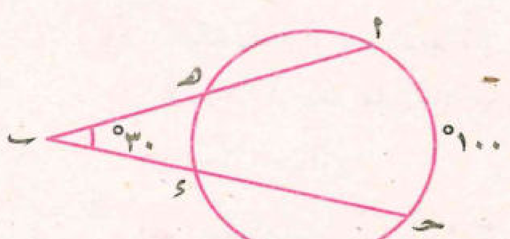
س ص = س ع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ع ل}}$

، ق (∠ س ع ص) = ٣٠°

، ق (∠ هـ ل ص) = ١٢٠°

أثبت أن : الشكل ص س ع ل رباعى دائرى.

(ب) فى الشكل المقابل :

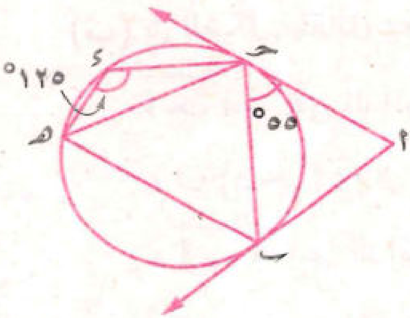


إذا كان : ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ}}$) = ١٠٠°

، ق (∠ ب) = ٣٠°

أوجد بالبرهان : ق ($\overset{\frown}{\text{ء هـ}}$)

٥ (أ) في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

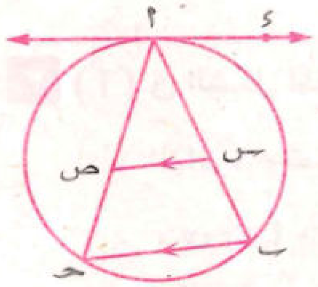
، ق (∠ أ حـ ب) = ٥٥°

، ق (∠ حـ ء هـ) = ١٢٥°

١ أوجد : ق (∠ أ)

٢ أثبت أن : حـ ب = حـ هـ

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة عند أ

، $\overline{سص}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

٤ محافظة القليوبيـة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في △ أ ب حـ إذا كان : (أب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = (أ حـ)^{٢} فإن : ∠ب تكون ....

(أ) منفرجة. (ب) قائمة. (جـ) حادة. (د) مستقيمة.

٢ عدد الدوائر المارة بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١

(جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

٣ إذا كان الشكل أ ب حـ ء رباعيًا دائريًا فإن : ق (∠ أ) + ق (∠حـ) − ٥٠° = ...

(أ) ١٨٠° (ب) ١٥٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٠٠°

٤ إذا كانت : م ، ن دائرتين طولا نصفى قطريهما على الترتيب ٥ سم ، ٧ سم وكان : م ن = ١٢ سم فإن الدائرتين ....

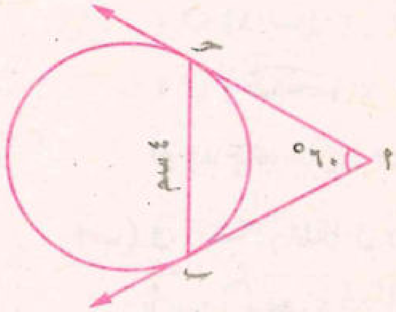
(أ) متباعدتان. (ب) متماستان من الخارج.

(جـ) متماستان من الداخل. (د) متحدتا المركز.

٥ الزاوية المحيطية المرسومة فى ربع دائرة تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) مستقيمة. (د) منفرجة.

٦ فى الشكل المقابل :



إذا كان : أب ، أحـ مماسين للدائرة

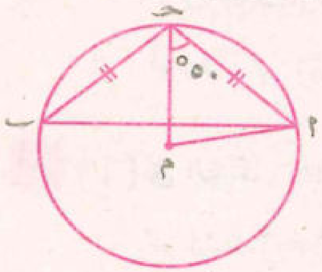
فإن : محيط Δ أ ب حـ = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٨

(جـ) ١٠ (د) ١٢

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

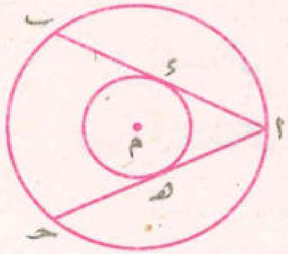


دائرة مركزها م فيها أحـ = ب حـ

، ق (∠ أ حـ م) = ٥٠°

أوجد : ق (∠ حـ أ ب)

(ب) فى الشكل المقابل :



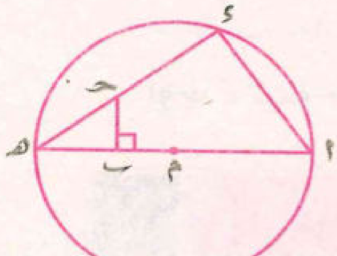
دائرتان متحدتا المركز م

، أب ، أحـ مماسان للدائرة الصغرى عند ء ، هـ

أثبت أن : أب = أحـ

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

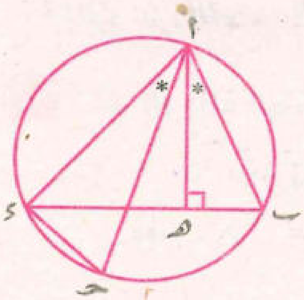


أهـ قطر فى الدائرة م

، حـ ب ⊥ أهـ

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.

(ب) فى الشكل المقابل :

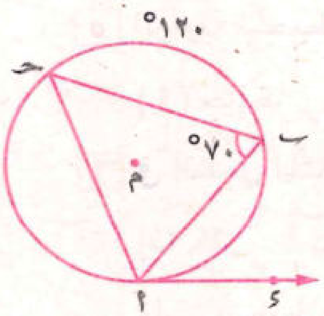


ق (∠ ب أ هـ) = ق (∠ ء أ حـ)

، أهـ ⊥ ب ء

أثبت أن : أحـ قطر فى الدائرة.

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



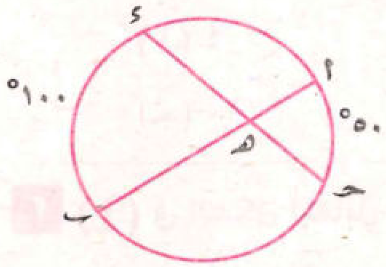
أء مماس للدائرة م

، ق (∠ ب) = ٧٠°

، ق (⌒ب حـ) = ١٢٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء أ ب)

(ب) فى الشكل المقابل :



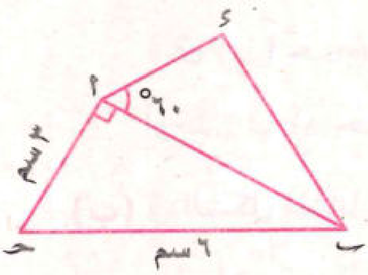
أب ∩ حـ ء = {هـ} ، ق (⌒أ حـ) = ٥٠°

، ق (⌒ء ب) = ١٠٠°

أوجد : ق (∠ أ هـ حـ)

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

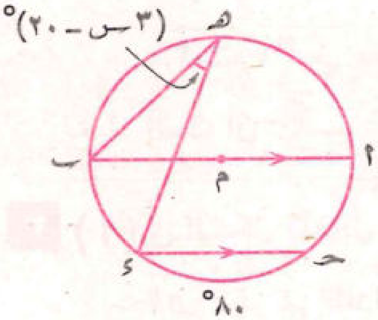


ق (∠ ء أ ب) = ٦٠° ، ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

، أ حـ = ٣ سم ، ب حـ = ٦ سم

أثبت أن : أء مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



أب // حـ ء حيث أب قطر فى الدائرة م

، ق (⌒حـ ء) = ٨٠°

، ق (∠ ب هـ ء) = (٣ س - ٢٠)°

أوجد : قيمة س

٥ محافظة الشرقيـة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٧ سم ، ٣ سم فإن : م ن = ... سم.

(أ) ٤ (ب) ١٢ (جـ) ٦ (د) ١٠

٢ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب طولا ضلعى القائمة فيه ٦ سم ، ٨ سم فإن مساحة الدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ = ... π سم^2

(أ) ٣٦ (ب) ٦٤ (جـ) ٢٥ (د) ١٠٠

٣ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) = ١١٠° فإن : ق (∠ حـ) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ٢٥٠° (جـ) ٨٠° (د) ١١٠°

٤ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم والارتفاع الأكبر ٦ سم فإن مساحة سطحه .... سم^2

(أ) ٣٥ (ب) ٤٢ (جـ) ٣٠ (د) ١٨

٥ قياس الزاوية المحيطية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ٣

٦ دائرة م محيطها ١٢ π سم والنقطة أ فى مستواها فإذا كان : م أ = ٥ سم فإن النقطة أ تقع .... الدائرة.

(أ) خارج (ب) داخل (جـ) على (د) على مركز

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



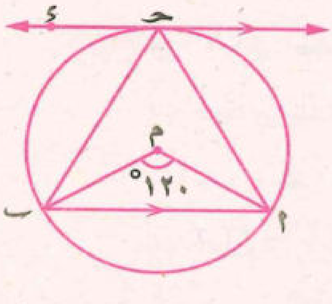
ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$

، م ء = م هـ

، ق (∠ ب) = ٦٥°

أوجد : ق (∠ أ)

(ب) فى الشكل المقابل :

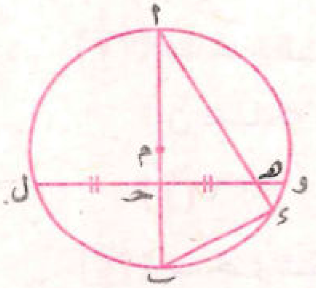


دائرة مركزها م ، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة عند حـ

، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ // $\overline{أ ب}$ ، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن : Δ حـ أ ب متساوى الأضلاع.

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

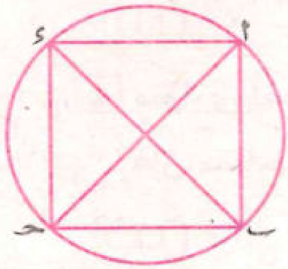


دائرة مركزها م ، أب قطر فيها

، حـ منتصف ول

برهن أن : الشكل هـ ء ب حـ رباعى دائرى.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة فيه :

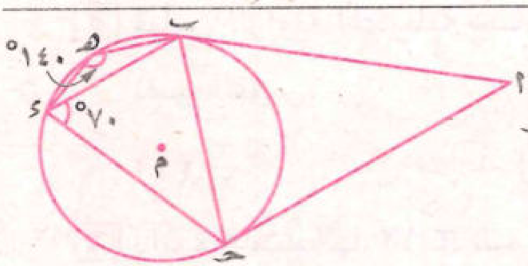
أ حـ = ب ء ، أ ب = (٣ س − ٥) سم

، حـ ء = (س + ٣) سم

أوجد بالبرهان : طول أب

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



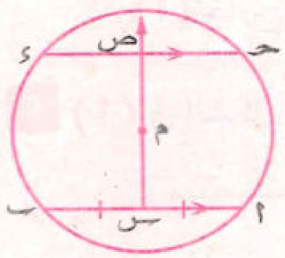
أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

، ق (∠ هـ) = ١٤٠° ، ق (∠ ب ء حـ) = ٧٠°

[١] أوجد : ق (∠ أ)

[٢] برهن أن : حـ ء مماسة للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



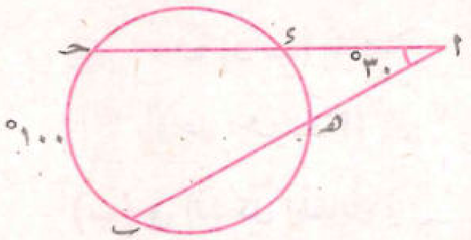
دائرة مركزها م ، س منتصف أب

، أب // حـ ء ، سم ∩ حـ ء = {ص}

برهن أن : ص منتصف حـ ء

---

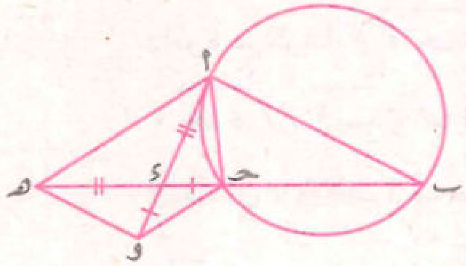
٥ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ) = ٣٠° ، ق (ب حـ⌒) = ١٠٠°

أوجد : ق (ء هـ⌒)

(ب) فى الشكل المقابل :



أء مماس للدائرة عند أ

، أ ء = ء هـ ، حـ ء = ء و

أثبت أن : [١] الشكل أ حـ و هـ رباعى دائرى.

[٢] أب // و هـ

٦ محافظة المنوفيـة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد محاور تماثل المعين يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٤

٢ نقطة تلاقى متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة .... من جهة القاعدة.

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٣ (د) ٣ : ١

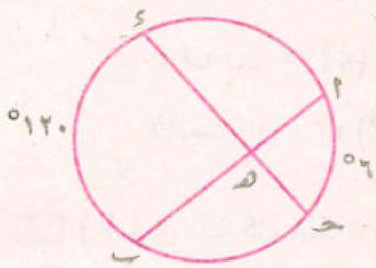
٣ $\triangle$ أ ب حـ فيه : $(أب)^2 + (ب حـ)^2 < (أ حـ)^2$ فإن : ∠ب تكون ....

(أ) مستقيمة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) حادة.

٤ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة م التى طول قطرها ٨ سم فإن بعد المستقيم ل عن مركز الدائرة يساوى .... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٥ فى الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{أب} \cap \overline{حـ ء} = \{هـ\}$

، ق $(\overset{\frown}{أ حـ})$ = ٦٠° ، ق $(\overset{\frown}{ب ء})$ = ١٢٠°

فإن : ق (∠أ هـ حـ) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٧٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٨٠°

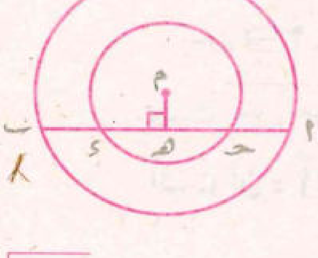
٦ إذا كان : أ ب حـ ء رباعيًا دائريًا ، ق (∠أ) : ق (∠حـ) = ١ : ٢

فإن : ق (∠أ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{أب}$ وتر فى الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى فى حـ ، ء على الترتيب ، $\overline{م هـ} \perp \overline{أب}$

أثبت أن : أ حـ = ب ء

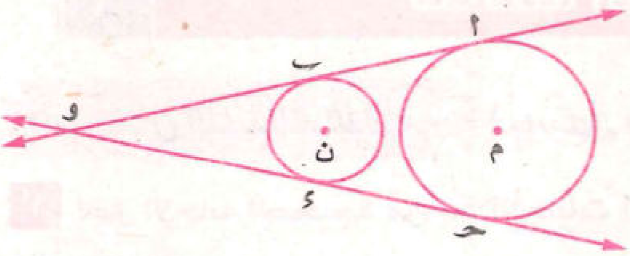
(ب) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماسان مشتركان

للدائرتين م ، ن

، $\overleftrightarrow{\text{أب}} \cap \overleftrightarrow{\text{حـ ء}} = \{\text{و}\}$

أثبت أن : أب = حـ ء



---

٣ **(أ)** في الشكل المقابل :

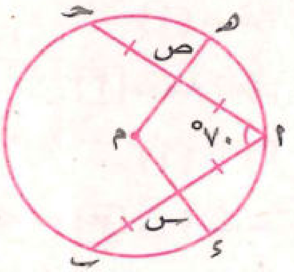
$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، س منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{أحـ}}$

، ق ($\angle$ ب أ حـ) = 70°

١ أوجد : ق ($\angle$ ء م هـ)

٢ أثبت أن : س ء = ص هـ

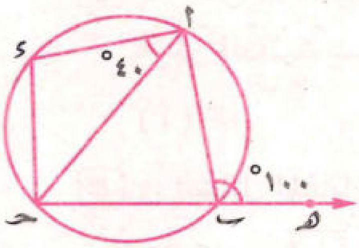


(ب) في الشكل المقابل :

إذا كانت : هـ $\in \overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ، ق ($\angle$ أ ب هـ) = 100°

، ق ($\angle$ حـ أ ء) = 40°

فأثبت أن : ق ($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$)



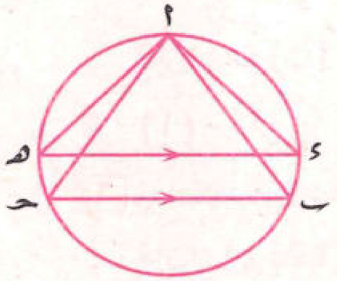
---

٤ **(أ)** في الشكل المقابل :

$\triangle$ أ ب حـ مرسوم داخل دائرة

، $\overline{\text{ء هـ}} \parallel \overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : ق ($\angle$ ء أ حـ) = ق ($\angle$ ب أ هـ)



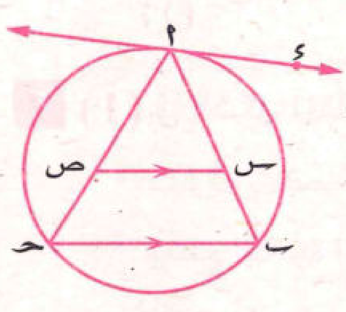
(ب) في الشكل المقابل :

$\triangle$ أ ب حـ مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ مماس للدائرة عند أ

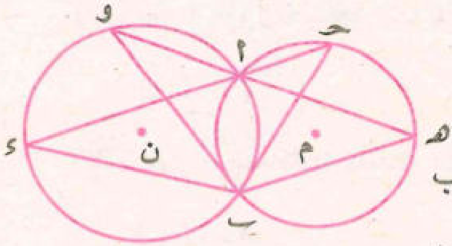
، س $\in \overline{\text{أب}}$ ، ص $\in \overline{\text{أحـ}}$

حيث $\overline{\text{س ص}} \parallel \overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص



٥ (أ) فى الشكل المقابل :



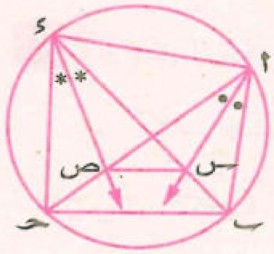
م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ يقطع الدائرتين م ، ن فى حـ ، ء على الترتيب

، $\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ يقطع الدائرتين م ، ن فى هـ ، و على الترتيب

أثبت أن : ق (∠ حـ ب هـ) = ق (∠ و ب ء)

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{أس}}$ ينصف ∠ ب أ حـ

، $\overleftarrow{\text{ءص}}$ ينصف ∠ ب ء حـ

أثبت أن : أ س ص ء رباعى دائرى.

٧ محافظة الغربيـة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....

(أ) ١٢٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ١٠٨° (د) ٩٠°

٢ ميل المستقيم : ٣ س – ٥ ص = –٧ هو ....

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{-٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٥}{٣}$ (د) $\frac{-٥}{٣}$

٣ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى مرسوم داخل دائرة فيه : ق (∠ أ) = ٧٠°

فإن : ق $(\overset{\frown}{\text{ب أ ء}})$ = ...

(أ) ٣٥° (ب) ١١٠° (جـ) ١٤٠° (د) ٢٢٠°

٤ أ ب حـ ء معين فإن عدد الدوائر التى يمكن أن تمر بالرؤوس أ ، ب ، حـ

يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١

(جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

٥ مربع طول ضلعه يساوى ٤ سم فإن طول قطره يساوى .... سم

(أ) ٤ $\sqrt{2}$ (ب) ١٦ (جـ) ٣٢ (د) ١٦ $\sqrt{2}$

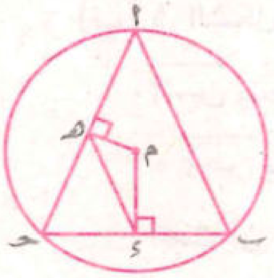
٦ عدد ارتفاعات المثلث المتساوى الساقين يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١

(جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

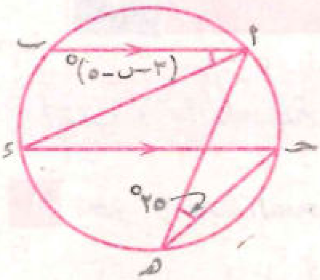


أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م

، $\overline{م ء} \perp \overline{ب جـ}$ ، $\overline{م هـ} \perp \overline{أ جـ}$

أثبت أن : محيط Δ جـ ء هـ = $\frac{1}{2}$ محيط Δ أ ب جـ

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران متوازيان فى الدائرة

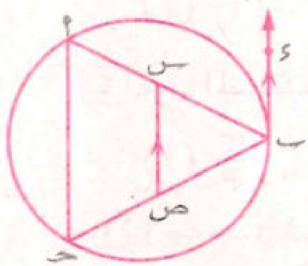
، ق (∠ ب أ ء) = (٣ س − ٥)°

، ق (∠ أ هـ جـ) = ٢٥°

أوجد : قيمة س

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

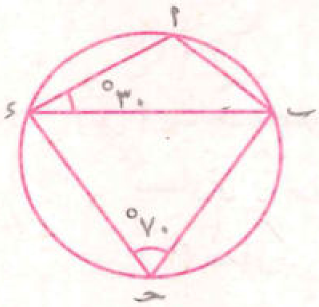


أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ مماس للدائرة عند ب

، س ∈ $\overline{أ ب}$ ، ص ∈ $\overline{ب جـ}$ حيث $\overline{س ص}$ // $\overleftarrow{ب ء}$

أثبت أن : الشكل أ س ص جـ رباعى دائرى.

(ب) فى الشكل المقابل :



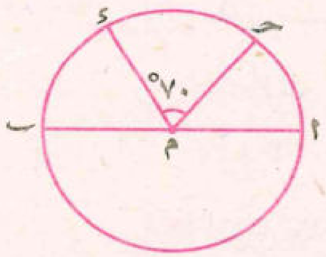
أ ب جـ ء رباعى دائرى

، ق (∠ أ ء ب) = ٣٠°

، ق (∠ ب جـ ء) = ٧٠°

أوجد : ق (∠ أ ب ء)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



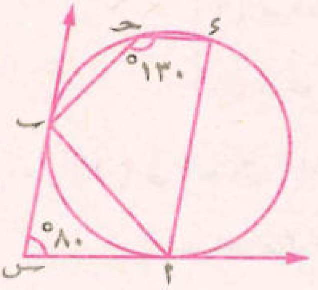
أب قطر فى الدائرة م

، ق (∠ ح م ء) = °٧٠

، ق (أح⌒) : ق (ب ء⌒) = ٥ : ٦

أوجد : ق (أ ح ء⌒)

(ب) فى الشكل المقابل :



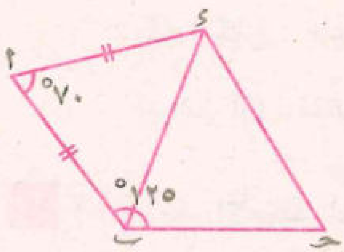
س أ ، س ب مماسان للدائرة عند أ ، ب

، ق (∠ أ س ب) = °٨٠ ، ق (∠ ء ح ب) = °١٣٠

أثبت أن : أء // س ب

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

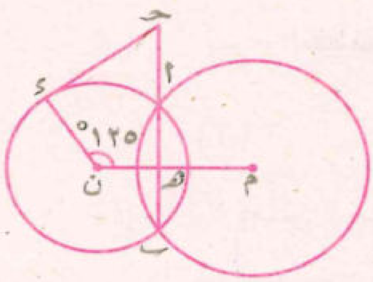


أب = أء ، ق (∠ أ) = °٧٠

، ق (∠ أ ب ح) = °١٢٥

أثبت أن : ب ح مماسة للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، ء

(ب) فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، ح ء مماسة للدائرة ن ، ح ∈ ب أ

، ق (∠ م ن ء) = °١٢٥

أوجد : ق (∠ ء ح هـ)

٨ محافظة الدقهلية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ محيط الدائرة التى طول قطرها ٦ سم يساوى .... سم

(أ) ٣ π (ب) ٦ π (جـ) ٩ π (د) ١٢ π

[٢] طول نصف قطر الدائرة التى مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (٣ ، ٤) يساوى .... وحدة طول.

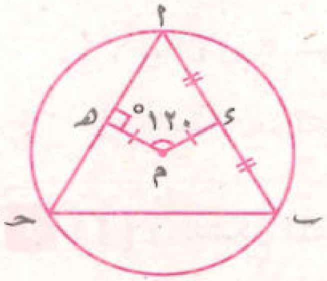
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٧

[٣] الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أصغر فى الدائرة هى زاوية ....

(أ) منعكسة. (ب) قائمة.

(جـ) منفرجة. (د) حادة.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م

، ء منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{مهـ} \perp \overline{أحـ}$

فإذا كان : م ء = م هـ ، ق(∠ ء م هـ) = ١٢٠°

برهن أن : المثلث أ ب حـ متساوى الأضلاع.

---

[٢] (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كانت : $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة طولها ٤ سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى .... سم

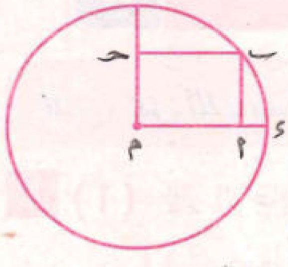
(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

[٢] لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

(أ) المستطيل. (ب) المربع.

(جـ) شبه المنحرف المتساوى الساقين. (د) متوازى الأضلاع.

[٣] فى الشكل المقابل :



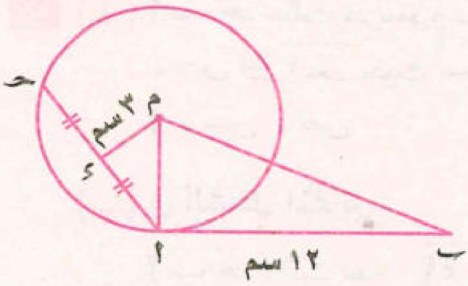
دائرة م طول نصف قطرها ٥ سم

، الشكل م أ ب حـ مستطيل ، م حـ = ٣ سم

فإن : أ ء = ... سم

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

(ب) فى الشكل المقابل :



دائرة م طول نصف قطرها ٥ سم

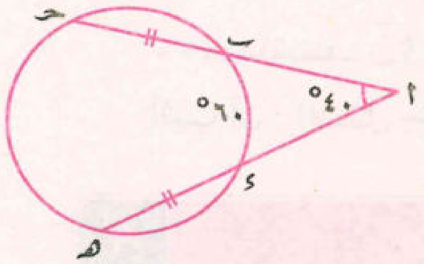
، رسم $\overleftrightarrow{\text{اب}}$ مماس لها عند ا ، ء منتصف $\overline{\text{احـ}}$

فإذا كان : اب = ١٢ سم ، مء = ٣ سم

أوجد : مساحة الشكل ابمء

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



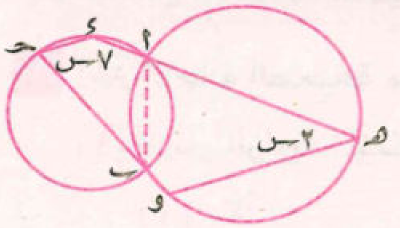
$\overline{\text{حـب}}$ ، $\overline{\text{هـء}}$ وتران متساويان فى الطول فى دائرة

بحيث $\overleftrightarrow{\text{حـب}} \cap \overleftrightarrow{\text{هـء}}$ = {ا} ، ق (∠ا) = °٤٠

، ق ($\overset{\frown}{\text{بء}}$) = °٦٠

أوجد : ق ($\overset{\frown}{\text{بحـ}}$)

(ب) فى الشكل المقابل :



دائرتان متقاطعتان فى ا ، ب

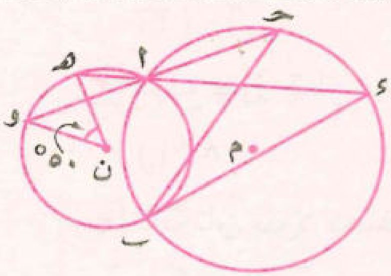
، ا ∈ $\overline{\text{ءهـ}}$ ، ب ∈ $\overline{\text{وحـ}}$

، ق (∠هـ) = (٢ س)° ، ق (∠ء) = (٧ س)°

أوجد : قيمة س

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

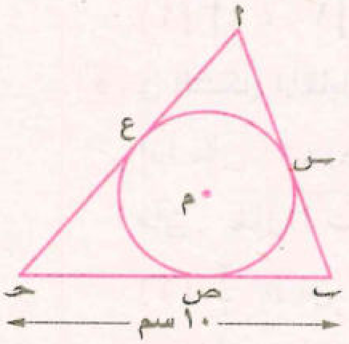


دائرتان م ، ن متقاطعتان فى ا ، ب

، $\overline{\text{حـو}} \cap \overline{\text{ءهـ}}$ = {ا} فإذا كان : ق (∠هـ ن و) = °٥٠

أوجد : ق (∠ءبحـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



المثلث ابحـ يمس الدائرة م من الخارج

فى النقط س ، ص ، ع

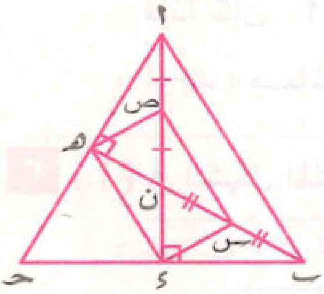
فإذا كان محيط المثلث ابحـ يساوى ٣٠ سم

، طول $\overline{\text{بحـ}}$ = ١٠ سم

أوجد : طول $\overline{\text{اس}}$

٥ **(أ)** $\overline{أ ب ح}$ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة عند أ ، س ∈ $\overline{أ ب}$ ، ص ∈ $\overline{أ ح}$ حيث $\overline{س ص}$ // $\overline{ب ح}$ برهن أن : $\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص .

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث فيه : $\overline{أ ء} \perp \overline{ب ح}$

، $\overline{ب هـ} \perp \overline{أ ح}$ ، س منتصف $\overline{ن ب}$

، ص منتصف $\overline{ن أ}$

أثبت أن : الشكل س ص هـ ء رباعى دائرى.

٩ محافظة الإسماعيلية

أجب عن الأسئلة الآتية : *(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)*

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية المنعكسة للزاوية التى قياسها ٦٠° يساوى ....

(أ) ٣٠°   (ب) ١٢٠°   (جـ) ٣٠٠°   (د) ٣٦٠°

٢ أ ب ح ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) = ق (∠ ح) = ...

(أ) ٦٠°   (ب) ٩٠°   (جـ) ١٢٠°   (د) ١٨٠°

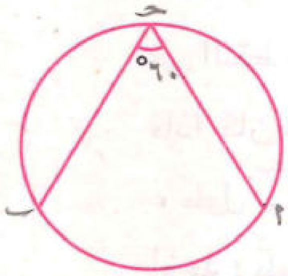
٣ مربع طول قطره ٨ سم فإن مساحته .... سم^{٢}

(أ) ٨   (ب) ١٦   (جـ) ٣٢   (د) ٦٤

٤ دائرتان طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٧ سم تكونان متماستين إذا كان البعد بين مركزيهما ∈ ....

(أ)]٤ ، ١٠[(ب)]١٠ ، ∞[(جـ)]صفر ، ٤[(د) {٤ ، ١٠}

٥ فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ أ ح ب) = ٦٠°

فإن : طول $\overset{\frown}{أ ب}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ π نق   (ب) $\frac{١}{٣}$ π نق

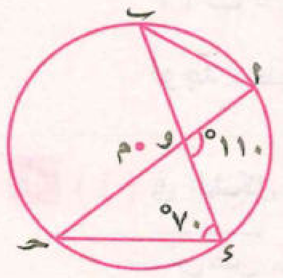
(جـ) $\frac{١}{٦}$ π نق   (د) ١٢ π نق

٦ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....

(أ) ٦٠° (ب) ١٢٠° (جـ) ١٣٠° (د) ١٨٠°

---

٢ **(أ)** في الشكل المقابل :



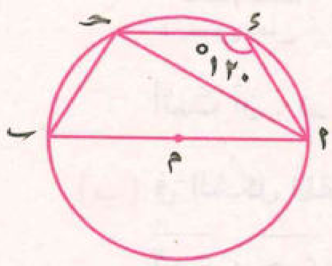
أحـ ، بء وتران فى الدائرة م متقاطعان فى و

حيث ق (∠ أ و ء) = ١١٠°

، ق (∠ ء) = ٧٠°

أوجد : ق (∠ ب)

(ب) في الشكل المقابل :

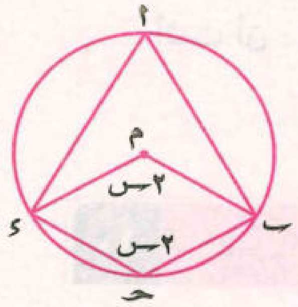


أب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ء) = ١٢٠°

أوجد : ق (∠ حـ أ ب)

---

٣ **(أ)** في الشكل المقابل :



ق (∠ ب م ء) = ق (∠ ب حـ ء) = ٢ س

أوجد : ق (∠ أ) بالدرجات.

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م

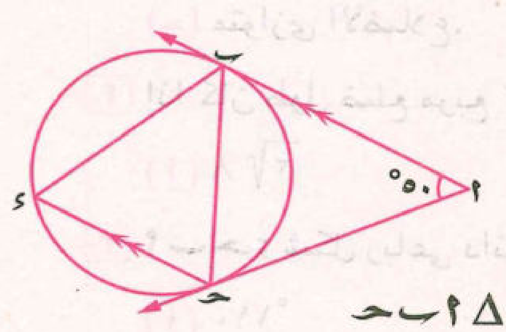
، ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (∠ ب) = ٧٠°

، م ء ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ حـ

أثبت أن : م ء = م هـ

---

٤ **(أ)** في الشكل المقابل :



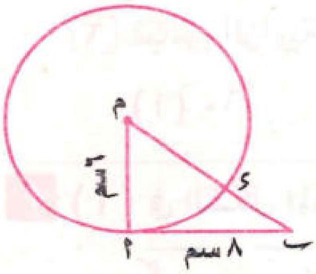
أب ، أجـ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق (∠ أ) = ٥٠° ، أب // حـ ء

١ أوجد : ق (∠ حـ ء ب)

٢ أثبت أن : ب ء مماسة للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



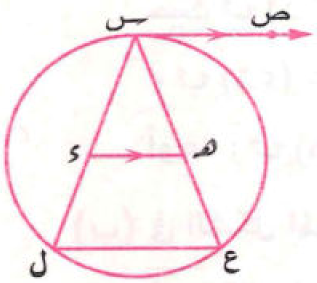
$\overline{\text{أب}}$ مماسة للدائرة م ، م أ = ٦ سم

، أب = ٨ سم

أوجد : طول $\overline{\text{ءب}}$

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

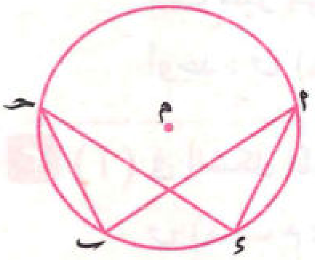


$\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة

، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ءهـ}}$

أثبت أن : هـ ء ل ع رباعى دائرى.

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

أثبت أن : أء = حـ ب

١٠ محافظة دمياط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ القطران متساويان فى الطول وغير متعامدين فى ....

(أ) المربع. (ب) المعين.

(جـ) متوازى الأضلاع. (د) المستطيل.

٢ إذا كان طول ضلع مربع $٢\sqrt{٢}$ سم فإن مساحته تساوى .... سم^{٢}

(أ) $٨\sqrt{٢}$ (ب) $٤\sqrt{٢}$ (جـ) ٨ (د) ٤

٣ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، ق (∠ب) = ٧٠° فإن : ق (∠ء) = ...

(أ) ١١٠° (ب) ٩٠° (جـ) ٧٠° (د) ٣٥°

٤ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أصغر فى الدائرة تكون ....

(أ) منعكسة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) حادة.

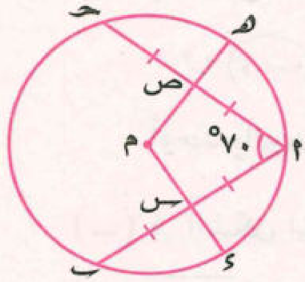
٥ إذا كانت : م ، ن دائرتين متماستين من الداخل طولا نصفى قطريهما ٤ سم ، ٩ سم

فإن : م ن = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ١٣

٦ قياس كل زاوية داخلة فى المضلع السداسى المنتظم يساوى ....

(أ) ٦٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٢٠° (د) ١٤٤°



٢ (أ) فى الشكل المقابل :

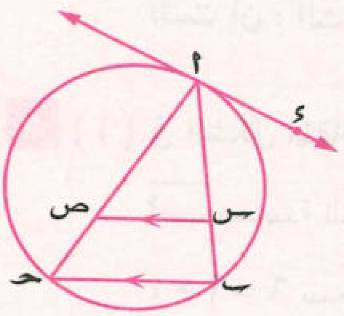
أب ، أحـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، س منتصف أب ، ص منتصف أحـ

، ق (∠ حـ أ ب) = ٧٠°

١ أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)

٢ أثبت أن : س ء = ص هـ



(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، أ ء مماس للدائرة عند أ ، س ∈ أب

، ص ∈ أحـ حيث س ص // ب حـ

أثبت أن : أ ء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص



٣ (أ) فى الشكل المقابل :

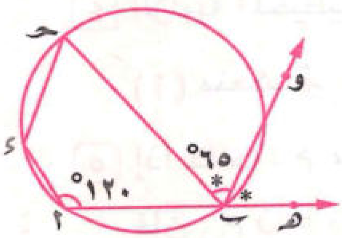
م دائرة ، ق (أحـ⌒) = ق (ب حـ⌒)

، ق (∠ م أ ب) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : ١ ق (∠ حـ)

٢ ق (أحـ⌒)

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه :

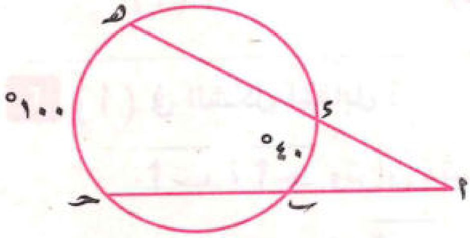
ق (∠ أ) = ١٢٠° ، هـ ∈ أ ب

، ب و ينصف ∠ هـ ب حـ ، ق (∠ و ب حـ) = ٦٥°

أوجد بالبرهان : [١] ق (∠ حـ) [٢] ق (∠ ء)

---

٤ (أ) في الشكل المقابل :

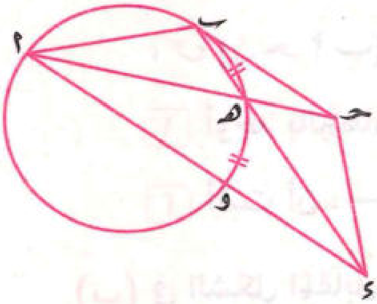


إذا كان : ق (هـ حـ) = ١٠٠°

، ق (ء ب) = ٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ)

(ب) في الشكل المقابل :



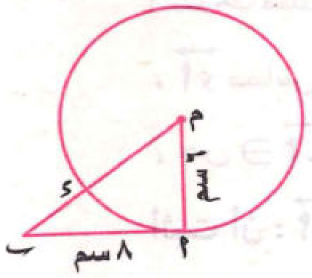
ب حـ قطعة مماسة للدائرة عند ب

، هـ منتصف ب و

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري.

---

٥ (أ) في الشكل المقابل :

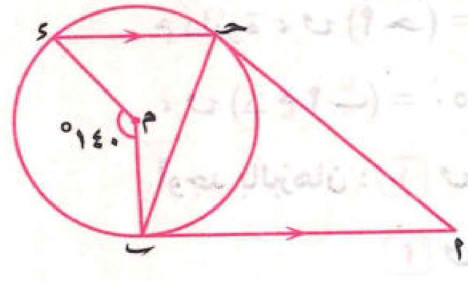


أ ب مماسة للدائرة م عند أ

، م أ = ٦ سم ، أ ب = ٨ سم

أوجد بالبرهان : طول ء ب

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان للدائرة م

، أ ب // حـ ء ، ق (∠ ب م ء) = ١٤٠°

[١] أثبت أن : حـ ب ينصف ∠ أ حـ ء

[٢] أوجد بالبرهان : ق (∠ أ)

١١ محافظة البحيـرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان الشكل ٢ ب حـ ء رباعيًا دائريًا فإن : ق (∠ ٢) + ق (∠ حـ) = ...

(أ) ٩٠° (ب) ١٢٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

٢ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أكبر من نصف الدائرة تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) مستقيمة. (د) قائمة.

٣ وتر طوله ٦ سم فى دائرة طول نصف قطرها ٥ سم

فإنه يبعد عن مركزها .... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٤ مربع محيطه = ٢٠ سم تكون مساحته = ... سم²

(أ) ٢٥ (ب) ٤٠ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

٥ إذا كان : ق (∠ ٢) = ١١٠° فإن : ق (∠ ٢) المنعكسة = ...

(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٢٥٠°

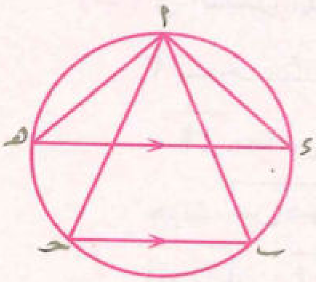
٦ إذا كان المثلث ٢ ب حـ فيه : ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = ٦٠°

فإن عدد محاور تماثله يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) صفر

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

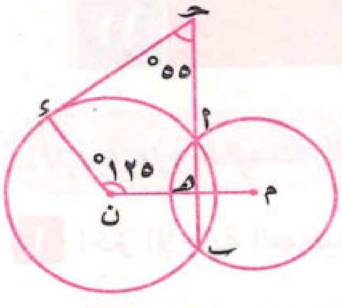


٢ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$

أثبت أن : ق (∠ ء ٢ حـ) = ق (∠ هـ ٢ ب)

(ب) فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، مَن ∩ أب = {هـ} ، حـ ∈ بأ

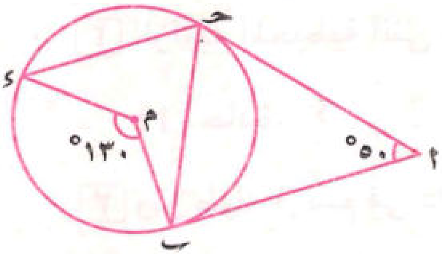
، ء ∈ الدائرة ن ، ق (∠ م ن ء) = ١٢٥°

، ق (∠ب حـ ء) = ٥٥°

أثبت أن : حـ ء مماس للدائرة ن عند ء

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

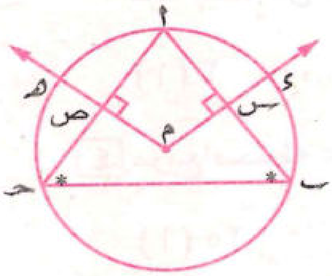


أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م

، ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ب م ء) = ١٣٠°

أثبت أن : أب // حـ ء

(ب) فى الشكل المقابل :



أب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م فيه :

ق (∠ب) = ق (∠حـ)

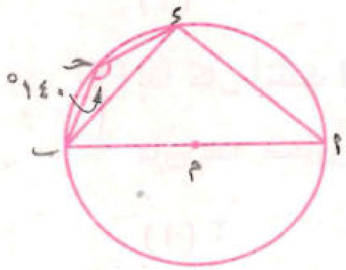
، م س ⊥ أب ويقطع الدائرة فى ء

، م ص ⊥ أحـ ويقطع الدائرة فى هـ

أثبت أن : س ء = ص هـ

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

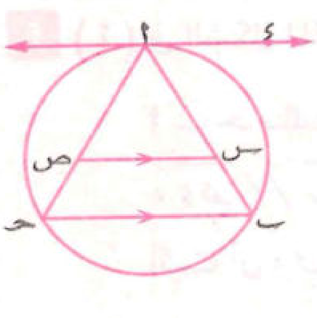


أب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل الدائرة م

، م ∈ أب ، حـ ب = حـ ء ، ق (∠ب حـ ء) = ١٤٠°

أوجد : [١] ق (∠ أ) [٢] ق (∠ أ ء حـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



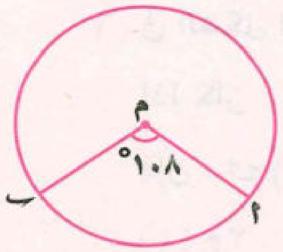
أب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، أء مماس للدائرة عند أ ، س ∈ أب ، ص ∈ أحـ

حيث س ص // ب حـ

أثبت أن : أء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

٥ **(أ) فى الشكل المقابل :**

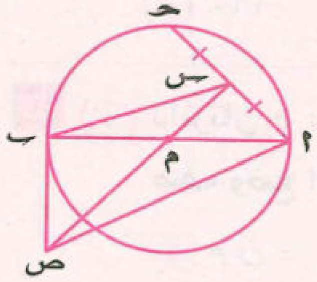


م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم

، ق (∠ أ م ب) = ١٠٨°

أوجد : طول $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ (π = ٣,١٤)

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، س منتصف $\overline{\text{أ ح}}$

، $\overleftarrow{\text{س م}}$ يقطع مماس الدائرة عند ب فى ص

أثبت أن : الشكل أ س ب ص رباعى دائرى.

١٢ محافظة المنيا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ عدد محاور تماثل أى دائرة هو ....

(أ) صفر (ب) ١

(جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

٣ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أكبر فى الدائرة تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة.

٤ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(\text{أ ب})^2 = (\text{أ حـ})^2 + (\text{ب حـ})^2 + ٥$

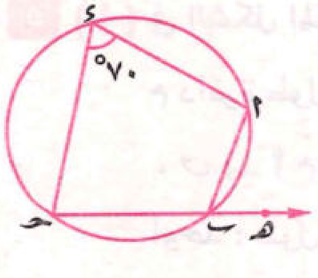
فإن : ∠ ب تكون ....

(أ) قائمة. (ب) حادة. (جـ) منعكسة. (د) منفرجة.

٥ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة .... سم

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٦ (د) ٩

٦ فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ أ ء حـ) = ٧٠°

فإن : ق (∠ أ ب هـ) = ...

(أ) ٣٥° (ب) ٧٠°

(جـ) ١١٠° (د) ١٤٠°

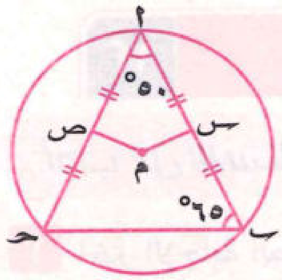
---

٢ (أ) دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٩ سم ، ٤ سم

صف وضع الدائرتين فى كل من الحالات الآتية :

١ م ن = ١٠ سم ٢ م ن = ٥ سم ٣ م ن = ٣ سم

(ب) فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٦٥°

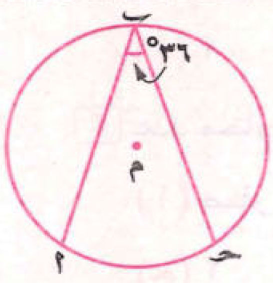
، س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

١ أوجد : ق (∠ س م ص)

٢ أثبت أن : م س = م ص

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

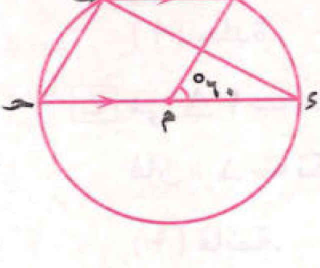


دائرة م طول نصف قطرها ٥ سم

، ق (∠ ب) = ٣٦°

احسب : طول $\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$ (علمًا بأن π = ٣,١٤)

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{ء حـ}}$ قطر فى الدائرة م

، $\overline{\text{ء حـ}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

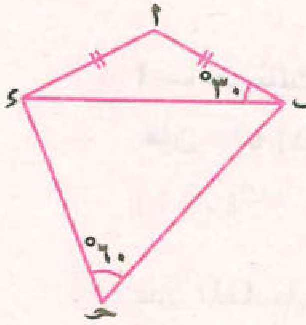
، ق (∠ أ م ء) = ٦٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ ب ء) ، ق (∠ ب حـ ء)

---

٤ (أ) اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعى دائريًا.

(ب) في الشكل المقابل :



إذا كان : أب = أء

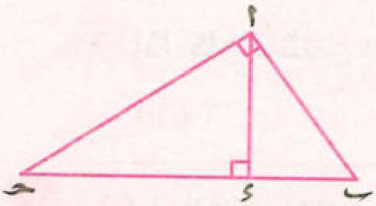
، ق (∠ أب ء) = ٣٠°

، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أثبت أن : الشكل أب حـ ء رباعي دائري.

---

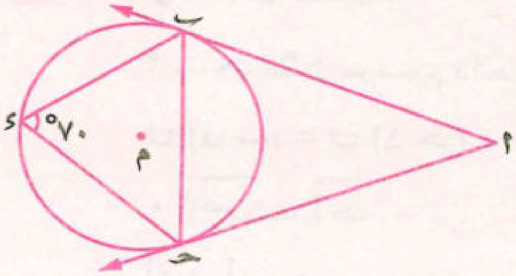
٥ **(أ)** في الشكل المقابل :



أثبت أن : $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة

المارة برؤوس △ أ ء حـ

(ب) في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق (∠ ب ء حـ) = ٧٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب أ حـ)

١٣ محافظة أسيوط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد الدوائر التي يمكن رسمها وتمر بطرفي القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ يساوي ....

(أ) صفر (ب) ١

(جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي.

٢ إذا كان طولا ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع هما ٣ سم ، ٥ سم فإن محيط هذا المتوازي = ... سم

(أ) ٨ (ب) ١٥ (جـ) ١٦ (د) ١٨

٣ إذا كان : أب حـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) = ...

(أ) ١٨٠° (ب) ٩٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

٤ أ ب جـ مثلث فيه : $(ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}$ ، ق (∠ ب) = ٤٠°
فإن : ق (∠ جـ) = ...

(أ) ٤٠°　　(ب) ٥٠°　　(جـ) ٩٠°　　(د) ١٤٠°

٥ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متداخلتين يساوى ....

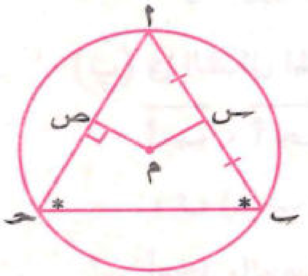
(أ) ٣　　(ب) ٢　　(جـ) ١　　(د) صفر

٦ إذا كان المثلثان المتشابهان متطابقين فإن نسبة التكبير تساوى ....

(أ) ٢　　(ب) ١　　(جـ) صفر　　(د) $\frac{٣}{٢}$

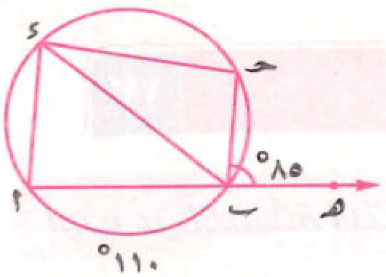
---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة م فيه :
ق (∠ ب) = ق (∠ جـ) ، س منتصف $\overline{أ ب}$
، $\overline{م ص} \perp \overline{أ جـ}$
أثبت أن : م س = م ص

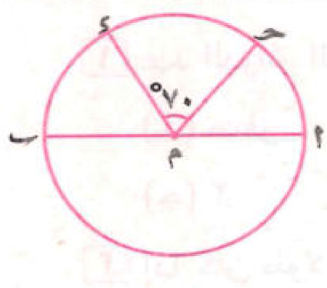
(ب) فى الشكل المقابل :



هـ ∈ $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، هـ ∉ $\overline{أ ب}$
، ق $(\overset{\frown}{أ ب})$ = ١١٠° ، ق (∠ د جـ ب هـ) = ٨٥°
أوجد مع البرهان : ق (∠ ب ء جـ)

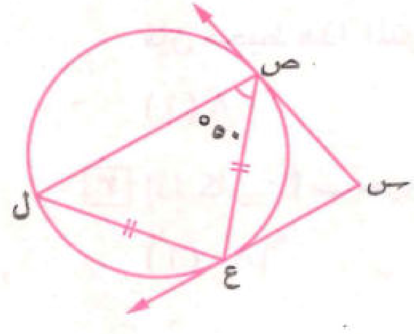
---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ جـ م ء) = ٧٠°
، ق $(\overset{\frown}{أ جـ})$: ق $(\overset{\frown}{ء ب})$ = ٥ : ٦
أوجد : ق $(\overset{\frown}{أ جـ})$ مع توضيح خطوات الحل.

(ب) فى الشكل المقابل :



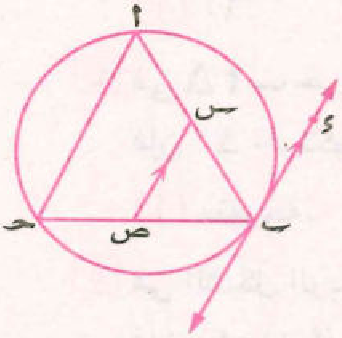
$\overleftrightarrow{س ص}$ ، $\overleftrightarrow{س ع}$ مماسان للدائرة عند ص ، ع
، ص ع = ل ع ، ق (∠ ع ص ل) = ٥٠°
أوجد بالبرهان : ق (∠ س)

٤ (أ) إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها ١٣ سم ، $\overleftrightarrow{م أ}$ ⊥ ل حيث أ ∈ ل

فحدد موضع المستقيم ل بالنسبة للدائرة م فى كل من الحالات الآتية :

[١] م أ = ١٣ سم [٢] م أ = ١٠ سم [٣] م أ = ١٥ سم

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

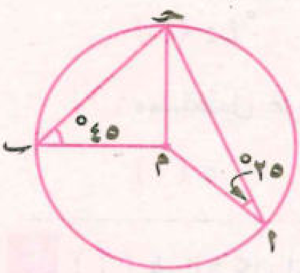
، $\overleftrightarrow{ب ء}$ مماس للدائرة عند ب

، س ∈ $\overline{أ ب}$ ، ص ∈ $\overline{ب حـ}$ حيث $\overline{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ب ء}$

أثبت أن : الشكل أ س ص حـ رباعى دائرى.

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

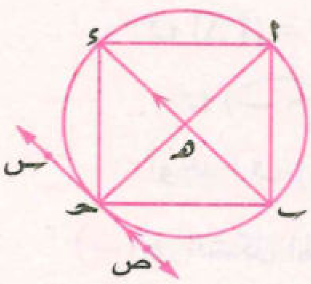


دائرة مركزها م ، ق (∠ م أ حـ) = °٢٥

، ق (∠ م ب حـ) = °٤٥

أوجد مع البرهان : ق (∠ أ م ب)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة تقاطع قطراه فى هـ

، رسم $\overleftrightarrow{س ص}$ مماسًا للدائرة عند حـ حيث $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overline{ب ء}$

أثبت أن : [١] Δ ب ء حـ متساوى الساقين.

[٢] $\overleftrightarrow{ب حـ}$ يمس الدائرة المارة برؤوس Δ أ ب هـ

١٤ محافظة قنا

محافظة قنا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كانت : أ ب = ٨ سم فإن محيط أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب

يساوى .... سم

(أ) ٨ π (ب) ١٢ π (جـ) ١٦ π (د) ٦٤ π

٢ مجموع قياسى الزاويتين المتكاملتين يساوى ....

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

٣ أ ب حـ ء مربع مرسوم داخل دائرة فإن : ق (⌒أ ب) = ...

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

٤ فى Δ أ ب حـ إذا كان : (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2 = (أ ب)^2 + ٥

فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) منفرجة. (ب) قائمة. (جـ) حادة. (د) مستقيمة.

٥ فى الشكل الرباعى الدائرى أ ب حـ ء إذا كان : ق (∠ أ) = ٣ ق (∠ حـ)

فإن : ق (∠ أ) = ...

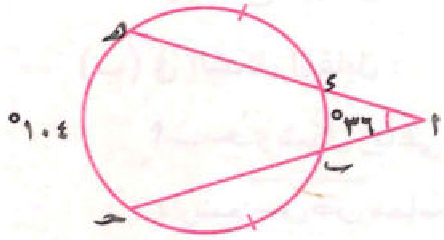
(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٣٥°

٦ مستطيل عرضه ٥ سم وطول قطره ١٣ سم فإن طوله .... سم

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ١٠

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

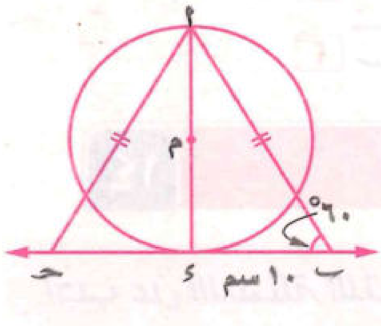


ق (∠ أ) = ٣٦° ، ق (⌒هـ حـ) = ١٠٤°

، ق (⌒ب حـ) = ق (⌒ء هـ)

أوجد : ق (⌒ب ء) ، ق (⌒ء هـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{حـ ب}}$ مماس للدائرة التى مركزها م

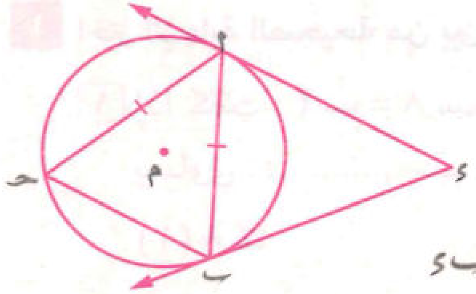
، أ ب = أ حـ ، ب ء = ١٠ سم

، ق (∠ حـ ب أ) = ٦٠°

أوجد بالبرهان : محيط Δ أ ب حـ

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

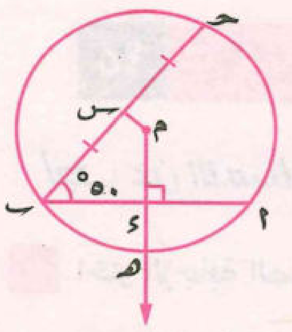


إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{ء أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ء ب}}$ مماسين للدائرة م

، أ ب = أ حـ

أثبت أن : $\overline{\text{أ حـ}}$ مماسة للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ء

(ب) في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{بح}$ وتران في الدائرة م التي طول نصف قطرها ٥ سم

، $\overleftrightarrow{مء} \perp \overline{أب}$ يقطع الدائرة م في هـ

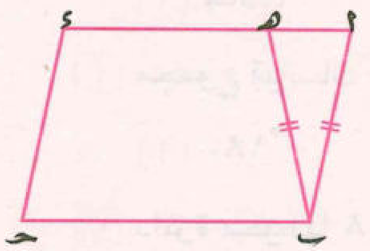
، س منتصف $\overline{بح}$ ، أب = ٨ سم

، ق (∠ أبح) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : [١] ق (∠ ء م س) [٢] طول $\overline{ءهـ}$

---

٤ **(أ)** في الشكل المقابل :

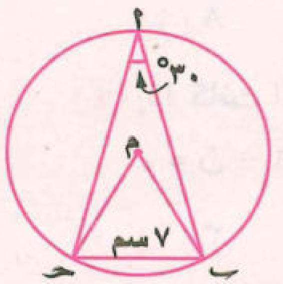


أبحء متوازي أضلاع

، أب = ب هـ

أثبت أن : الشكل ب هـ ء ح رباعي دائري.

(ب) في الشكل المقابل :



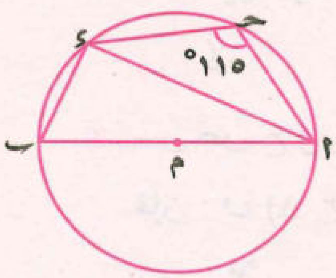
ق (∠ أ) = ٣٠°

، ب ح = ٧ سم

أوجد : مساحة الدائرة م (حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

---

٥ **(أ)** في الشكل المقابل :

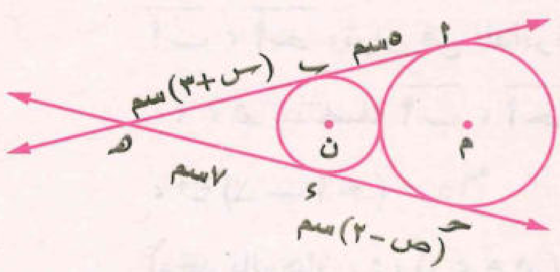


$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

، ق (∠ أحء) = ١١٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء أب)

(ب) في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{حء}$ مماسان مشتركان للدائرتين م ، ن

، $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{حء} = \{هـ\}$ ، هـ ء = ٧ سم

، أب = ٥ سم ، هـ ب = (س + ٣) سم

، ح ء = (ص − ٢) سم

أوجد بالبرهان : قيمتي س ، ص

١٥ محافظة مطروح

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة هى زاوية ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

٢ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى يساوى ....

(أ) ١٨٠° (ب) ٣٦٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ٥٤٠°

٣ دائرة محيطها ٨ π وحدة طول فإن طول قطرها .... وحدة طول.

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) π (د) ٢ π

٤ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج ، طول نصف قطر إحداهما ٥ سم ، م ن = ٩ سم فإن طول نصف قطر الأخرى .... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٤

٥ مستطيل طوله ٣ سم وعرضه ٢ سم فإن مساحة سطحه سم٢

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ١٠

٦ ـس ص ع ل رباعى دائرى فيه : ق (∠ ـس) = ٢ ق (∠ ع)

فإن : ق (∠ ع) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

---

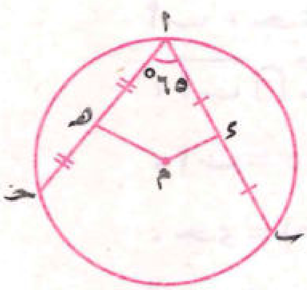
٢ (أ) فى الشكل المقابل :

أب ، أحـ وتران فى الدائرة م

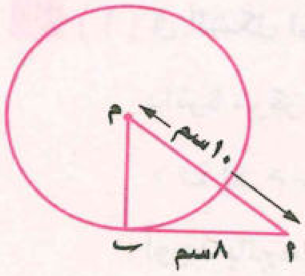
، ء ، هـ منتصفا أب ، أحـ

، ق (∠ ب أ حـ) = ٦٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)



(ب) فى الشكل المقابل :



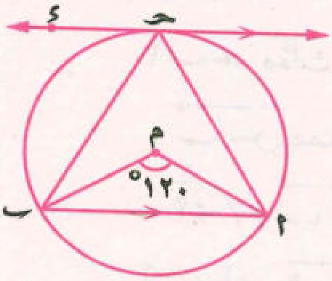
أب مماسة للدائرة م عند ب

، أب = ٨ سم ، أم = ١٠ سم

أوجد : مساحة سطح المثلث أب م

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



حـء مماس للدائرة عند حـ

، حـء // أب

، ق(∠أم ب) = °١٢٠

أثبت أن : المثلث حـ أب متساوى الأضلاع.

(ب) فى الشكل المقابل :



أب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، س ∈ أب

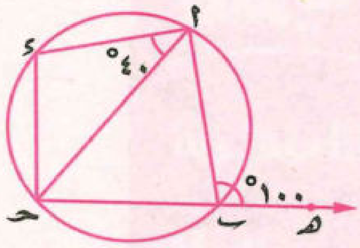
، ص ∈ أحـ حيث ق(أس) = ق(أص)

، حـس ∩ أب = {ء} ، ب ص ∩ أحـ = {هـ}

أثبت أن : الشكل ب حـ هـ ء رباعى دائرى.

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

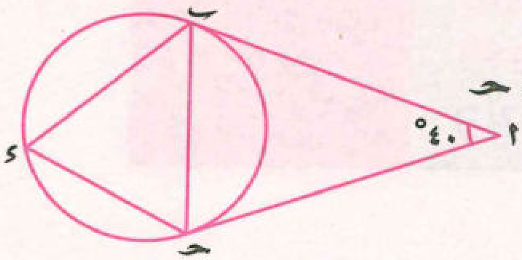


ق(∠أب هـ) = °١٠٠ ، ق(∠حـ أء) = °٤٠

، هـ ∈ حـ ب

أثبت أن : المثلث أء حـ متساوى الساقين.

(ب) فى الشكل المقابل :

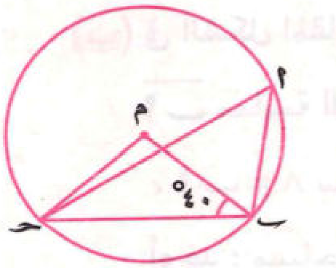


أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

، ق(∠أ) = °٤٠

أوجد بالبرهان : ق(∠ء)

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

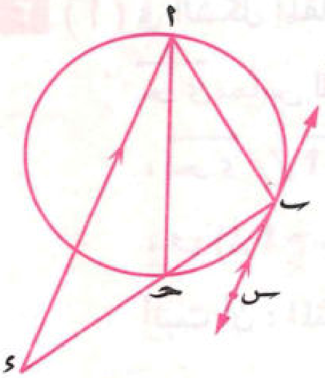


دائرة مركزها م

، ق (∠ م ب حـ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب أ حـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overleftrightarrow{\text{ب س}}$ مماس للدائرة عند ب

، $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب س}}$

أثبت أن : $\overline{\text{أ ب}}$ مماسة للدائرة المارة برؤوس المثلث أ حـ ء

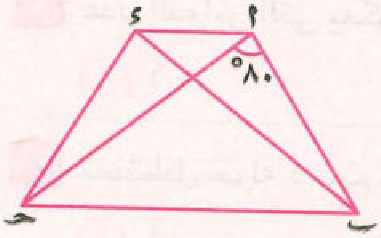


امتحان ١ محافظة بورسعيد

أولاً الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى

، ق (∠ ب أ حـ) = ٨٠°

فإن : ق (∠ ب ء حـ) = ... °

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٠٠

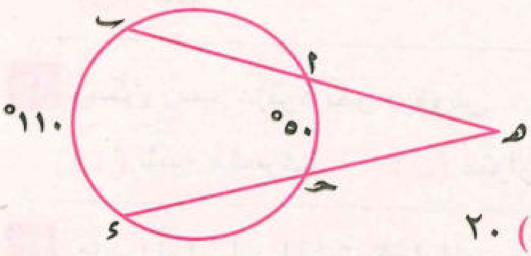
---

٢ الوتر المار بمركز الدائرة يسمى .... للدائرة.

(أ) مماسًا (ب) قاطعًا (جـ) قطرًا (د) نصف قطر

---

٣ فى الشكل المقابل :



ق (⌒أ حـ) = ٥٠° ، ق (⌒ب ء) = ١١٠°

فإن : ق (∠ هـ) = ... °

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٠

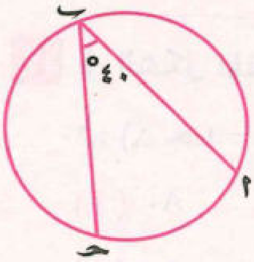
---

٤ إذا كانت النقطة أ ∋ الدائرة م التى طول قطرها ٦ سم فإن : م أ = ... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

---

٥ فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ ب حـ) = ٤٠°

فإن : ق (⌒أ حـ) = ... °

(أ) ٢٠ (ب) ٤٠ (جـ) ٦٠ (د) ٨٠

٦ الزاوية التى قياسها ٧٠° تكمل زاوية قياسها ....°

(أ) ٢٠ (ب) ٧٠ (جـ) ١١٠ (د) ١٨٠

٧ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى الدائرة ....

(أ) متساويان فى الطول. (ب) متوازيان.

(جـ) متقاطعان. (د) متعامدان.

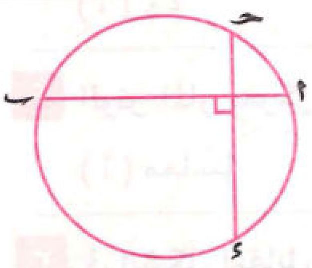
٨ عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بطرفى قطعة مستقيمة يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

٩ مستطيل طوله ٥ سم وعرضه ٣ سم فإن مساحة سطحه = ... سم٢.

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٥ (د) ١٦

١٠ فى الشكل المقابل :



$\overline{أب} \perp \overline{حـ ء}$ فإن : ق($\frown$ أحـ) + ق($\frown$ ب ء) = ...°

(أ) ٤٥ (ب) ٩٠

(جـ) ١٨٠ (د) ٢٧٠

١١ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

(أ) شبه منحرف. (ب) متوازى أضلاع. (جـ) معين. (د) مستطيل.

١٢ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل هو ....

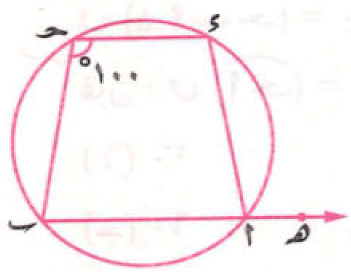
(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

١٣ دائرتان م ، ن متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٩ سم

فإن : م ن = ... سم.

(أ) ١٤ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٩

١٤ فى الشكل المقابل :

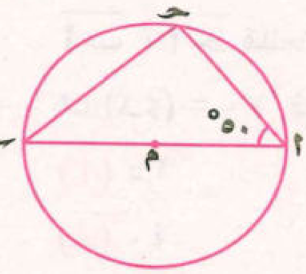


ق(∠ حـ) = ١٠٠° فإن : ق(∠ ء أ هـ) = ...°

(أ) ٨٠ (ب) ١٠٠

(جـ) ٥٠ (د) ٩٠

١٥ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أب}}$ قطر في الدائرة م ، ق(∠أ) = ٥٠°

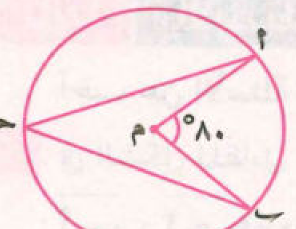
فإن : ق(∠أ ب حـ) = ... °

(أ) ٢٥ (ب) ٤٠

(جـ) ٥٠ (د) ٣٠

---

١٦ في الشكل المقابل :



ق(∠أ م ب) = ٨٠° فإن : ق(∠أ حـ ب) = ... °

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠

(جـ) ٦٠ (د) ٢٠

---

١٧ عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع يساوي ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

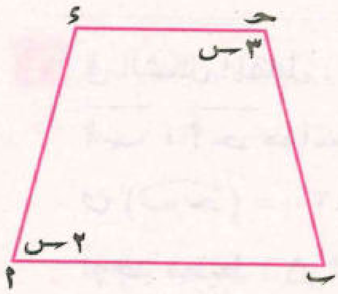
---

١٨ قياس القوس الذي يمثل ربع الدائرة يساوي .... °

(أ) ٦٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٨٠

---

١٩ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه :

ق(∠أ) = ٢ س ، ق(∠حـ) = ٣ س

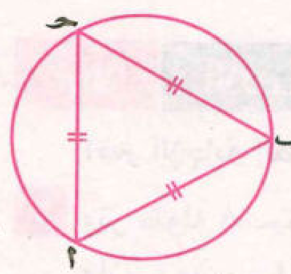
فإن قيمة س = ... °

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠

(جـ) ٣٢ (د) ٣٦

---

٢٠ في الشكل المقابل :



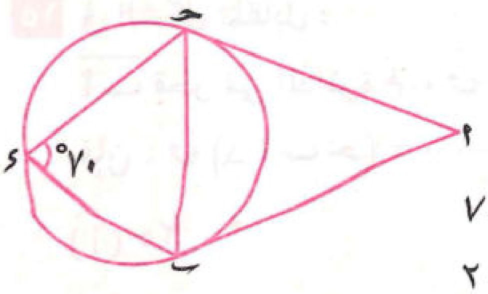
Δ أ ب حـ متساوي الأضلاع

فإذا كان : طول $\overset{\frown}{\text{أب}}$ = ٨ سم

فإن محيط الدائرة المار برؤوس المثلث = ... سم.

(أ) ٢٤ (ب) ٤٨ (جـ) ١٦ (د) ٤٠

٢١ **فى الشكل المقابل :**



أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة

ق (∠ ء) = ٧٠° فإن : ق (∠ أ) = ... °

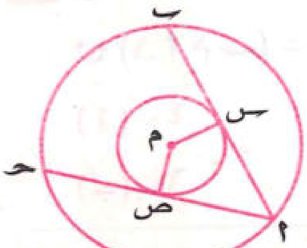
(أ) ٣٥ (ب) ٧٠

(جـ) ٤٠ (د) ٢٠

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :

٢٢ **فى الشكل المقابل :**

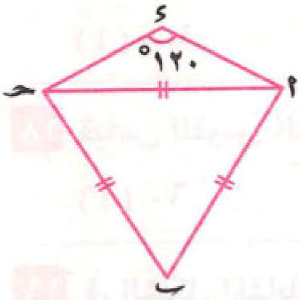


أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى م

أثبت أن : أب = أحـ

---

٢٣ **فى الشكل المقابل :**



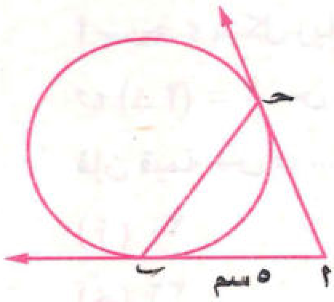
ق (∠ ء) = ١٢٠°

، Δ أب حـ متساوى الأضلاع

أثبت أن : الشكل أب حـ ء رباعى دائرى.

---

٢٤ **فى الشكل المقابل :**



أب ، أحـ مماسان للدائرة

ق (ب حـ⌒) = ١٢٠° ، أب = ٥ سم

أوجد محيط : Δ أب حـ

امتحان ٢

أولًا الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم فإنه يبعد عن المركز .... سم.

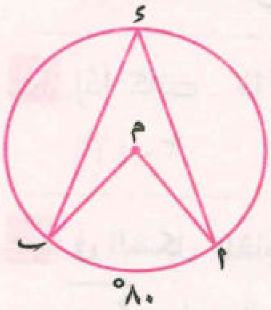
(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٦

٢ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) $\sqrt{٢}$ (د) ٢

---

٣ فى الشكل المقابل :



دائرة مركزها م إذا كان : ق (⌒أب) = ٨٠°

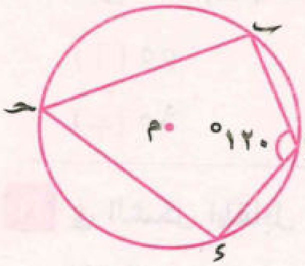
فإن : ق (∠ أ ء ب) = ... °

(أ) ٤٠ (ب) ٦٠

(جـ) ١٢٠ (د) ١٦٠

---

٤ فى الشكل المقابل :



م دائرة ، ق (∠ أ) = ١٢٠°

فإن : ق (∠ حـ) = ... °

(أ) ١١٠ (ب) ٦٠

(جـ) ٥٥ (د) ١٨٠

---

٥ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة م التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

---

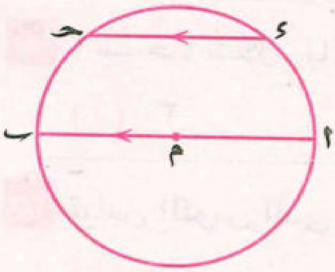
٦ إذا تقاطع وتران فى نقطة داخل دائرة فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوى .... قياس القوسين المقابلين لها.

(أ) نصف الفرق بين (ب) نصف مجموع

(جـ) ضعف مجموع (د) ضعف الفرق بين

---

٧ فى الشكل المقابل :



م دائرة ، ق (⌒ب حـ) = ٥٠° ، ء حـ // أ ب

فإن : ق (⌒ء حـ) = ... °

(أ) ١٠٠ (ب) ٦٠

(جـ) ١٢٠ (د) ٨٠

٨ دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٣ سم على الترتيب فإذا كان : م ن = ٨ سم فإن الدائرتين ....

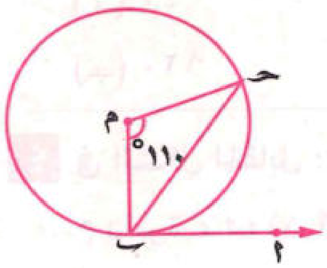
(أ) متماستان من الداخل. (ب) متقاطعتان.

(جـ) متماستان من الخارج. (د) متباعدتان.

٩ إذا كانت : ظا (س + ١٠°) = $\sqrt{3}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٥٠ (د) ٦٠

١٠ فى الشكل المقابل :



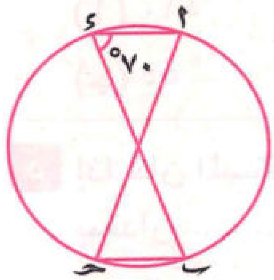
$\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ مماس للدائرة م عند ب ، ق (∠ حـ م ب) = ١١٠°

فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ...°

(أ) ٥٥ (ب) ٣٥

(جـ) ٩٥ (د) ١١٠

١١ فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ أ ء ب) = ٧٠°

فإن : ق (∠ أ حـ ب) = ...°

(أ) ٣٥ (ب) ٧٠

(جـ) ٩٠ (د) ١٤٠

١٢ عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة هو ....

(أ) صفر (ب) واحد. (جـ) ثلاث. (د) عدد لا نهائى.

١٣ القطران متعامدان وغير متساويان فى ....

(أ) المعين. (ب) شبه المنحرف. (جـ) المربع. (د) المستطيل.

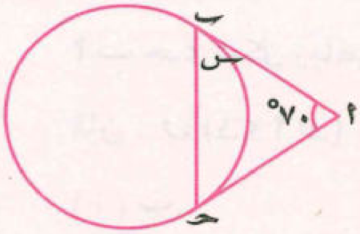
١٤ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ حـ) فإن : ق (∠ أ) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٢٠

١٥ قياس القوس الذى يمثل $\frac{1}{6}$ محيط الدائرة يساوى ....°

(أ) ٦٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٣٠٠

١٦ في الشكل المقابل :



إذا كانت : $\overline{أب}$ ، $\overline{أح}$ قطعتين مماستين للدائرة

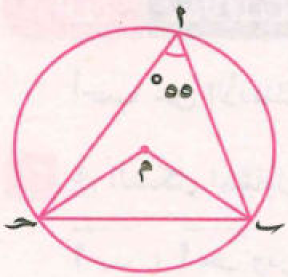
، ق (∠ أ) = ٧٠° فإن : س = ...°

(أ) ٥٥ (ب) ٥٠

(جـ) ٦٠ (د) ٧٠

---

١٧ في الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ أ) = ٥٥°

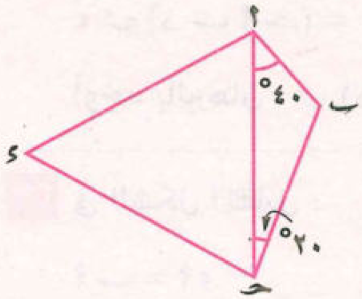
فإن : ق (∠ ب م ح) = ...°

(أ) ١١٠ (ب) ٥٥

(جـ) ٣٥ (د) ٢٥

---

١٨ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء شكل رباعي دائري ، ق (∠ ب أ ح) = ٤٠°

، ق (∠ ب ح أ) = ٢٠° فإن : ق (∠ ء) = ...°

(أ) ٢٠ (ب) ٤٠

(جـ) ٦٠ (د) ١٢٠

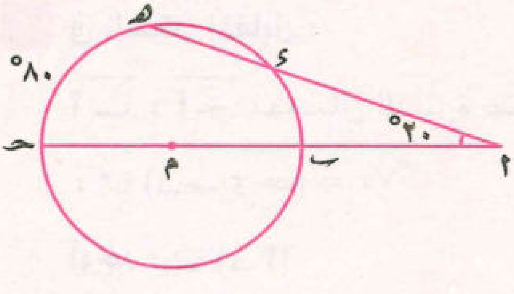
---

١٩ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٢٠ في الشكل المقابل :



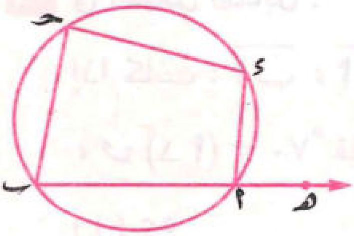
إذا كان : $\overline{ب ح}$ قطر في الدائرة م

، ق (∠ أ) = ٢٠° ، ق ($\frown{ح هـ}$) = ٨٠°

فإن : ق ($\frown{ء هـ}$) = ...°

(أ) ٤٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٦٠ (د) ١٠٠

٢١ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$

فإن : ق (∠ ء أ هـ) = ق (∠ ....)

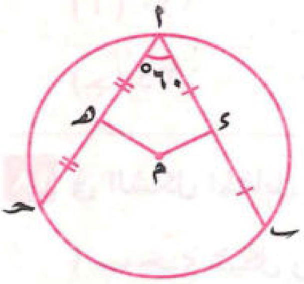
(أ) ب (ب) حـ

(جـ) ء (د) ء أ ب

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :

٢٢ **فى الشكل المقابل :**



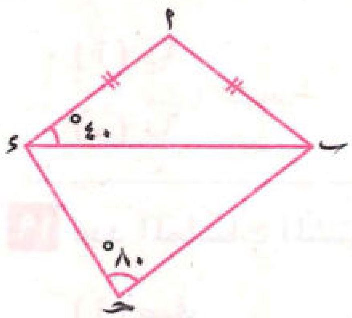
$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتران فى الدائرة م

، ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

، ق (∠ ب أ حـ) = ٦٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)

٢٣ **فى الشكل المقابل :**



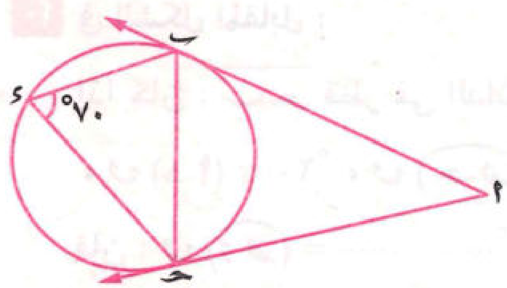
أ ب = أ ء

، ق (∠ أ ء ب) = ٤٠°

، ق (∠ ب حـ ء) = ٨٠°

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.

٢٤ **فى الشكل المقابل :**



$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق (∠ ب ء حـ) = ٧٠°

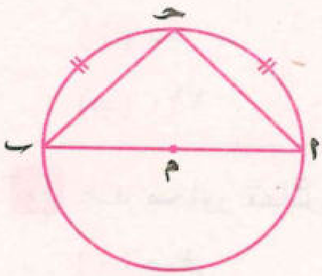
أوجد : ق (∠ أ)

امتحان ٣

أولاً الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في الشكل المقابل :



أ ب قطر في الدائرة م ، ق (أ حـ) = ق (ب حـ)

فإن : ق (∠ حـ ب أ) = ... °

(أ) ٤٠ (ب) ٤٥

(جـ) ٥٠ (د) ٩٠

---

٢ دائرة محيطها ٨ π سم فإن طول قطرها يساوى .... سم.

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

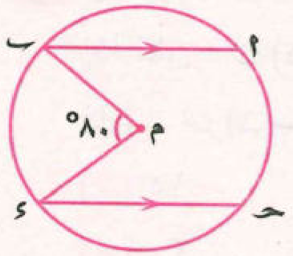
---

٣ مثلث أ ب حـ فيه : $(أ ب)^2 > (ب حـ)^2 + (أ حـ)^2$ فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

---

٤ في الشكل المقابل :



م دائرة ، أ ب // حـ ء ، ق (∠ ب م ء) = ٨٠°

فإن : ق (أ حـ) = ... °

(أ) ٢٠ (ب) ٤٠

(جـ) ٨٠ (د) ١٦٠

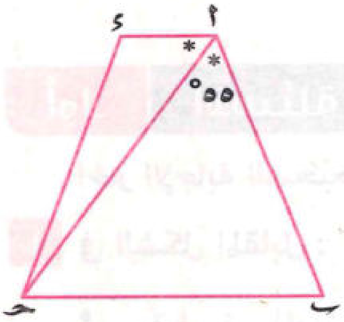
---

٥ إذا كانت الدائرتان م ، ن لهما أربعة مماسات مشتركة وطول نصف قطر الدائرة م = ٣ سم ، طول نصف قطر الدائرة ن = ٥ سم فإن : ....

(أ) م ن = ٢ سم (ب) م ن = ٨ سم

(جـ) م ن > ٨ سم (د) م ن < ٨ سم

٦ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، أحـ ينصف ∠ ب أ ء

، ق (∠ ب أ حـ) = ٥٥°

فإن : ق (∠ ب حـ ء) = ...°

(أ) ٥٥ (ب) ٧٠

(جـ) ١١٠ (د) ١٢٥

---

٧ عدد محاور تماثل المثلث متساوى الساقين يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٨ النسبة بين قياس الزاوية المركزية وقياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس تساوى ....

(أ) ٣ : ١ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

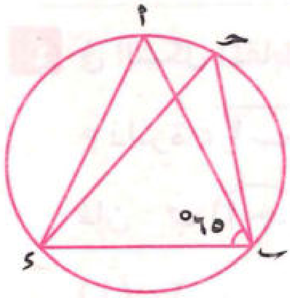
---

٩ دائرة م طول نصف قطرها ٥ سم ، أ نقطة تقع خارج الدائرة فإن م أ يمكن أن يساوى .... سم.

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٨ (د) ٤

---

١٠ في الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ أ ب ء) = ٦٥° ، أ ب = أ ء

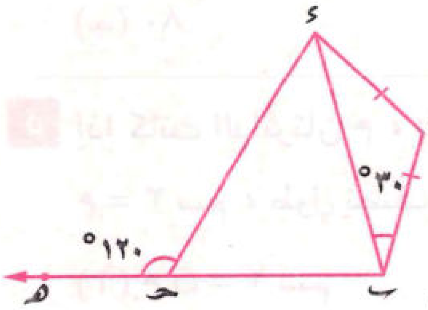
فإن : ق (∠ ب حـ ء) = ...°

(أ) ١٥ (ب) ٢٥

(جـ) ٣٠ (د) ٥٠

---

١١ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى ، ق (∠ أ ب ء) = ٣٠°

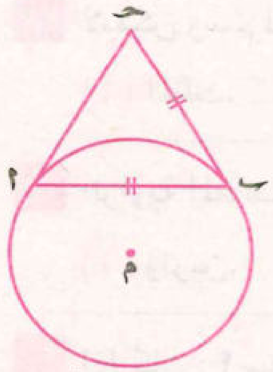
، ق (∠ ء حـ هـ) = ١٢٠° ، أ ب = أ ء

فإن الشكل أ ب حـ ء ....

(أ) مستطيل. (ب) معين.

(جـ) مربع. (د) رباعى دائرى.

١٢ في الشكل المقابل :



$\overline{حـ ب}$ ، $\overline{حـ أ}$ قطعتان مماستان للدائرة م

، حـ ب = ب أ

فإن : ق (∠ حـ) = ... °

(أ) ٦٠ (ب) ١٢٠

(جـ) ٩٠ (د) ١٠٠

---

١٣ دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٤ سم ، ٣ سم فإذا كان م ن = ٩ سم

فإن الدائرتين ....

(أ) متماستان. (ب) متداخلتان. (جـ) متباعدتان. (د) متقاطعتان.

---

١٤ .... هو معين إحدى زواياه قائمة.

(أ) المستطيل. (ب) المربع.

(جـ) متوازى الأضلاع. (د) شبه المنحرف.

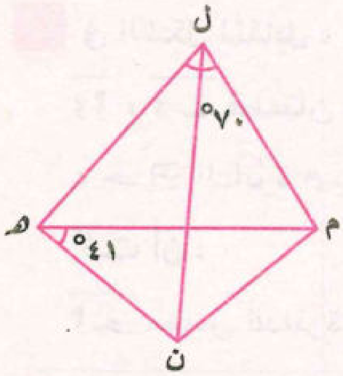
---

١٥ أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع مرسوم داخل دائرة فإن : ق $(\overset{\frown}{أ ب})$ = ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٢٠

---

١٦ في الشكل المقابل :



ل م ن هـ رباعى دائرى ، ق (∠ م ل هـ) = ٧٠°

، ق (∠ م هـ ن) = ٤١°

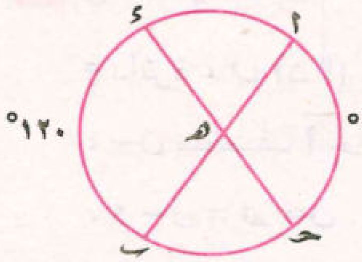
فإن : ق (∠ هـ م ن) = ... °

(أ) ٧٠ (ب) ٤١

(جـ) ٢٩ (د) ١١٠

---

١٧ في الشكل المقابل :



إذا كان : ق $(\overset{\frown}{أ حـ})$ = ١٠٠° ، ق $(\overset{\frown}{ء ب})$ = ١٢٠°

فإن : ق (∠ أ هـ ء) = ...

(أ) ١١٠° (ب) ٥٥°

(جـ) ٧٠° (د) ١٠٠°

١٨ لايمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

(أ) المثلث. (ب) المربع. (جـ) المعين. (د) المستطيل.

---

١٩ الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين ....

(أ) وترين. (ب) مماسين. (جـ) وتر ومماس. (د) وتر وقطر.

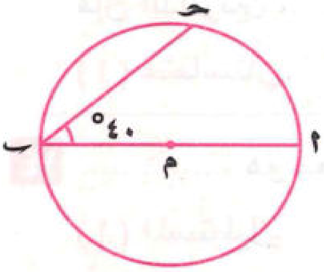
---

٢٠ إذا كان : أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) − ١٠٠° = ...°

(أ) ٨٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ١٨٠ (د) ٩٠

---

٢١ فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م

، ق (∠ أ ب حـ) = ٤٠°

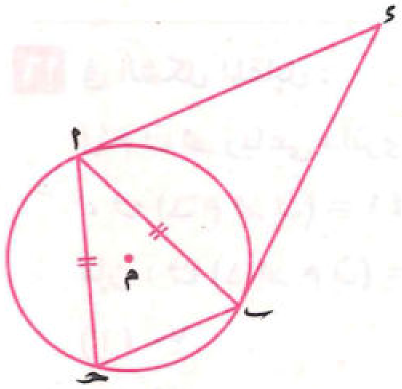
فإن : ق ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$) = ...°

(أ) ٤٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٨٠ (د) ١٠٠

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :

٢٢ فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{ء أ}}$ ، $\overline{\text{ء ب}}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند أ ، ب

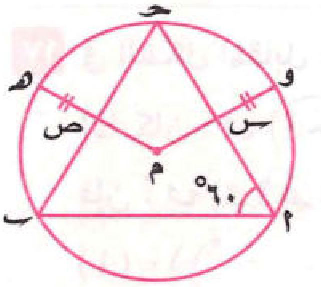
، حـ ∈ الدائرة م بحيث أ ب = أ حـ

أثبت أن :

$\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ب ء

---

٢٣ فى الشكل المقابل :

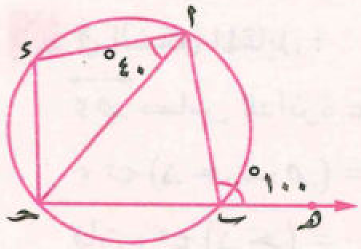


م دائرة ، ق (∠ أ) = ٦٠°

، س منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

، و س = هـ ص

أثبت أن : △ أ ب حـ متساوى الأضلاع.



٢٤ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠°

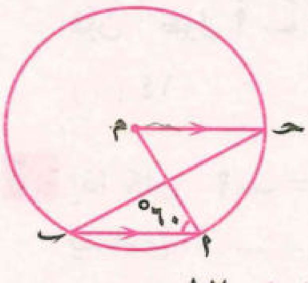
، ق (∠ حـ أ ء) = ٤٠°

أثبت أن : ق ($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$)

امتحان ٤

أولًا الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



١ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ب}}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{م حـ}}$

، ق (∠ م أ ب) = ٦٠°

فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٢٠

---

٢ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل متوسط بنسبة .... من جهة القاعدة.

(أ) ٣ : ٩ (ب) ٣ : ١ (جـ) ٤ : ٢ (د) ٢ : ٤

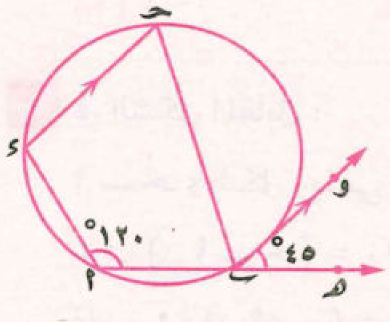
---

٣ دائرة مساحتها ٢٥ π سم^{٢} والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٥ سم

فإن : ل يكون ....

(أ) خارج الدائرة. (ب) مماسًا للدائرة.

(جـ) قاطعًا للدائرة. (د) مارًا بمركز الدائرة.



٤ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{ب و}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ ، ق (∠ ء أ ب) = ١٢٠°

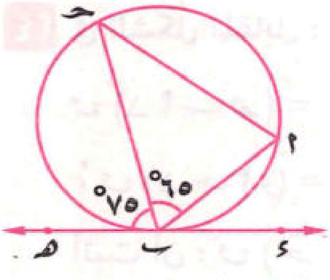
، ق (∠ و ب هـ) = ٤٥°

فإن : ق (∠ أ ء حـ) = ...°

(أ) ٧٥ (ب) ٦٠

(جـ) ١٠٥ (د) ١٢٠

٥ في الشكل المقابل :



ءهـ مماس للدائرة عند ب ، ق (∠ أ ب حـ) = ٦٥°

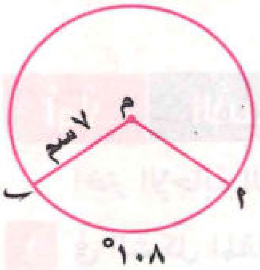
، ق (∠ حـ ب هـ) = ٧٥°

فإن : ق (∠ حـ) = ... °

(أ) ٢٠ (ب) ٤٠ (جـ) ٥٠ (د) ٨٠

---

٦ في الشكل المقابل :



م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم

، ق (أ ب⌒) = ١٠٨°

فإن : طول أ ب⌒ = ... سم $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$

(أ) ١٤ (ب) ١٣,٢ (جـ) ٧ (د) ٦,٦

---

٧ إذا كان : أ ب = ٤ سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى .... سم.

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

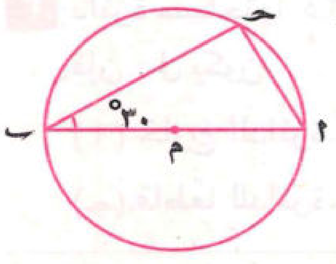
---

٨ قياس زاوية رأس الشكل السداسى المنتظم = ... °

(أ) ٦٠ (ب) ١٠٨ (جـ) ١٢٠ (د) ١٣٥

---

٩ في الشكل المقابل :



أ ب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ب) = ٣٠°

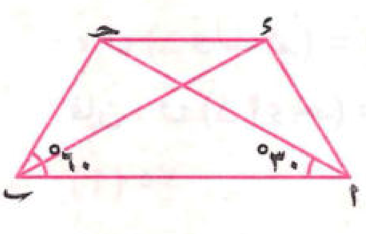
، أ حـ = ٦ سم

فإن : أ ب = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٢

---

١٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، ق (∠ ب أ حـ) = ٣٠°

، ق (∠ أ ب حـ) = ٦٠°

فإن : ق (∠ أ ء ب) = ... °

(أ) ٥٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٨٠ (د) ٩٠

١١ في الشكل المقابل :



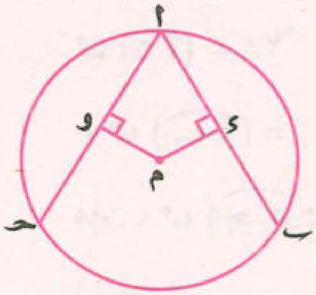
م دائرة ، فإذا كان : ق (∠ م) − ق (∠ أ) = ٥٠°

فإن : ق (∠ أ) = ...°

(أ) ٤٠ (ب) ٥٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٣٠

---

١٢ في الشكل المقابل :



أب = أج ، مء ⊥ أب

، مو ⊥ أج ، مء = ٦ سم

فإن : م و = ... سم

(أ) ١٢ (ب) ٨ (ج) ٦ (د) ٣

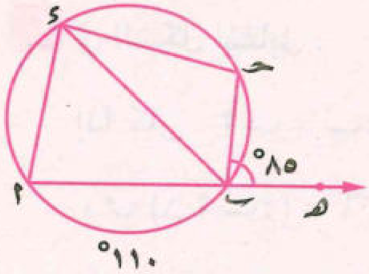
---

١٣ مربع مساحته ٢٥ سم² يكون محيطه .... سم

(أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ١٥ (د) ٢٠

---

١٤ في الشكل المقابل :



إذا كانت : هـ ∈ أب ، ق (∠ هـ ب ج) = ٨٥°

، ق (أب) = ١١٠°

فإن : ق (∠ ب ء ج) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٥٥ (ج) ٨٥ (د) ١١٠

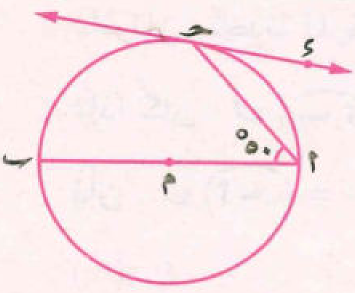
---

١٥ الزاوية المحيطية التي تقابل قوس أصغر تكون ....

(أ) منعكسة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) حادة.

---

١٦ في الشكل المقابل :



أب قطرًا في الدائرة م ، ءج مماسًا لها عند ج

، ق (∠ أ) = ٥٠°

فإن : ق (∠ أ ج ء) = ...°

(أ) ٥٠ (ب) ٤٠ (ج) ١٠٠ (د) ٨٠

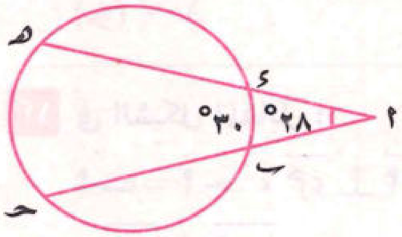
١٧ محور تماثل الدائرة هو ....

(أ) القطر. (ب) الوتر.

(جـ) المستقيم المار بالمركز. (د) المماس.

---

١٨ في الشكل المقابل :



ق (∠ أ) = ٢٨°

، ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) = ٣٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{جـ هـ}$) = ... °

(أ) ٦٠ (ب) ٥٨ (جـ) ٨٦ (د) ١٠٨

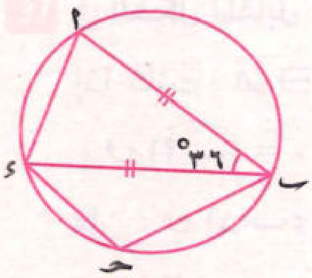
---

١٩ عدد المماسات المشتركة للدائرتين المتباعدتين هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٤

---

٢٠ في الشكل المقابل :



إذا كان : أب = ب ء

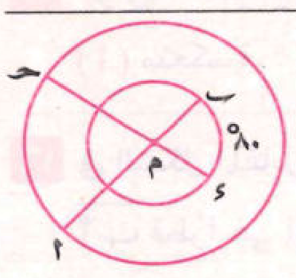
، ق (∠ أ ب ء) = ٣٦°

فإن : ق (∠ جـ) = ... °

(أ) ١٤٠ (ب) ٧٠ (جـ) ٥٤ (د) ١٠٨

---

٢١ في الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز في م ، $\overline{أب}$ ∩ $\overline{جـ ء}$ = {م}

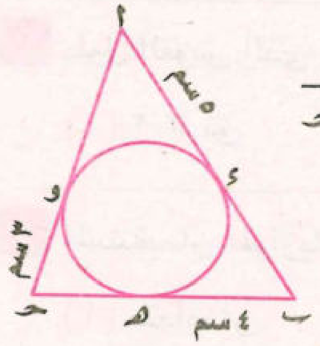
فإذا كان : ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) = ٨٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ... °

(أ) ٤٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٨٠ (د) ١٦٠

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :



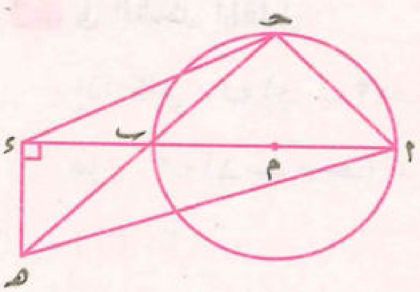
٢٢ **فى الشكل المقابل :**

△ أ ب حـ مرسوم خارج دائرة تمس أضلاعه $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$

فى ء ، هـ ، و على الترتيب

فإذا كان : أ ء = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم ، حـ و = ٣ سم

فأوجد : محيط △ أ ب حـ



٢٣ **فى الشكل المقابل :**

$\overline{\text{أب}}$ قطر فى الدائرة م ، ء ∈ $\overleftarrow{\text{أب}}$

، ء ∉ $\overline{\text{أب}}$ ، رسم ء هـ ⊥ $\overleftarrow{\text{أب}}$

، حـ ∈ $\widehat{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ = {هـ}

أثبت أن : الشكل أ حـ ء هـ رباعى دائرى.

---

٢٤ $\overline{\text{أب}}$ قطعة مستقيمة طولها ٦ سم ، ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٤ سم كم عدد الحلول ؟ (لاتمح الأقواس)

امتحان ٥

أولًا الأسئلة الموضوعية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان قياس زاوية مماسية يساوى °٧٠ فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس يساوى °.............

(أ) ٣٥ (ب) ٧٠ (جـ) ١٤٠ (د) ١٠٥

---

٢ إذا كان : أ ب حـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا ، وكان : ق (∠ب) = $\frac{1}{4}$ ق (∠ء)

فإن : ق (∠ب) = °.............

(أ) ٣٦ (ب) ٤٥ (جـ) ٧٢ (د) ١٤٤

٣ عدد محاور تماثل نصف الدائرة هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لانهائى.

---

٤ طول القوس الذى يمثل $\frac{١}{٤}$ محيط الدائرة يساوى ....

(أ) ٢ π نق (ب) π نق (جـ) $\frac{١}{٢}$ π نق (د) ٤ π نق

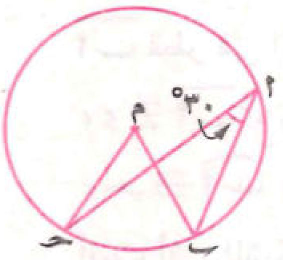
---

٥ المستقيمان الموازيان لثالث ....

(أ) متعامدان. (ب) متوازيان. (جـ) متقاطعان. (د) منطبقان.

---

٦ فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ ب أ جـ) = ٣٠°

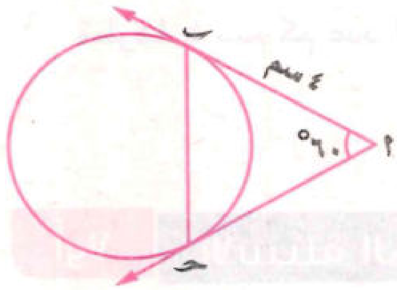
فإن : ق (∠ ب م جـ) = ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٩٠

(جـ) ٦٠ (د) ١٢٠

---

٧ فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان ، ق (∠ أ) = ٦٠°

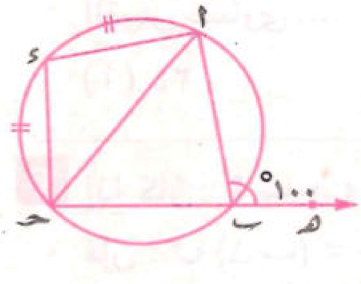
، أ ب = ٤ سم

فإن : ب جـ = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٨

---

٨ فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠° ، ق ($\overset{\frown}{أ ء}$) = ق ($\overset{\frown}{جـ ء}$)

فإن : ق (∠ أ جـ ء) = ... °

(أ) ١٠٠ (ب) ٨٠

(جـ) ٤٠ (د) ٣٠

٩ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

---

١٠ صورة النقطة (-٣ ، ٤) بالانعكاس فى محور الصادات هى ....

(أ) (٣ ، ٤) (ب) (٣ ، -٤) (جـ) (-٣ ، -٤) (د) (٤ ، -٣)

---

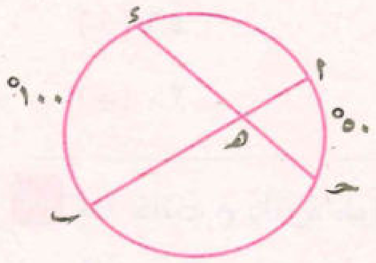
١١ م ، ن دائرتان متقاطعتان طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٢ سم

فإن : م ن ∋ ....

(أ)]٣ ، ٧[(ب) [٣ ، ٧] (جـ)]٣ ، ٧] (د) [٣ ، ٧[

---

١٢ فى الشكل المقابل :



$\overline{أب} \cap \overline{جـء} = \{هـ\}$ ، ق $(\overset{\frown}{أجـ}) = ٥٠°$

، ق $(\overset{\frown}{بء}) = ١٠٠°$

فإن : ق (∠ أ هـ جـ) = ...°

(أ) ٥٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ١٦٠ (د) ٧٥

---

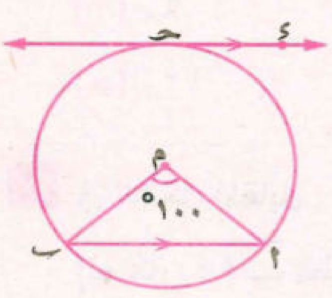
١٣ عدد الدوائر التى تمر بنقطة معلومة ....

(أ) دائرة واحدة. (ب) دائرتان.

(جـ) ثلاث دوائر. (د) عدد لانهائى من الدوائر.

---

١٤ فى الشكل المقابل :



إذا كان : $\overleftrightarrow{جـء}$ مماس للدائرة م عند جـ ، $\overleftrightarrow{جـء} // \overline{أب}$

، ق (∠ م) = ١٠٠° فإن : ق $(\overset{\frown}{أجـ})$ = ...°

(أ) ١٠٠ (ب) ١٣٠

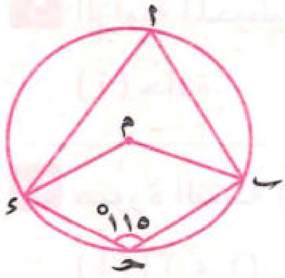
(جـ) ٢٦٠ (د) ٦٥

---

١٥ الأعداد ٥ ، ٤ ، .... تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث.

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٠ (د) ١٢

١٦ في الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ب حـ ء) = ١١٥°

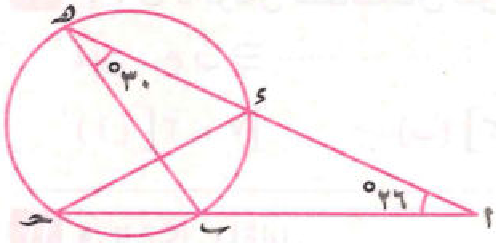
فإن : ق (∠ب م ء) = ... °

(أ) ٦٥ (ب) ١١٥

(جـ) ١٠٥ (د) ١٣٠

---

١٧ في الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠أ) = ٢٦° ، ق (∠هـ) = ٣٠°

فإن : ق (∠حـ ء هـ) = ... °

(أ) ٥٦ (ب) ١١٢

(جـ) ٣٠ (د) ٨٢

---

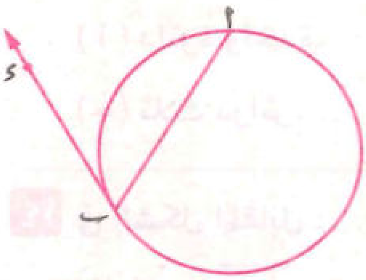
١٨ إذا كانت م دائرة طول قطرها ١٤ سم ، م أ = (٢ س + ٣) سم حيث أ تقع على الدائرة

فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

---

١٩ في الشكل المقابل :



ب ء يمس الدائرة ، ق (⌒أ ب) = $\frac{1}{3}$ قياس الدائرة

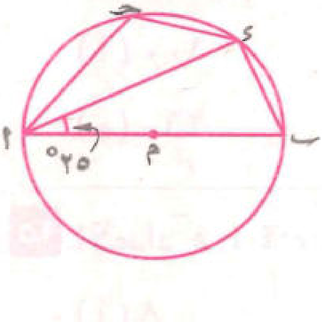
فإن : ق (∠أ ب ء) = ... °

(أ) ٦٠ (ب) ٩٠

(جـ) ١٢٠ (د) ٣٠

---

٢٠ في الشكل المقابل :



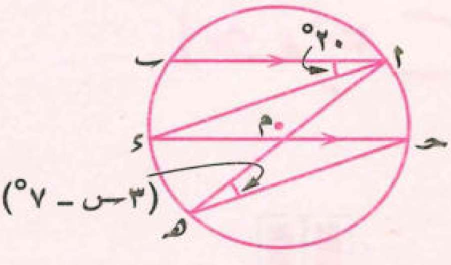
إذا كان : أ ب قطرًا في الدائرة م ، ق (∠ب أ ء) = ٢٥°

فإن : ق (∠ء حـ أ) = ... °

(أ) ٥٠ (ب) ١٠٠

(جـ) ١١٥ (د) ١٢٥

٢١ فى الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{أب}$ // $\overline{حـ ء}$ ، ق (∠ب أ ء) = ٢٠°

، ق (∠أ هـ حـ) = (٣س - ٧)°

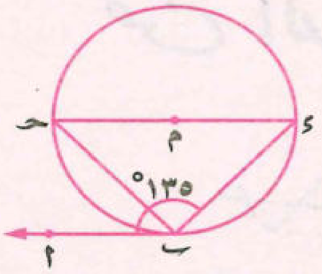
فإن : قيمة س = ...°

(أ) ٤٠ (ب) ٢٧ (جـ) ٢٠ (د) ٩

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة الآتية :

٢٢ فى الشكل المقابل :



$\overline{ءحـ}$ قطر فى الدائرة التى مركزها م

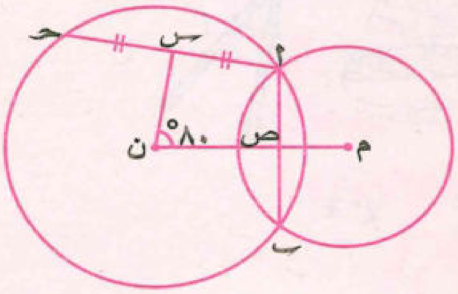
، $\overleftarrow{بأ}$ مماس للدائرة م عند نقطة ب

، ق (∠أ ب ء) = ١٣٥°

أثبت أن : $\overline{ءحـ}$ // $\overleftarrow{بأ}$

---

٢٣ فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

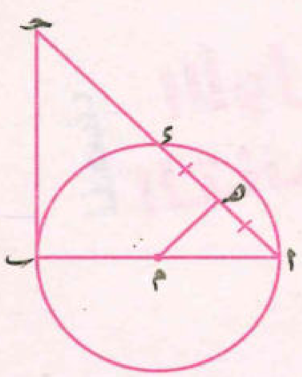
، $\overline{مْن}$ ∩ $\overline{أب}$ = {ص}

، ق (∠ص ن س) = ٨٠° ، س منتصف $\overline{أحـ}$

أوجد : ق (∠ب أ حـ)

---

٢٤ فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م

، $\overline{بحـ}$ مماسة لها عند ب

، هـ منتصف $\overline{أء}$

أثبت أن : الشكل ب م هـ حـ رباعى دائرى.

١ محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

(أ) −١ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

٢ |−٣| + |٣| = ...

(أ) −٦ (ب) صفر (جـ) ٦ (د) ٩

٣ عدد حلول المعادلة : س = ٧ فى ح × ح هو ....

(أ) عدد لا نهائى. (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

٤ إذا كان : $\frac{١}{٢}$ س = ٦ فإن : $\frac{١}{٣}$ س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٥ إذا كان : ن (س) = $\frac{س - ١}{س}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح − {٠} (جـ) ح − {٠ ، ١} (د) ح − {١}

٦ $ح_+ \cap ح_-$ = ...

(أ) ح (ب) $\varnothing$ (جـ) ح − {٠} (د) $ح_+ \cup ح_-$

---

٢ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان

ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٣

أوجد : ١ ل (أ) ٢ ل (أ ∪ ب)

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ح × ح :

س + ص = ٢ ، ص = س + ٢

---

٣ (أ) باستخدام القانون العام أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة الآتية :

$س^٢$ − س − ١ = ٠ (مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد)

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \frac{س - ٤}{س + ٧} + \frac{س^{٢} - ١٦}{س^{٢} + ١١ س + ٢٨}$$

---

٤ (أ) إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{١}{س - ٢}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢} + ٢ س + ٤}{س^{٣} - ٨}$

فاثبت أن : $ن_{١} = ن_{٢}$

(ب) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :

س = ص ، $س^{٢} + ص^{٢} = ١٨$

---

٥ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \frac{س - ٥}{س^{٢} - ٢ س - ١٥} + \frac{٨}{٢ س + ٦}$$

(ب) إذا كان : $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢٥}{س^{٢} - ٥ س}$ اختزل : ن (س) لأبسط صورة مبينًا المجال.

٢ محافظة الجيـزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\sqrt{٦٤ + ٣٦} = ٨ + س$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٠

٢ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ٢١

٣ إذا كان : س + ٣ ص = ٧ فإن : س + ٣ (ص + ٥) = ...

(أ) ٣ (ب) ٧ (جـ) ٢١ (د) ٢٢

٤ إذا كان : $ن(س) = \frac{س + ٢}{س - ٣}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح − {٢} (جـ) ح − {٣} (د) ح − {−٢ ، ٣}

٥ إذا كان : س ص = ١٢ ، ع ص = ٢٠ ، س ع = ١٥ حيث $س \in ح_{+}$ ، $ص \in ح_{+}$ ، $ع \in ح_{+}$

فإن : س ص ع = ...

(أ) ± ٦٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ± ٣٦٠

٦ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية فإن : أ ∩ ب = ...

(أ) صفر (ب) ∅ (جـ) ١ (د) ف

---

٢ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$

أوجد ل (أ ∪ ب) فى كل من الحالتين الآتيتين :

١ ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$ ٢ أ ، ب حدثان متنافيان.

(ب) أوجد فى ح × ح مجموعة الحل جبريًا للمعادلتين الآتيتين :

٢ س + ص = ١ ، س + ٢ ص = ٥

---

٣ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :

٢ س^{٢} − ٥ س + ١ = صفر (مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد)

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} + ٤\,\text{س} + ٣}{\text{س}^{٣} - ٢٧} \div \frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} + ٣\,\text{س} + ٩}$ ثم أوجد : ن (٢) ، ن (−٣) إن أمكن.

---

٤ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال حيث :

ن (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٤} - \frac{\text{س} + ٤}{\text{س}^{٢} - ١٦}$

(ب) أوجد جبريًا مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين فى ح × ح : س − ص = ١ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥

---

٥ (أ) إذا كان : $\text{ن}_{١}$ (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$ ، $\text{ن}_{٢}$ (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٦}{\text{س}^{٢} - ٩}$

بين ما إذا كان $\text{ن}_{١}$ = $\text{ن}_{٢}$ أم لا مع ذكر السبب.

(ب) إذا كانت : {−٣ ، ٣} هى مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = س^{٢} + أ

فأوجد : قيمة أ

٣ محافظة الإسكندرية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الوسط الحسابى للقيم : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٩ هو ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٨

٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = −٣ س فى ح هى ....

(أ) {٠}　　(ب) {−٣}　　(جـ) {−٣ ، ٠}　　(د) ح

٣ إذا كان : $٢^{٧} \times ٣^{٧} = ٦^{ك}$ فإن : ك = ...

(أ) ١٤　　(ب) ٧　　(جـ) ٥　　(د) صفر

٤ إذا كان : (٥ ، س − ٧) = (ص + ١ ، −٥) فإن : س + ص = ...

(أ) ٦　　(ب) −٦　　(جـ) ٢　　(د) −٢

٥ إذا كان : $\frac{١}{٥}$ س = $\frac{١}{١٠}$ فإن : ٢ س = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$　　(ب) ١　　(جـ) ٢　　(د) ٥٠

٦ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن : أ ∩ ب = ...

(أ) صفر　　(ب) ∅　　(جـ) ل (ب)　　(د) ل (أ)

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ح × ح :

س − ص = صفر ، $س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٢٧$

(ب) أوجد المجال المشترك للدالتين $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ حيث :

$ن_{١}(س) = \frac{س^{٢} + ٤}{س^{٢} − ٤}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{٧}{س^{٢} + ٤ س + ٤}$

٣ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة :

$س^{٢} − ٤ س + ١ =$ صفر فى ح متخذًا $\sqrt{٣} \simeq ١,٧$

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$ن(س) = \frac{س − ٣}{س^{٢} − ٧ س + ١٢} + \frac{س − ٣}{٣ − س}$

٤ (أ) أوجد جبريًا مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ح × ح :

٣ س + ٢ ص = ٧ ، س − ص = ٤

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$ن(س) = \frac{س^{٢} − س + ١}{س} \times \frac{س^{٢} + س}{س^{٣} + ١}$

٥ (أ) إذا كان : $ن(س) = \frac{س^{٢} − ٤}{س^{٣} − ٨}$ أوجد : $ن^{−١}(س)$ فى أبسط صورة مبينًا مجال $ن^{−١}$

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ٠,٧ ، ل (أ − ب) = ٠,٥

فأوجد : ل (أ ∩ ب)

٤ محافظة القليوبية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) مجموعة حل المعادلتين : س = ٢ ، ص = ٤ في ح × ح هي ....

(أ) {(٢ ، ٤)} (ب) {(٤ ، ٢)} (جـ) ح (د) ∅

٢) مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س^٢ − ٤ هي ....

(أ) {٢} (ب) {٢ ، −٢} (جـ) ح (د) ∅

٣) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من تجربة عشوائية فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) صفر (ب) ٠,٥ (جـ) ١ (د) ∅

٤) إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س} - ٤}{\text{س}}$ فإن : مجال ن$^{-١}$ هو ....

(أ) ح − {٠} (ب) ح − {٤} (جـ) ح (د) ح − {٠ ، ٤}

٥) إذا كان : ن (س) = $\frac{\text{س} - ٤}{\text{س} + ٥}$ فإن : مجال ن = ...

(أ) ح − {−٥} (ب) ح − {٤} (جـ) ح (د) ح − {−٥ ، ٤}

٦) احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

(أ) صفر (ب) ٠,٥ (جـ) ١ (د) ∅

---

٢ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح :

٢ س^٢ − ٥ س + ١ = صفر (مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد)

(ب) اختصر لأبسط صورة مبينًا المجال : ن (س) = $\frac{\text{س}^٢ - ٨}{\text{س}^٢ + \text{س} - ٦} \times \frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤}$

---

٣ (أ) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين : س − ص = صفر ، س^٢ + س ص + ص^٢ = ٢٧

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦

أوجد : ل (أ ∪ ب) ، ل (أ − ب)

٤ (أ) إذا كان : $ن(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + ٥ س + ٦}$ فأوجد : $ن^{-١}(س)$ مبيناً المجال.

(ب) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

٢ س − ص = ٣ ، س + ٢ ص = ٤

٥ (أ) أوجد فى أبسط صورة ن (س) مبيناً المجال : $ن(س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - ٩} + \frac{س^٢ - ٢ س - ٨}{س^٢ + ٥ س + ٦}$

(ب) إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س^٢}{س^٣ - س^٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٣ + س^٢ + س}{س^٤ - س}$

أثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

٥ محافظة الشرقيـة

أجب عن الأسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد حلول المعادلتين : ٢ س − ٣ ص = ٥ ، ٢ س − ٣ ص = ٧ فى ح × ح هو ....

(أ) صفر. (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

٢ مجموعة حل المعادلتين : ص = ٣ ، س = ٢ فى ح × ح هى ....

(أ) {(٣ ، −٢)} (ب) {(−٢ ، ٣)} (جـ) {(٢ ، ٣)} (د) {(٣ ، ٢)}

٣ إذا كان : ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ل (أَ) فإن : ل (أ) = ... حيث أ حدث من فضاء عينة لتجربة عشوائية.

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

٤ إذا كان : $ن(س) = \frac{س}{س^٢ + ١}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح − {٠} (ب) ∅ (جـ) ح − {−١} (د) ح − {١ ، −١}

٥ إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقط (٤ ، ٠) ، (٠ ، −٨) ، (−٢ ، ٠)

فإن مجموعة حل المعادلة : د (س) = صفر فى ح هى ....

(أ) {٤ ، ٠} (ب) {٨ ، ٠} (جـ) {−٢ ، ٤} (د) {٢ ، ٨}

٦ إذا كانت : {−٢ ، ٢} هى مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = س² + أ

فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٤ (د) −٤

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا في ح × ح :

س − ص = ١ ، ٣ س + ص = ٨

(ب) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث : $ن(س) = \frac{س}{س + ٤} - \frac{س - ٤}{س^{٢} - ١٦}$

٣ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح :

$س^{٢} + ٣ س - ٣ = $ صفر (مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية)

(ب) إذا كان : $ن(س) = \frac{١}{س^{٢} - ١} + \frac{١}{س + ١}$

أوجد : ن (س) في أبسط صورة مبينًا المجال.

٤ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان : ل (أ) = ٠.٣ ، ل (ب) = ٠.٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠.٢

فأوجد : [١] ل (أ ∪ ب) [٢] ل (أ − ب)

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا في ح × ح :

س − ص = ٤ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ١٠$

٥ (أ) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا المجال حيث :

$ن(س) = \frac{س^{٢} + س + ١}{س^{٣} - ١} \times \frac{س^{٢} + ٢ س}{س^{٢} - ٤}$

(ب) إذا كان مجال الدالة ن حيث $ن(س) = \frac{س - ١}{س^{٢} - أ س + ٤}$ هو ح − {٢}

أوجد : قيمة أ

٦ محافظة المنوفية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كان : س هو العنصر المحايد الجمعي ، ص هو العنصر المحايد الضربي فإن :

$٧^{س} + ٢^{ص} = $ ....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٧ (د) ٩

[٢] إذا كان : $\frac{١}{٢}$ س = ٦ فإن : $\frac{١}{٣}$ س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

٣ مجموعة حل المتباينة : س < ٢ في ح هي ....

(أ) $[٢ ، \infty[$ (ب) $]٢ ، \infty[$ (ج) $]-\infty ، ٢]$ (د) $]-\infty ، ٢[$

٤ نقطة تقاطع المستقيمين : س = ١ ، ص − ٢ = صفر تقع في الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

٥ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = ٧ هي ....

(أ) ∅ (ب) {٧} (ج) ح (د) ح − {٧}

٦ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (ج) ∅ (د) صفر

---

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا في ح × ح :

٢ س + ص = ١ ، س + ٢ ص = ٥

(ب) أوجد ن (س) في أبسط صورة موضحًا المجال حيث :

$$ن (س) = \frac{٥}{س - ٣} + \frac{٤}{٣ - س}$$

---

٣ (أ) أوجد باستخدام القانون العام في ح مجموعة حل المعادلة :

٢ $س^٢$ − ٥ س + ١ = ٠ (مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين)

(ب) إذا كان : $ن (س) = \frac{س^٢ - ٢ س}{س^٢ - ٣ س + ٢}$

فأوجد : ١ $ن^{-١}$ (س) في أبسط صورة موضحًا مجال $ن^{-١}$ ٢ $ن^{-١}$ (٢) إن أمكن.

---

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا في ح × ح : س − ص = صفر ، س ص = ٩

(ب) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن (س) = \frac{س^٢}{س^٢ - ٣ س} \div \frac{٣ س}{س^٢ - ٩}$$

---

٥ (أ) إذا كان : $ن_١ (س) = \frac{س^٢}{س^٣ - س^٢}$ ، $ن_٢ (س) = \frac{س^٣ + س^٢ + س}{س^٤ - س}$ **أثبت أن :** $ن_١ = ن_٢$

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان :

ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد كلًا من :

١ ل (أ) ٢ ل (أ ∪ ب) ٣ ل (أ − ب)

٧ محافظة الغربية

اجب عن الاسئلة الاتية : (يسمح باستخدام الالة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن : أ ∩ ب = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\varnothing$

٢ إذا كان خمسة أمثال عدد يساوى ٤٥ فإن تُسع هذا العدد يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ٨١

٣ إذا كان المقدار : س^{٢} + ك س + ٣٦ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ± ٦ (ب) ± ٨ (جـ) ± ١٢ (د) ± ١٨

٤ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = ٢ س هى ....

(أ) {٠} (ب) {٢} (جـ) ح − {٠} (د) ح − {٢}

٥ إذا كان : س^{٣} = ٦٤ فإن : $\sqrt{س}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ± ٢ (جـ) ٤ (د) ± ٨

٦ عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٧ ، ص + س = ١٥ معًا فى ح × ح هو ....

(أ) $\varnothing$ (ب) ١ (جـ) عدد لا نهائى. (د) صفر.

٢ (أ) باستخدام القانون العام أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة الآتية :

س^{٢} − ٤ س + ٢ = صفر (مقربًا الناتج لأقرب رقم عشرى واحد)

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن (س) = \frac{س^{٢} - ٨}{س^{٢} - ٣ س + ٢} \times \frac{س + ١}{س^{٢} + ٢ س + ٤}$$ ثم أوجد : ن (٢)

٣ (أ) إذا كانت : ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٢ س}{س^{٢} - ٤}$ أوجد : ن$^{-١}$ (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال ن$^{-١}$

وإذا كان : ن$^{-١}$ (س) = ٣ فما قيمة س ؟

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا فى ح × ح جبريًا :

س + ص = ٤ ، ٢ س − ص = ٢

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا فى ح × ح جبريًا : س + ص = ٥ ، س^٢ − ص^٢ = ٥٥

(ب) إذا كان : ن١ (س) = $\frac{٢ س}{٢ س + ٤}$ ، ن٢ (س) = $\frac{س^٢ + ٢ س}{س^٢ + ٤ س + ٤}$ اثبت أن : ن١ = ن٢

---

٥ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

ن (س) = $\frac{س^٢ − س}{س^٢ − ١}$ + $\frac{س − ٣}{س^٢ − ٢ س − ٣}$

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد : ١ ل (أ ∪ ب) ٢ ل (أ̄)

٨ محافظة الدقهلية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعادلة : ٣ س + ٤ ص + س ص = ٥ من الدرجة ....

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٢ المستقيمان الممثلان للمعادلتين : ٣ س + ٥ ص = ٠ ، ٥ س − ٣ ص = ٠ يتقاطعان فى النقطة ....

(أ) (٠ ، ٠) (ب) (−٥ ، ٣) (جـ) (٣ ، ٥) (د) (−٣ ، −٥)

٣ إذا كان : ن (س) = $\frac{س − ٢}{س + ١}$ فإن : ن^{−١} (٢) = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) غير معرف.

(ب) أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :

س (س − ١) = ٤ (مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد)

---

٢ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س ص = ٣ ، س ص^٢ = ١٢ فإن : ص = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) −٢ (د) ±٢

٢ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ∅ (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) صفر

٣ مجال الدالة د : د (س) = $\sqrt{س^2 - 4}$ هو ....

(أ) ح − {٢ ، −٢} (ب) {٢ ، −٢} (جـ) ح (د) ∅

(ب) إذا كان : $ن_1(س) = \frac{2س}{2س + 8}$ ، $ن_2(س) = \frac{س^2 + 4س}{س^2 + 8س + 16}$ اثبت أن : $ن_1 = ن_2$

٣ (أ) إذا كان مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{ب}{س} + \frac{9}{س - أ}$ هو ح − {٠ ، ٤}

، ن (٥) = ٢ أوجد قيمتى : أ ، ب

(ب) زاويتان حادتان فى مثلث قائم الزاوية ، الفرق بين قياسيهما ٥٠° أوجد قياس كل منهما.

٤ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن : ن (س) = $\frac{س^2 - 2س}{س^2 - 3س + 2} - \frac{4 - س^2}{س^2 + س - 2}$

(ب) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

ص + ٢ س = ٧ ، (ص + ٢ س − ٨)^2 + س^2 = ٥

٥ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

ن (س) = $\frac{س^3 - 8}{س^2 + س - 6} \times \frac{س + 3}{س^2 + 2س + 4}$

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٤ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,١

أوجد : ١ ل (أ ∪ ب) ٢ ل (أ − ب)

٩ محافظة بورسعيد

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلتين : س = ٢ ، ص = ٣ فى ح × ح هى ....

(أ) {(٢ ، ٣)} (ب) {(٣ ، ٢)} (جـ) ح (د) ∅

٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س + ٤ فى ح هى ....

(أ) {٤ ، −٤} (ب) ح (جـ) {−٤} (د) ∅

٣ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ∅ (ب) ١ (جـ) صفر (د) ٠,٥

٤ مجموعة حل المعادلتين : س = ٣ ، س ص = ١٥ في ح × ح هي ....

(أ) {٥}　　(ب) {٣ ، ٥}　　(ج) {(٥ ، ٣)}　　(د) {(٣ ، ٥)}

٥ يكون للدالة د حيث د (س) = (س − ٢) / (س − ٥) معكوس جمعي في المجال ....

(أ) ح − {٢ ، ٥}　　(ب) ح − {٢}　　(ج) ح − {٥}　　(د) {٢ ، ٥}

٦ في الشكل المقابل :



إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ١/٦　　(ب) ٢/٦　　(ج) ٤/٦　　(د) ١

---

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانيًا في ح × ح :

س + ص = ٤ ، ٢ س − ص = ٢

(ب) إذا كان : ن (س) = (س² − ٢ س) / (س² − ٥ س + ٦) أوجد : ن⁻¹ (س) في أبسط صورة وعين مجال ن⁻¹

---

٣ (أ) أوجد جبريًا في ح × ح مجموعة الحل للمعادلتين :

س − ١ = ٠ ، س² + ص² = ١٠

(ب) إذا كان ن١ (س) = ١ / (س + ١) ، ن٢ (س) = (س² − س + ١) / (س³ + ١)

أثبت أن : ن١ = ن٢

---

٤ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة الحل في ح للمعادلة : س² − س − ٤ = ٠ .

(ب) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا المجال :

ن (س) = س / (س² + ٢ س) + (س − ٢) / (س² − ٤)

---

٥ (أ) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا المجال : ن (س) = (س² + ٢ س + ١) / (٢ س − ٨) × (س − ٤) / (س + ١)

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل (أ) = ٠٫٣ ، ل (ب) = ٠٫٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠٫٢

أوجد : ١ ل (أ)　　٢ ل (أ ∪ ب)

١٠ محافظة كفر الشيخ

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معادلة محور تماثل منحنى الدالة د حيث د (س) = س^{٢} − ٤ هى ....

(أ) س = −٤ (ب) س = صفر (جـ) ص = صفر (د) ص = −٤

٢ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س^{٢} + ٤ فى ح هى ....

(أ) {٢} (ب) {٢ ، −٢} (جـ) ح (د) ∅

٣ إذا كان : |س| = ٧ فإن : س = ...

(أ) ٧ (ب) −٧ (جـ) ± ٧ (د) ١٤

٤ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة يكون احتمال ظهور عدد فردى أولى هو ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٥ إذا كانت : ٥$^{س − ٢}$ = ١ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) صفر (د) ٣

٦ نصف العدد ٤^{٦} هو ....

(أ) ٢^{٣} (ب) ٢^{٦} (جـ) ٤^{٣} (د) ٢^{١١}

---

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا فى ح × ح : س − ص = ١ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥

(ب) إذا كان : ن (س) = $\frac{س^{٢} − ٢ س}{س^{٢} − ٣ س + ٢}$ فأوجد : ن$^{-١}$ (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال.

---

٣ (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : ٣ س^{٢} − ٥ س + ١ = صفر

باستخدام القانون العام مقربًا الجواب لأقرب رقمين عشريين.

(ب) اختصر لأبسط صورة موضحًا المجال : ن (س) = $\frac{س^{٣} − ٨}{س^{٢} + س − ٦} \times \frac{س + ٣}{س^{٣} + ٢ س^{٢} + ٤ س}$

---

٤ (أ) إذا كان : ن$_{١}$ (س) = $\frac{س^{٢}}{س^{٣} − س^{٢}}$ ، ن$_{٢}$ (س) = $\frac{س^{٣} + س^{٢} + س}{س^{٤} − س}$

فأثبت أن : ن$_{١}$ = ن$_{٢}$

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد : [١] ل (أ ∪ ب) [٢] ل (أ − ب)

---

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة موضحًا المجال : ن (س) = $\frac{س^٢}{س - ١} + \frac{س}{١ - س}$

(ب) أوجد في ح × ح مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين جبريًا :

س + ص = ٥ ، س − ص = ١

١١ محافظة البحيرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] عدد حلول المعادلتين : س + ص = ١ ، ص + س = ٢ معًا في ح × ح هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

[٢] إذا كان : $\sqrt{٦٤ + ٣٦}$ = ٨ + س فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٠

[٣] مجال المعكوس الضربي للدالة ن : ن (س) = $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ....

(أ) ح − {٣} (ب) ح − {−٣} (جـ) ح − {−٢ ، ٣} (د) ح

[٤] إذا كان : ٣ أ = $\sqrt{٤}$ ب فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

[٥] إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ل (أ) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨

فإن : ل (ب) = ...

(أ) صفر (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٦

[٦] المعادلة : ٣ س + ٤ ص + س ص = ٥ من الدرجة ....

(أ) الصفرية. (ب) الأولى. (جـ) الثانية. (د) الثالثة.

---

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٥ ، س − ص = ٧ في ح × ح

(ب) أوجد $ن(س)$ في أبسط صورة موضحًا مجال $ن$:

$$ن(س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - ٧س + ١٢} - \frac{١}{س - ٤}$$

٣ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين في $ح \times ح$: $س + ص = ٣$ ، $س^٢ + ص^٢ = ٥$

(ب) أوجد $ن(س)$ في أبسط صورة مبينًا مجال $ن$: $ن(س) = \frac{س^٢ - ٨س + ١٢}{س^٢ - ٤س + ٤} + \frac{س^٢ - ٤س - ٥}{س^٢ - ٧س + ١٠}$

٤ (أ) حل في $ح$ المعادلة : $٣س^٢ - ٥س - ٤ = ٠$ (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

(ب) أثبت أن $ن_١ = ن_٢$ حيث :

$$ن_١(س) = \frac{٢س}{٢س + ٨} \quad ، \quad ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٤س}{س^٢ + ٨س + ١٦}$$

٥ (أ) أوجد $ن(س)$ في أبسط صورة مبينًا مجال $ن$ حيث : $ن(س) = \frac{س^٢ - ١}{س^٢ - ٢س + ١} \times \frac{٢س - ٢}{س^٢ + س + ١}$

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان : $ل(أ) = ٠,٦$ ، $ل(ب) = ٠,٧$ ، $ل(أ \cap ب) = ٠,٤$

أوجد : ١ $ل(أَ)$ ٢ $ل(أ \cup ب)$ ٣ $ل(أ - ب)$

١٢ محافظة الفيوم

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلتين : $ص - ٣ = ٢$ ، $س + ص =$ صفر في $ح \times ح$ هي ....

(أ) $\{(٠ ، ٥)\}$ (ب) $\{(٥ ، ٠)\}$ (جـ) $\{٥ ، -٥\}$ (د) $\{(-٥ ، ٥)\}$

٢ مجال الدالة د حيث $د(س) = \frac{س + ١}{(س - ٢)^٧}$ هو ....

(أ) $ح$ (ب) $ح - \{٢\}$ (جـ) $ح - \{٢ ، ٧\}$ (د) $ح - \{٥\}$

٣ الوسط المتناسب بين العددين ٩ ، ١٦ هو ....

(أ) ± ١٢ (ب) ± ٩ (جـ) ± ١٦ (د) ± ٢٥

٤ إذا كان : أ حدثًا من فضاء العينة ف وكان : $ل(أ) = \frac{٣}{٤}$ فإن : $ل(أَ) =$ ....

(أ) ٠,٢٥ (ب) ٠,٧٥ (جـ) ٠,٤٠ (د) ٠,٥٠

٥ إذا كان : $\text{س}^{٣}\,\text{ص}^{-٣} = ٢٧$ فإن : $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = ...

(أ) ٢٧ (ب) $\frac{١}{٢٧}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ٣

٦ إذا كان : ٣ س = ٤٥ فإن : $\frac{١}{٥}$ س = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ١٥ (د) ٤٥

٢ (أ) باستخدام القانون العام أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : س (س − ٥) = ٧

(مقربًا الناتج لأقرب رقم عشرى واحد)

(ب) عددان موجبان أحدهما ضعف الآخر وحاصل ضربهما ٧٢ أوجد العددين.

٣ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٣\,\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٥\,\text{س} + ٦} - \frac{٢\,\text{س} + ٤}{\text{س}^{٢} - ٤}$

(ب) إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\,\text{س}}{\text{س}^{٣} + ٨}$ أوجد : $\text{ن}^{-١}(\text{س})$ مبينًا مجال $\text{ن}^{-١}$ وإذا كان : $\text{ن}^{-١}(\text{س}) = ٢$

أوجد : قيمة س

٤ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين : ٢ س + ص = ٥ ، س − ص = ٤

(ب) إذا كان مجال الدالة ن : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٥}{٢\,\text{س} - \text{ب}}$ هو ح − {٣}

أوجد : قيمة ب

٥ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٣\,\text{س} + ٩}{\text{س}^{٢} - ١} \div \frac{\text{س}^{٣} + ٢٧}{\text{س}^{٢} + ٤\,\text{س} + ٣}$$

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

حيث ل (أ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٣ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٧

أوجد : ل (أ ∩ ب) ، ل (أ − ب)

١٣ محافظة بنى سويف

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار الجبرى : $٣\,\text{س}^{٢} + ٢\,\text{س}^{٢}\,\text{ص}^{٢}$ من الدرجة ....

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٢ إذا كان : $٥^{س} = ١$ فإن : $٥^{س-١} = ...$

(أ) −١ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) ١ (د) ٥

٣ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ عدد لانهائي من الحلول في ح × ح

فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ٢١

٤ إذا كان : أ ب = ٣ ، أ $ب^{٢}$ = ١٢ فإن : ب = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) −٢ (د) −٤

٥ إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ، أ ⊂ ف ، وكان : ل (أ) + ل (أ') = ٣ م فإن : م = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٦ إذا كان للكسر الجبري $\frac{س - أ}{س - ٢}$ معكوس ضربي هو $\frac{س - ٢}{س + ٣}$ فإن : أ = ...

(أ) −٣ (ب) −٢ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٢ (أ) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين : ص − ٣ س = صفر ، $س^{٢}$ + س ص = ٤

(ب) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث : ن (س) = $\frac{س^{٢} - س}{س^{٢} - ١} + \frac{س + ٥}{س^{٢} + ٦ س + ٥}$

---

٣ (أ) أوجد في ح باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة :

$س^{٢}$ − ٤ س = ١ (مقربًا الناتج لرقم عشري واحد)

(ب) إذا كان : $ن_{١}$ (س) = $\frac{٢ س}{٢ س + ٨}$ ، $ن_{٢}$ (س) = $\frac{س^{٢} + ٤ س}{س^{٢} + ٨ س + ١٦}$

أثبت أن : $ن_{١} = ن_{٢}$

---

٤ (أ) أوجد مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $س^{٣}$ + $س^{٢}$ − ٢٠ س

(ب) أوجد جبريًا في ح × ح مجموعة حل المعادلتين : ٢ س − ص = ٣ ، س + ٢ ص = ٤

---

٥ (أ) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث : ن (س) = $\frac{س^{٣} + ٨}{س^{٢} - ٤} \times \frac{س - ٢}{س^{٢} - ٢ س + ٤}$

ثم أوجد : ن (٣) ، ن (٢) إن أمكن.

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٥ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٩

أوجد : ل (ب) ، ل (أ − ب)

١٤ محافظة أسيوط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ... + ٤

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ١ (د) صفر

(٢) المستقيمان : ٢ س + ٣ ص = صفر ، ٥ س - ٣ ص = صفر يتقاطعان في ....

(أ) الربع الأول. (ب) الربع الثاني. (جـ) الربع الثالث. (د) نقطة الأصل.

(٣) نصف العدد $٢^{٦}$ = ...

(أ) $٢^{٣}$ (ب) $٢^{٦}$ (جـ) $٢^{٥}$ (د) $٢^{١١}$

(٤) إذا كان : س ≠ صفر فإن : $\frac{٣ س}{س^{٢} + ١} \div \frac{س}{س^{٢} + ١}$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

(٥) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن : أ ∩ ب = ...

(أ) صفر (ب) ٠,٥ (جـ) ١ (د) ∅

(٦) إذا كان : أ $ب^{٢٠}$ = ٤٠ ، أ $ب^{١٩}$ = ٢٠ حيث أ ≠ صفر ، ب ≠ صفر فإن : ب = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

---

٢ (أ) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا : س - ص = صفر ، س ص = ٩

(ب) أوجد ن (س) في أبسط صورة موضحًا مجال ن حيث : ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٣ س}{س^{٢} - ٩} + \frac{س - ١}{س^{٢} + ٢ س - ٣}$

---

٣ (أ) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة :

٣ $س^{٢}$ - ٥ س + ١ = صفر باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين.

(ب) إذا كان : $ن_{١}$ (س) = $\frac{س^{٢}}{س^{٣} - س^{٢}}$ ، $ن_{٢}$ (س) = $\frac{س^{٢} + س + ١}{س^{٣} - ١}$

فأثبت أن : $ن_{١}$ (س) = $ن_{٢}$ (س) لجميع قيم س التي تنتمي إلى المجال المشترك ، وأوجد هذا المجال.

---

٤ (أ) أوجد في ح × ح مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين جبريًا : س - ص = ٣ ، ٢ س + ص = ٩

(ب) إذا كان : ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٢ س}{س^{٢} - ٣ س + ٢}$

أوجد : (١) $ن^{-١}$ (س) في أبسط صورة موضحًا مجال $ن^{-١}$ (٢) قيمة س إذا كان : $ن^{-١}$ (س) = ٣

٥ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد : [١] ل (أ ∪ ب) [٢] ل (أ − ب) [٣] ل (بَ)

(ب) إذا كان : ن (س) = $\frac{س^2 - 8}{س^2 - 4س + 4} \times \frac{2س - 4}{س^2 + 2س + 4}$

أوجد : [١] ن (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال ن [٢] قيمة ن (٢)

١٥ محافظة سوهاج

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = س − ٥ فى ح هى ....

(أ) ح (ب) {−٥} (جـ) {٥} (د) ∅

[٢] إذا كان : $2^{ك - 3} = 1$ فإن : ك = ...

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) −٣ (د) ٨

[٣] إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

[٤] مجموعة حل المعادلة : $س^2 + 9 = 0$ فى ح هى ....

(أ) {٣} (ب) {−٣} (جـ) {٣ ، −٣} (د) ∅

[٥] إذا كان : $2^م \times 3^م = 6^5$ فإن : م = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ٢٥

[٦] إذا كان للمعادلتين : س + ٦ ص = ٣ ، ٢ س + ك ص = ٦ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح

فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ٢١

٢ (أ) باستخدام القانون العام أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة :

$س^2 - 2س - 4 = 0$ (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

(ب) إذا كان : $ن_1 (س) = \frac{٢ س}{٢ س + ٨}$ ، $ن_2 (س) = \frac{س^٢ + ٤ س}{س^٢ + ٨ س + ١٦}$

فأثبت أن : $ن_1 = ن_2$

---

٣ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين : ص = ٣ − س ، س ص = ٢

(ب) إذا كان : $ن (س) = \frac{س - ٢}{س + ١}$

أوجد : [١] $ن^{-١} (س)$ وعين مجال $ن^{-١}$ [٢] $ن^{-١} (٣)$

---

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ح × ح : ٢ س − ص = ٧ ، س + ص = ٥

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$ن (س) = \frac{س^٢ + س}{س^٢ - ١} + \frac{س - ٥}{س^٢ - ٦ س + ٥}$$

---

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة مبينًا المجال :

$$ن (س) = \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ + س - ٦} \times \frac{س + ٣}{س^٢ + ٢ س + ٤}$$

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان : ل (أ) = ٠,٨ ، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٦

أوجد : [١] ل (أ) [٢] ل (أ ∪ ب)

١٦ محافظة قنا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كان منحنى الدالة التربيعية د لا يقطع محور السينات فى أى نقطة فإن عدد حلول المعادلة د (س) = ٠ فى ح هو ....

(أ) عدد لا نهائى من الحلول. (ب) حلان.

(جـ) حل وحيد. (د) صفر.

[٢] نصف العدد $٢^٤$ هو ....

(أ) $١^٤$ (ب) $٢^٢$ (جـ) $٢^٣$ (د) $٤^٢$

[٣] مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $-س^٢ + ٩$ فى ح هى ....

(أ) ∅ (ب) {٠} (جـ) {٣} (د) {٣ ، −٣}

٤ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٠,٥

٥ إذا كان مجموع عمرى أحمد ومحمد الآن ١٥ سنة فإن مجموع عمريهما بعد خمس سنوات = ...

(أ) ٢٠ سنة. (ب) ٢٥ سنة. (جـ) ٣٠ سنة. (د) ٣٥ سنة.

٦ ح ∩ ح = ...

(أ) {٠} (ب) ∅ (جـ) ح (د) ح − {٠}

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ح × ح : س + ٢ ص = ٤ ، ٢ س − ص = ٣

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال : ن (س) = $\frac{س^٢ - ٢س + ٤}{س^٣ + ٨} + \frac{س^٢ - ١}{س^٢ + س - ٢}$

٣ (أ) أوجد فى ح باستخدام القانون العام مقربًا لرقم عشرى واحد مجموعة حل المعادلة : س^٢ + ٤ = ٦ س

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال : ن (س) = $\frac{س - ١}{س^٢ - ١} \div \frac{س^٢ - ٥س}{س^٢ - ٤س - ٥}$

٤ (أ) عددان حقيقيان موجبان مجموعهما ٧ ومجموع مربعيهما ٣٧ أوجد العددين.

(ب) إذا كان : $ن_١$ (س) = $\frac{س^٣ + ٢س}{س^٣ + ٤س + ٤}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{٢س}{٢س + ٤}$ أثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

٥ (أ) إذا كان : ن (س) = $\frac{س^٢ - ٢س}{س^٢ - س - ٢}$

أوجد : $ن^{-١}$ (س) مبينًا المجال ثم أوجد : $ن^{-١}$ (٣)

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ أوجد : ل (أَ) ، ل (أ ∪ ب)

١٧ محافظة الأقصر

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلتين : س − ٢ = ٠ ، ص + ٣ = ٠ فى ح × ح هى ....

(أ) {(٢ ، ٣)} (ب) {(−٢ ، −٣)} (جـ) {(٢ ، −٣)} (د) {(−٢ ، ٣)}

١ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = صفر في ح هي ....

(أ) ∅　　(ب) ح　　(ج) {صفر}　　(د) $ح^+$

٢ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية　فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ∅　　(ب) صفر　　(ج) ل (أ)　　(د) ل (ب)

٣ نصف العدد $٢^{١٠}$ = ...

(أ) $٢^{٥}$　　(ب) $٢^{٩}$　　(ج) $١^{١٠}$　　(د) $١^{٥}$

٤ ٣ × ٤ − ٤ + ٢ = ...

(أ) ٦　　(ب) ٨　　(ج) ١٠　　(د) ١٢

٥ $\sqrt{\sqrt{٨١}}$ = ...

(أ) ٩　　(ب) ٣　　(ج) −٩　　(د) −٣

---

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا في ح × ح :

س − ص = ٤　،　٣ س + ٢ ص = ٧

(ب) إذا كان : $ن_١ (س) = \frac{٢ س}{٢ س + ٨}$　،　$ن_٢ (س) = \frac{س^٢ + ٤ س}{س^٢ + ٨ س + ١٦}$

أثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

---

٣ (أ) أوجد جبريًا مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين في ح × ح :

س − ص = صفر　،　س ص = ٩

(ب) أوجد في أبسط صورة مبينًا المجال : $ن (س) = \frac{س}{س - ٤} - \frac{س + ٤}{س^٢ - ١٦}$

---

٤ (أ) باستخدام القانون العام حل المعادلة الآتية في ح :

$س^٢ + ٣ س - ٣ = ٠$　(مقربًا لرقمين عشريين)

(ب) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٢}$　،　ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$　،　ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٣}$

أوجد : [١] ل (أ ∪ ب)　　[٢] ل (أ − ب)

---

٥ (أ) أوجد في أبسط صورة مبينًا المجال : $ن (س) = \frac{٣ س - ١٥}{س + ٣} + \frac{٥ س - ٢٥}{٤ س + ١٢}$

(ب) صندوق به ١٢ كرة منها ٥ كرات زرقاء و ٤ كرات حمراء والباقي أبيض. سحبت كرة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

[١] زرقاء.　　[٢] ليست حمراء.　　[٣] زرقاء أو حمراء.

١٨ محافظة أسوان

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٣^{س} = ٩$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) ٨١

٢ مجموعة حل المعادلتين : س − ٣ = ٠ ، ص = ٤ في ح × ح هي ....

(أ) {٣ ، ٤} (ب) {(٤ ، ٣)} (جـ) {(٣ ، ٤)} (د) ∅

٣ إذا كان : ٥ س = ٦ فإن : ١٠ س = ...

(أ) ٣ (ب) ١٢ (جـ) ٢٠ (د) ٣٠

٤ مجال الدالة د : د (س) = $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ....

(أ) ح − {٣} (ب) ح − {−٢ ، ٣} (جـ) ح − {−٢} (د) ح

٥ إذا كان : $\sqrt{٦٤ + ٣٦} = ٨ + أ$ فإن : أ = ...

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

٦ إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ٠,٥ (ب) ١ (جـ) صفر (د) ∅

---

٢ (أ) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا : س − ص = ٣ ، ٢ س + ص = ٩

(ب) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث : ن (س) = $\frac{س}{س - ٢} - \frac{٢ س + ٤}{س^٢ - ٤}$

---

٣ (أ) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام : $س^٢ - ٢ س - ٦ = ٠$

(ب) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث : ن (س) = $\frac{س^٢ + ٢ س - ٣}{س + ٣} \times \frac{س + ١}{س^٢ - ١}$

---

٤ (أ) إذا كان : ن (س) = $\frac{س + ٥}{س - ٣}$ أوجد : $ن^{-١}$ (س) وعين مجال $ن^{-١}$

(ب) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا :

س − ٣ = ٠ ، $س^٢ + ص^٢ = ٢٥$

٥ (أ) إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان:

ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد: ١ ل (أ ∪ ب)

٢ ل (أ')

(ب) إذا كان: $ن_1(س) = \frac{س}{س + ٢}$ ، $ن_2(س) = \frac{س^2 + ٢ س}{س^2 + ٤ س + ٤}$ اثبت أن: $ن_1 = ن_2$

١٩ محافظة الوادى الجديد

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٦} =$ ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٩}$ (جـ) $\frac{٢}{٩}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

٢ إذا كان: $ب حـ^2 = ١٢$ ، ب حـ = ٦ فإن: حـ = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٦

٣ مستطيل محيطه ٣٠ سم ، عرضه ٥ سم فإن طوله .... سم.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

٤ إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٢ ، ل (ب) = ٠,٦

فإن: ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٦ (د) ٠,٨

٥ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = س + ١ هى ....

(أ) {-١} (ب) {١} (جـ) ∅ (د) ح - {-١}

٦ إذا كان منحنى الدالة د حيث $د(س) = س^2 - ٤ س + ٣$ يقطع محور السينات فى النقطتين (٣ ، ٠) ، (١ ، ٠) فإن مجموعة حل المعادلة د (س) = صفر هى ....

(أ) {١} (ب) {٣} (جـ) {١ ، ٣} (د) {٠ ، ١ ، ٣}

٢ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

س + ص = ١٠ ، س - ص = ٤

(ب) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^2 - ٥ س + ٦ =$ صفر باستخدام القانون العام.

٣ (أ) أوجد في ع × ع مجموعة حل المعادلتين : س − ص = صفر ، س ص = ٩

(ب) إذا كان مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س}^٢ - أ\text{س} + ٩}$ هو ع − {٣}

فأوجد : ١ قيمة أ ٢ قيمة ن (١)

---

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة مبيناً المجال :

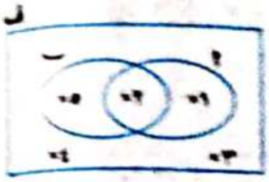
ن (س) = $\frac{\text{س}^٣ - ٨}{\text{س}^٢ + \text{س} - ٦} \times \frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤}$

(ب) إذا كان ن (س) = $\frac{\text{س}^٢ - ٢\text{س}}{\text{س}^٢ - ٣\text{س} + ٢}$ فأوجد : $ن^{-١}$ (س) في أبسط صورة وعين مجال $ن^{-١}$

---

٥ (أ) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن : ن (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٤} - \frac{٤\text{س} + ١٦}{\text{س}^٢ - ١٦}$

(ب) في الشكل المقابل :



إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية فأوجد :

١ ل (أ) ٢ ل ($\bar{\text{ب}}$)

٣ ل (أ ∩ ب)

٢٠ محافظة شمال سيناء

أجب عن الأسئلة الآتية : ***(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)***

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ اذا كانت : س − ص = صفر ، س ص = ١٦ فإن : ص = ...

(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ± ٤ (د) صفر

٢ إذا كان س هو العنصر المحايد الجمعي ، ص هو العنصر المحايد الضربي

فإن : $٥^{\text{س}} + ٩^{\text{ص}}$ = ...

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ٣

٣ إذا كانت : ن (س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س} + ١}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) {−١} (ب) ع − {١ ، −١} (جـ) ع − {−١} (د) ع

٤ مجموعة حل المعادلتين : س − ص = ٣ ، س + ص = ٥ في ع × ع هي ....

(أ) {(١ ، ٤)} (ب) {(٤ ، ١)} (جـ) {(−٤ ، ١)} (د) {(١ ، −٤)}

٥ المجال المشترك للكسرين $\frac{٧}{س - ٥}$ ، $\frac{٨}{س - ٢}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح - {٥ ، ٢} (جـ) ح - {٥} (د) ح - {٢}

٦ احتمال الحدث المؤكد يساوى ....

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) -١ (د) صفر

٢ (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين :

$٣ س^٢ - ٥ س + ١ = $ صفر

(ب) إذا كان : $ن_١$ ، $ن_٢$ كسرين جبريين حيث $ن_١(س) = \frac{١}{س - ٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٣}{س^٢ - ٤}$

فأوجد المجال المشترك لكل من $ن_١$ ، $ن_٢$

٣ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ح × ح :

س - ص = ١ ، $س^٢ - ص^٢ = ٢٥$

(ب) اختصر لأبسط صورة مبينًا المجال :

$ن(س) = \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ + س - ٦} \times \frac{س + ٣}{س^٢ + ٢ س + ٤}$

٤ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ، وكان :

ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢

فأوجد : ل(أ ∪ ب) ، ل(أ - ب)

(ب) إذا كان : $ن(س) = \frac{س^٢}{س - ١} + \frac{س}{١ - س}$

أوجد : ن(س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن

٥ (أ) إذا كانت : $ن_١(س) = \frac{١}{س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٤}{س^٣ + ٤ س}$

فأثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين بيانيًا فى ح × ح :

٢ س + ص = ٥ ، س + ص = ٤

١ محافظة القاهـرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية المنعكسة للزاوية التي قياسها ١٠٠° يساوي

(أ) ٨٠ (ب) ٩٠ (جـ) ٢٠٠ (د) ٢٦٠

٢ إذا كانت النقطة أ تقع على الدائرة م التي طول قطرها ٨ سم فإن أ م = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٣ عدد محاور تماثل متوازي الأضلاع هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٤ أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق (∠ ب) = ٥٠° فإن : ق (∠ ء) = ...°

(أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٣٠

٥ إذا كان قياس إحدى زاويتي قاعدة المثلث المتساوي الساقين ٤٠°

فإن قياس زاوية الرأس يساوي ....°

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٤٠

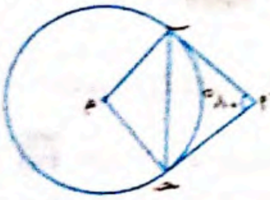
٦ الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

---

٢ (أ) أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{1}{٤}$ الدائرة

ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٤ سم (حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)



(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

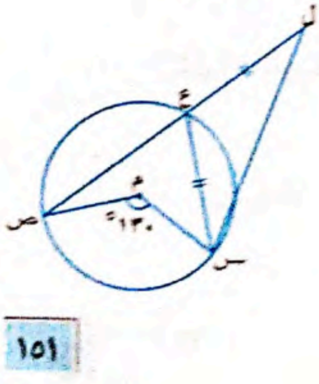
، ق (∠ أ) = ٨٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب حـ م)

---

٣ (أ) $\overline{أب}$ طولها ٥ سم. ارسم الدائرة التي تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٣ سم

كم دائرة يمكن رسمها ؟ (باستخدام الأدوات الهندسية).



(ب) في الشكل المقابل :

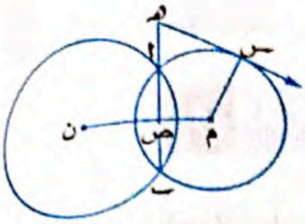
دائرة م ، ق (∠ س م ص) = ١٣٠° ، ع س = ع ل

أوجد بالبرهان : ١ ق ($\overset{\frown}{س ص}$)

٢ ق (∠ س ع ص)

٣ ق (∠ ل)

٤ (أ) في الشكل المقابل :



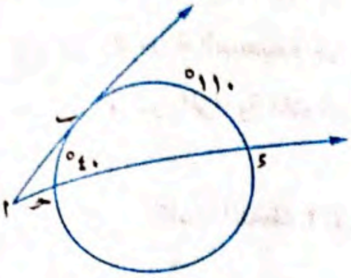
م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، هـ س مماس للدائرة م عند س

، م ن ∩ أ ب = {ص}

أثبت أن : الشكل هـ س م ص رباعي دائري.

(ب) في الشكل المقابل :



إذا كان : أ ب مماسًا للدائرة عند ب

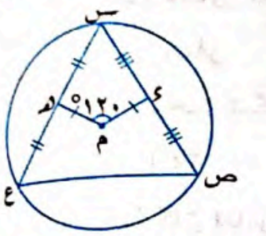
، أ حـ يقطع الدائرة في حـ ، ء ، ق (ب ء) = ١١٠°

، ق (ب حـ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (د أ)

---

٥ (أ) في الشكل المقابل :



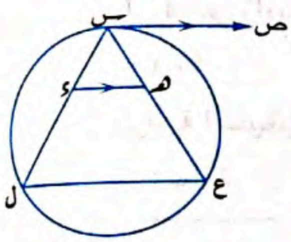
س ص ع مثلث مرسوم داخل دائرة م

، ء ، هـ منتصفا س ص ، س ع على الترتيب

فإذا كان : م ء = م هـ ، ق (د ء م هـ) = ١٢٠°

أثبت أن : المثلث س ص ع متساوى الأضلاع.

(ب) في الشكل المقابل :



س ص مماس للدائرة عند س

، س ص // ء هـ

برهن أن : ء هـ ع ل رباعي دائري.

٢ محافظة الجيـزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل متوسط بنسبة .... من جهة القاعدة.

(أ) ٣ : ٩ (ب) ٣ : ١ (جـ) ٤ : ٢ (د) ٢ : ٤

٢ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة م التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم.

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٣ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع عند أحد رؤوسه ....°

(أ) ٦٠ (ب) ١٠٨ (جـ) ١٢٠ (د) ١٣٥

٤ قياس القوس الذى يمثل نصف قياس الدائرة يساوى ....°

(أ) ١٨٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٢٤٠

٥ أ ب حـ مثلث فيه : $(ب حـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ حـ)^2$ ، ق (∠ ب) = ٥٠°

فإن : ق (∠ حـ) = ...°

(أ) ٩٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٤٠ (د) ١٣٠

٦ فى الشكل المقابل :



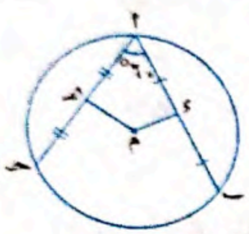
م دائرة ، ق (∠ أ) = ١٢٠°

فإن : ق (∠ حـ) = ...°

(أ) ١١٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٥٥ (د) ١٨٠

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



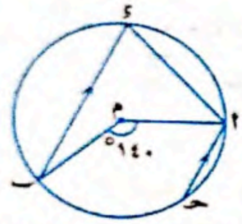
$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ وتران فى الدائرة م

، ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

، ق (∠ ب أ حـ) = ٦٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



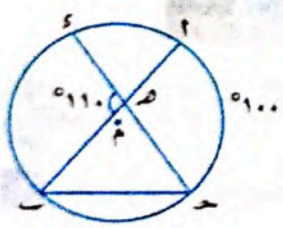
$\overline{أ حـ}$ // $\overline{ء ب}$

، ق (∠ أ م ب) = ١٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ أ ء)

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ ، $\overline{حـ ء}$ وتران فى الدائرة م

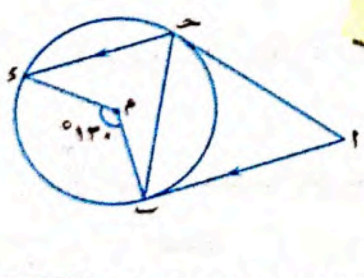
، $\overline{أ ب} \cap \overline{حـ ء} = \{هـ\}$

، ق (∠ ء هـ ب) = ١١٠°

، ق ($\overset{\frown}{أ حـ}$) = ١٠٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء حـ ب)

(ب) فى الشكل المقابل :



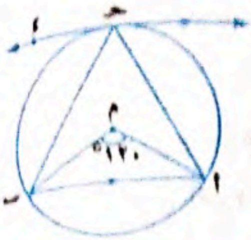
$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م

، $\overline{أ ب}$ // $\overline{حـ ء}$ ، ق (∠ ب م ء) = ١٣٠°

١ أثبت أن : $\overrightarrow{حـ ب}$ ينصف ∠ أ حـ ء

٢ أوجد : ق (∠ أ)

٤ (أ) في الشكل المقابل :



حـ ء مماس للدائرة عند حـ ، حـ ء // أ ب

، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن : △ حـ أ ب متساوى الأضلاع.

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب ، أ حـ وتران متساويان في الطول

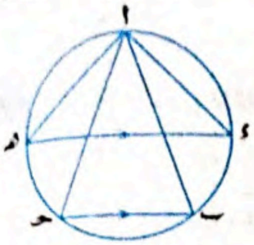
في الدائرة م ، س منتصف أ ب

، ص منتصف أ حـ

أثبت أن : س ء = ص هـ

---

٥ (أ) في الشكل المقابل :

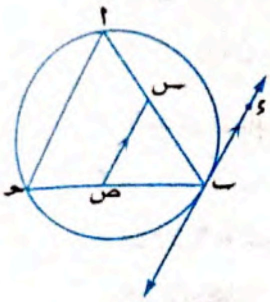


أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، ء هـ // ب حـ

أثبت أن :

ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ ب أ هـ)

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، ب ء مماس للدائرة عند ب ، س ∈ أ ب

، ص ∈ ب حـ حيث س ص // ب ء

أثبت أن : الشكل أ س ص حـ رباعى دائرى.

٣ محافظة الإسكندريـة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٢ مربع طول ضلعه ٥ سم تكون مساحة سطحه تساوى .... سم^2.

(أ) ٢٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٢٥ (د) ١٠٠

٣ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) مستقيمة. (د) قائمة.

٤ نقطة تلاقى متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة .... من جهة القاعدة.

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٣ (د) ٣ : ١

٥ فى الشكل المقابل :

فى الدائرة م إذا كان : ق (∠ حـ م أ) = ١٤٠°

فإن : ق (∠ حـ ء أ) = ...°



(أ) ٧٠ (ب) ١١٠ (جـ) ٤٠ (د) ١٤٠

٦ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر.

(أ) ٢ (ب) $\sqrt{2}$ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overline{ءهـ} // \overline{ب حـ}$

أثبت أن : ق (∠ ء أ ب) = ق (∠ حـ أ هـ)



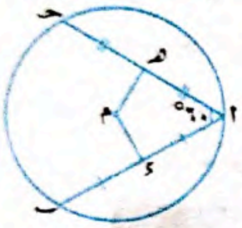
(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ وتران فى الدائرة م

، ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

، ق (∠ أ) = ٦٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)



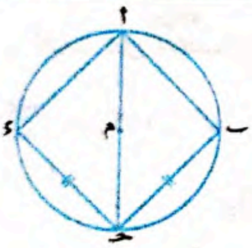
---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة م

، $\overline{أ حـ}$ قطر فى الدائرة ، حـ ب = حـ ء

أثبت أن : ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) = ق ($\overset{\frown}{أ ء}$)



(ب) أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، س ∈ $\overset{\frown}{أ ب}$ ، ص ∈ $\overset{\frown}{أ حـ}$

حيث ق ($\overset{\frown}{أ س}$) = ق ($\overset{\frown}{أ ص}$) ، $\overline{حـ س}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {ء}

، $\overline{ب ص}$ ∩ $\overline{أ حـ}$ = {هـ}

أثبت أن : الشكل ب حـ هـ ء رباعى دائرى.

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

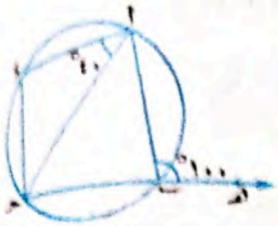


م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم ، ق (أب⌒) = ١٠٨°

أوجد :

طول أب⌒ $(\pi = \frac{22}{7})$

(ب) فى الشكل المقابل :

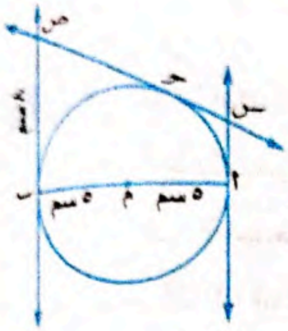


ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠°

، ق (∠ حـ أ ء) = ٤٠°

أثبت أن : حـ ء = أ ء

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



أب قطر فى الدائرة م ، حـ ∈ الدائرة م

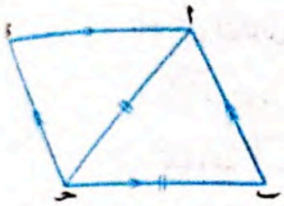
رسم مماس للدائرة عند حـ قطع المماسين

المرسومين لها عند أ ، ب فى س ، ص

فإذا كان : أب = ١٠ سم ، س حـ = ٥ سم ، ص ب = ٨ سم

أوجد : محيط الشكل أ س ص ب

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه أ حـ = ب حـ

أثبت أن :

حـ ء مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ

٤ محافظة القليوبيـة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....°

(أ) ٣٦٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٩٠

٢ فى الشكل المقابل :



دائرة مركزها م

إذا كان : ق (أب⌒) = ٨٠°

فإن : ق (∠ أ ء ب) = ...°

(أ) ٤٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٦٠

[٣] فى الشكل المقابل :



أ ب = أ حـ ، م ء ⊥ أ ب

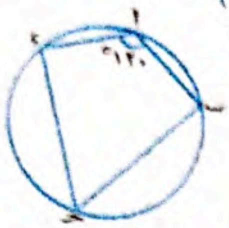
، م و ⊥ أ حـ

فإذا كانت : م ء = ٦ سم

فإن : م و = ... سم

(أ) ١٢ (ب) ٨ (جـ) ٦ (د) ٣

[٤] فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ أ) = ١٢٠°

فإن : ق (∠ حـ) = ...°

(أ) ١٥٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٩٠ (د) ٦٠

[٥] إذا كان : سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} فإن : الدائرتين تكونان ....

(أ) متماستين من الداخل. (ب) متماستين من الخارج.

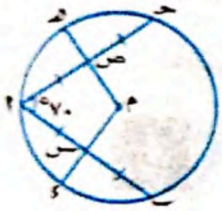
(جـ) متقاطعتين. (د) متحدتى المركز.

[٦] عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

---

[٢] (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب ، أ حـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

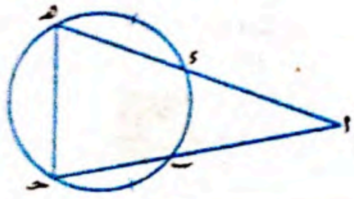
، س منتصف أ ب ، ص منتصف أ حـ

، ق (∠ حـ أ ب) = ٧٠°

[١] أوجد : ق (∠ هـ م ء)

[٢] أثبت أن : س ء = ص هـ

(ب) فى الشكل المقابل :

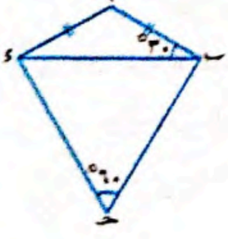


ق (ء هـ⌒) = ق (ب حـ⌒)

أثبت أن : أ ب = أ ء

---

[٣] (أ) فى الشكل المقابل :

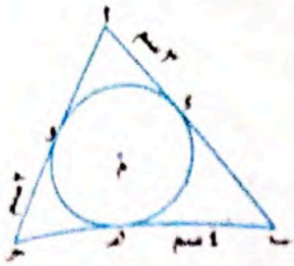


أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = أ ء

، ق (∠ أ ب ء) = ٣٠° ، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أثبت أن :

الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.



(ب) في الشكل المقابل :

△ أ ب جـ مرسوم خارج دائرة م تمس أضلاعه

أ ب ، ب جـ ، أ جـ في ء ، هـ ، و على الترتيب

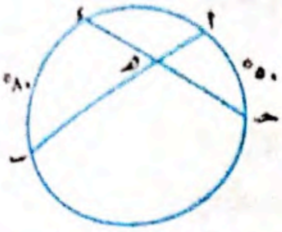
، أ ء = ٣ سم ، ب هـ = ٤ سم ، جـ و = ٢ سم

أوجد : محيط △ أ ب جـ

٤ (أ) △ أ ب جـ مرسوم داخل دائرة ، أ ء مماس عند أ ، س ∈ أ ب ، ص ∈ أ جـ

حيث س ص // ب جـ

أثبت أن : أ ء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

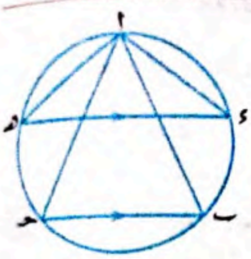


(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ∩ جـ ء = {هـ}

، ق(أ جـ) = ٥٠° ، ق(ب ء) = ٨٠°

أوجد : ق(∠ أ هـ جـ)

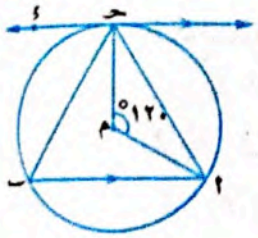


٥ (أ) في الشكل المقابل :

△ أ ب جـ مرسوم داخل دائرة ، ء هـ // ب جـ

أثبت أن :

ق(∠ ء أ جـ) = ق(∠ ب أ هـ)



(ب) في الشكل المقابل :

جـ ء مماس للدائرة عند جـ

، جـ ء // أ ب

، ق(∠ أ م جـ) = ١٢٠°

أثبت أن : المثلث ب أ جـ متساوى الأضلاع.

٥ محافظة الشرقية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

[٢] م ، ن دائرتان متماستان من الداخل فإذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ٣ سم ، طول نصف قطر الدائرة ن = ١ سم فإن : م ن = ... سم.

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

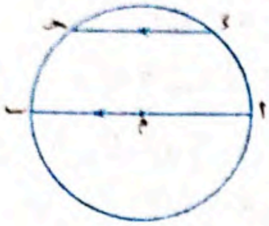
[٣] إذا كان : أ ب جـ ء شكلاً رباعيًا دائريًا وكان : ق(∠أ) = ٧٠° فإن : ق(∠جـ) = ...°

(أ) ١٤٠ (ب) ١١٠ (جـ) ١٠٠ (د) ٧٠

[٤] دائرة مركزها م وطول قطرها ٦ سم ، أ نقطة في مستوى الدائرة فإذا كان : م أ = ٣ سم فإن : أ تقع ....

(أ) داخل الدائرة. (ب) خارج الدائرة. (جـ) على الدائرة. (د) في مركز الدائرة.

[٥] في الشكل المقابل :



م دائرة ، ق(⌒ب جـ) = ٥٠°

، $\overline{ء جـ}$ // $\overline{أ ب}$

فإن : ق(⌒ء جـ) = ...°

(أ) ١٠٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٨٠

[٦] في الشكل المقابل :

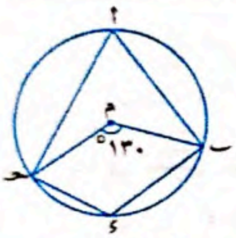


م دائرة ، $\overline{أ ب}$ قطر فيها ، م أ = ٤ سم

فإن : طول ⌒أ ب = ... سم

(أ) ٢ π (ب) ٤ π (جـ) ٨ π (د) ٦ π

[٢] (أ) في الشكل المقابل :

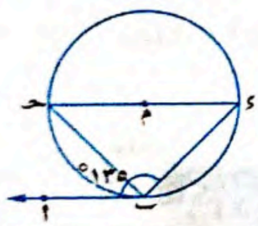


دائرة مركزها م فيها : ق(∠ب م جـ) = ١٣٠°

أوجد :

[١] ق(∠أ) [٢] ق(∠ء)

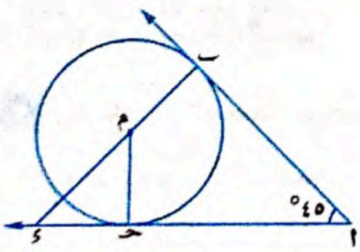
(ب) في الشكل المقابل :



$\overline{ء جـ}$ قطر في الدائرة التي مركزها م ، $\overleftrightarrow{ب أ}$ مماس للدائرة م عند نقطة ب ، ق(∠أ ب ء) = ١٣٥°

أثبت أن : $\overline{ء جـ}$ // $\overleftrightarrow{ب أ}$

[٣] (أ) في الشكل المقابل :

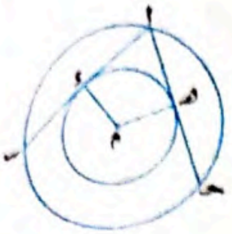


$\overleftrightarrow{أ ب}$ ، $\overleftrightarrow{أ جـ}$ مماسان للدائرة م عند ب ، جـ على الترتيب

، ق(∠أ) = ٤٥° ، $\overrightarrow{ب م}$ ∩ $\overrightarrow{أ جـ}$ = {ء}

أثبت أن : [١] الشكل أ ب م جـ رباعي دائري.

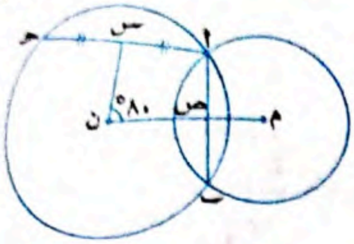
[٢] جـ ء = جـ م



(ب) في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{أحـ}$ ، $\overline{أب}$ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى في هـ ، ء وتقطعان الدائرة الكبرى في حـ ، ب على الترتيب

أثبت أن : أحـ = أب

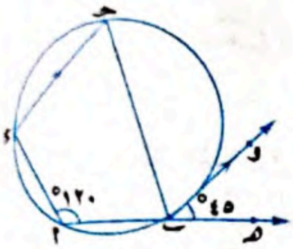


٤ (أ) في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، $\overline{م ن}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {ص}

، ق (∠ ص ن س) = 80° ، س منتصف $\overline{أحـ}$

أوجد : ق (∠ ب أ حـ)



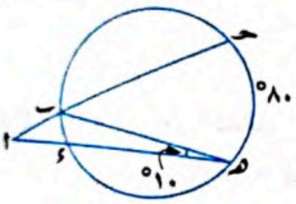
(ب) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{ب و}$ // $\overline{ء حـ}$

، ق (∠ ء أ ب) = 120°

، ق (∠ و ب هـ) = 45°

أوجد : ق (∠ حـ ء أ)

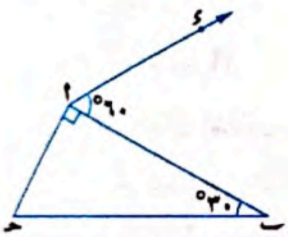


٥ (أ) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{حـ ب}$ ∩ $\overleftrightarrow{هـ ء}$ = {أ}

، ق (∠ ب هـ ء) = 10° ، ق ($\overset{\frown}{هـ حـ}$) = 80°

أوجد : ق (∠ أ)



(ب) في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ

، ق (∠ ء أ ب) = 60° ، ق (∠ ب) = 30°

أثبت أن : $\overrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، حـ

٦ محافظة المنوفيـة

أجب عن الأسئلة الآتية : *(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)*

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مربع مساحة سطحه ٥٠ سم² فإن طول قطره .... سم

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٥

٢ ∠أ ، ∠ب زاويتان متتامتان ، ق(∠أ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب) فإن : ق(∠أ) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

٣ ∆أب حـ قائم الزاوية فى ب ، ق(∠حـ) = ٣٠° ، أحـ = ٦ سم فإن : أب = ... سم

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٣$\sqrt{3}$

٤ فى الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ∩ سطح الدائرة م = ...



(أ) ∅ (ب) {حـ ، ء} (جـ) $\overline{\text{حـء}}$ (د) $\overleftrightarrow{\text{حـء}}$

٥ إذا كان الشكل أب حـ ء رباعيًا دائريًا فإن : ق(∠أ) + ق(∠حـ) − ١٠٠° = ...°

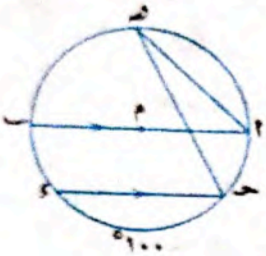
(أ) ٨٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ١٨٠ (د) ٢٨٠

٦ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف الدائرة يساوى ....°

(أ) ٤٥ (ب) ١٣٥ (جـ) ٩٠ (د) ١٥٠

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{حـء}}$

، ق($\overset{\frown}{\text{حـء}}$) = ١٠٠°

، ق(∠أهـحـ) = ٢ س − ١٠°

١ احسب : ق($\overset{\frown}{\text{بء}}$)

٢ أوجد : قيمة س

(ب) فى الشكل المقابل :



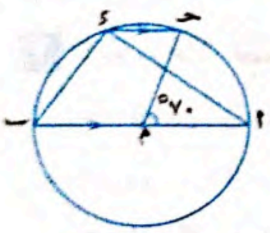
∆أب حـ مرسوم داخل دائرة م فيه : ق(∠ب) = ق(∠حـ)

، س منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{أحـ}}$

أثبت أن : م س = م ص

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



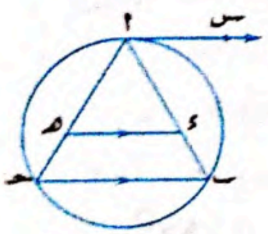
$\overline{\text{أب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{\text{حـء}}$ // $\overline{\text{أب}}$

، ق(∠أ م حـ) = ٧٠°

احسب : ١ ق(∠أءحـ)

٢ ق(∠أبء)

(ب) فى الشكل المقابل :

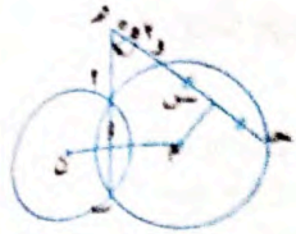


∆أب حـ مرسوم داخل دائرة

، $\overrightarrow{\text{أس}}$ مماس للدائرة ، $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : $\overrightarrow{\text{أس}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ء ، هـ

٤ (أ) في الشكل المقابل :



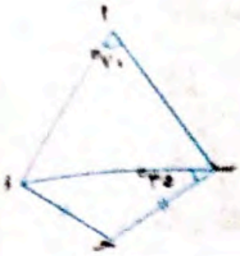
دائرتان م ، ن متقاطعتان في أ ، ب

، هـ ∈ $\overleftrightarrow{ب أ}$ ، $\overline{هـ حـ}$ تقطع الدائرة م في حـ ، و

، س منتصف $\overline{حـ و}$ ، ق (∠ د هـ) = ٥٢°

احسب : ق (∠ س م ء)

(ب) في الشكل المقابل :

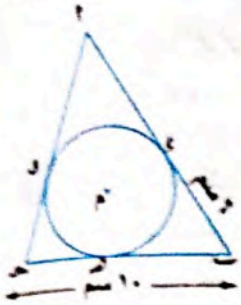


ق (∠ أ) = ٧٠° ، ق (∠ ء ب حـ) = ٣٥°

، حـ ب = حـ ء

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري.

٥ (أ) في الشكل المقابل :



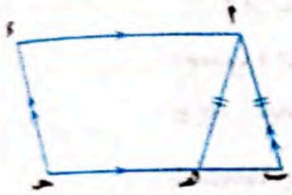
دائرة م تمس أضلاع Δ أ ب حـ من الداخل

في ء ، هـ ، و

إذا كان : ب حـ = ١٠ سم ، ء ب = ٦ سم

احسب : طول $\overline{حـ هـ}$

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، أ ب = أ هـ

أثبت أن : الشكل أ هـ حـ ء رباعي دائري.

٧ محافظة الغربية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في $\frac{1}{٢}$ دائرة يساوى .... °

(أ) ٢٤٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٦٠ (د) ٣٠

٢ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} فإن الدائرتين م ، ن ....

(أ) متباعدتان. (ب) إحداهما داخل الأخرى.

(جـ) متقاطعتان. (د) متماستان من الخارج.

٣ أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع فإن عدد محاور تماثل الضلع $\overline{ب حـ}$ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) صفر

٤ أ ب حـ مثلث فيه : $(أب)^2 + (ب حـ)^2 < (أحـ)^2$ فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) قائمة. (ب) حادة. (جـ) مستقيمة. (د) منفرجة.

٥ .... يكون رباعيًا دائريًا.

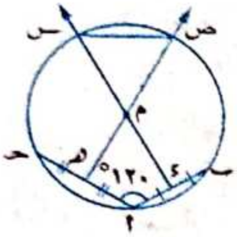
(أ) شبه المنحرف (ب) المعين (جـ) المستطيل (د) متوازي الأضلاع

٦ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحة سطحه .... سم^2.

(أ) ٦٠ (ب) ١٥ (جـ) ٣٠ (د) ١٠

---

٢ (أ) في الشكل المقابل :



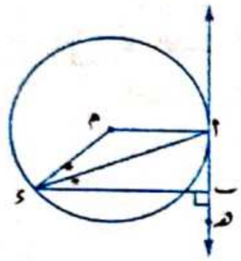
أب ، أحـ وتران في الدائرة م يحصران زاوية قياسها ١٢٠°

، ء ، هـ منتصفا أب ، أحـ على الترتيب

، رسم ءم ، هـم فقطعا الدائرة في س ، ص على الترتيب.

أثبت أن : المثلث س ص م متساوي الأضلاع.

(ب) في الشكل المقابل :



ءأ ينصف ∠ ب ء م

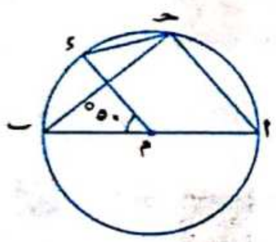
ويقطع الدائرة في أ ، ءب ⊥ أب

أثبت أن :

أب مماس للدائرة م عند أ

---

٣ (أ) في الشكل المقابل :

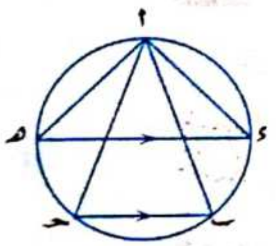


أب قطر في الدائرة م

، ق (∠ ب م ء) = ٥٠°

أوجد : ق (∠ أ حـ ء)

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

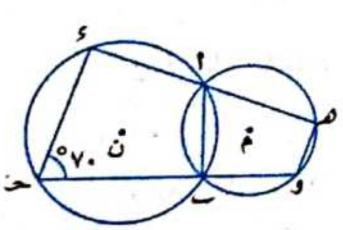
، ء هـ // ب حـ

أثبت أن :

ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ ب أ هـ)

---

٤ (أ) في الشكل المقابل :



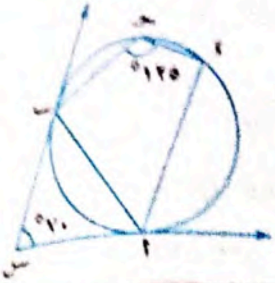
م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، رسم أء يقطع الدائرة م في هـ

، والدائرة ن في ء ، ورسم ب حـ يقطع الدائرة م في و

، والدائرة ن في حـ ، ق (∠ حـ) = ٧٠°

أوجد : ق (∠ و) ، ثم أثبت أن : حـ ء // هـ و



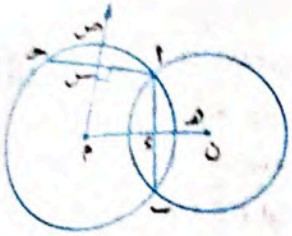
(ب) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{س ا}$ ، $\overleftrightarrow{س ب}$ مماسان للدائرة عند ا ، ب

، ق (∠ ا س ب) = ٧٠°

، ق (∠ ا حـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن : $\overrightarrow{ا ب}$ ينصف ∠ د ا س



٥ (ا) في الشكل المقابل :

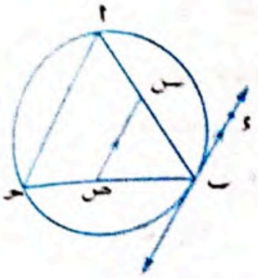
م ، ن دائرتان متقاطعتان في ا ، ب

، رسم $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{ا حـ}$ يقطع $\overline{ا حـ}$ في س

، ويقطع الدائرة م في ص ، ورسم $\overline{م ن}$ يقطع $\overline{ا ب}$ في ء

والدائرة م في هـ ، فإذا كان : ا حـ = ا ب

أثبت أن : س ص = ء هـ



(ب) في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ مماس للدائرة عند ب

، س ∈ $\overline{ا ب}$ ، ص ∈ $\overline{ب حـ}$ حيث $\overline{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ب ء}$

أثبت أن : الشكل ا س ص حـ رباعي دائري.

٨ محافظة الدقهلية

أجب عن الأسئلة الآتية : *(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)*

١ (ا) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] المماسان المرسومان لدائرة من نهايتي قطر فيها ....

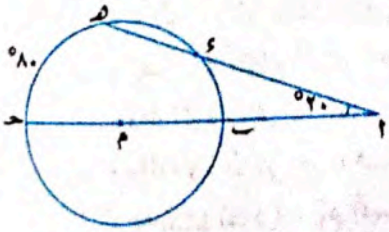
(ا) متوازيان. (ب) متقاطعان. (جـ) متعامدان. (د) منطبقان.

[٢] وتر طوله ٨ سم في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها .... سم.

(ا) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

[٣] قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}$ π نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها ....

(ا) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٢٤٠°



(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{ب حـ}$ قطر في الدائرة م

، ق (∠ ا) = ٢٠° ، ق ($\overset{\frown}{حـ هـ}$) = ٨٠°

أوجد : ق ($\overset{\frown}{ء هـ}$)

٢ **(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ عدد محاور تماثل دائرتين متماستين من الخارج يساوى ....

(أ) صفر. (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى.

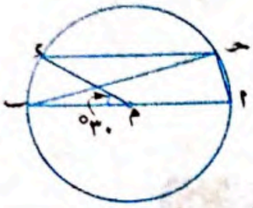
٢ إذا كانت النقطة أ تنتمى لسطح الدائرة م التى طول قطرها ٦ سم فإن : م أ ∈ ....

(أ)]-∞ ، ٦] (ب)]-∞ ، ٣] (جـ) [٠ ، ٣] (د)]٣ ، ∞[

٣ أ ب جـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة فيه : ق (∠ أ) = ٧٠° فإن : ق (⌒ب أ ء) = ...

(أ) ٣٥° (ب) ٥٥° (جـ) ١٤٠° (د) ٢٢٠°

(ب) فى الشكل المقابل :

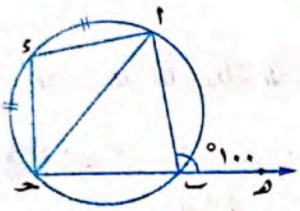


أ ب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ب م ء) = ٣٠°

أوجد : ١ ق (∠ ب جـ ء)

٢ ق (∠ أ جـ ء)

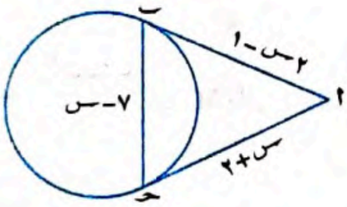
٣ **(أ) فى الشكل المقابل :**



أ ب جـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة ، هـ ∈ جـ ب ، ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠° ، ء منتصف ⌒أ جـ

أوجد : ق (∠ ء أ جـ)

(ب) فى الشكل المقابل :

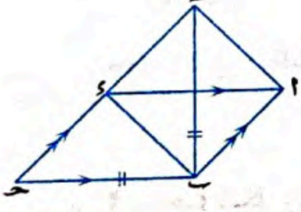


أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة ، أ ب = ٢ س - ١ ، أ جـ = س + ٢ ، ب جـ = ٧ - س

أوجد : ١ قيمة س

٢ محيط △ أ ب جـ

٤ **(أ) فى الشكل المقابل :**

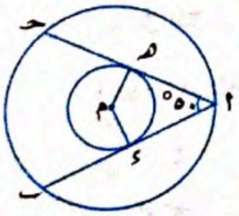


أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ جـ ء ، ب هـ = ب جـ

أثبت أن : ١ الشكل أ ب ء هـ رباعى دائرى.

٢ ق (∠ أ هـ ب) = ق (∠ ء ب جـ)

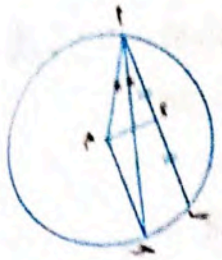
(ب) فى الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز فى م ، أ ب ، أ جـ مماستان للدائرة الصغرى حيث ق (∠ أ) = ٥٠°

١ أوجد : ق (∠ ء م هـ)

٢ أثبت أن : أ ب = أ جـ

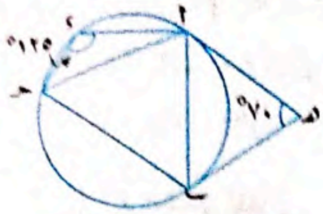


٥ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ وتر فى الدائرة م ، ء منتصف $\overline{أب}$

، $\overrightarrow{أحـ}$ ينصف ∠ ب أ م

أثبت أن : $\overline{ءم} \perp \overline{حـم}$



(ب) فى الشكل المقابل :

$\overrightarrow{هـ أ}$ ، $\overrightarrow{هـ ب}$ مماستان للدائرة عند أ ، ب

، ق(∠ هـ) = ٧٠°

، ق(∠ ء) = ١٢٥°

أثبت أن : [١] أب = أحـ

[٢] $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب هـ

٩ محافظة الإسماعيليـة

أجب عن الأسئلة الآتية : ***(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)***

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] أكبر الأوتار طولاً فى الدائرة يسمى ....

(أ) مماسًا. (ب) قاطعًا. (جـ) قطرًا. (د) قوسًا.

[٢] م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٧ سم ، ١٠ سم فإن : م ن = ... سم.

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٧ (د) ١٧

[٣] الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) مستقيمة. (د) قائمة.

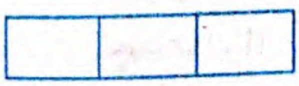
[٤] طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) $\sqrt{٢}$ (د) ٢

[٥] أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق(∠ أ) = ٧٠° فإن : ق(∠ حـ) = ...°

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ١٠ (د) ١١٠

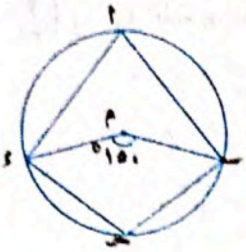
[٦] عدد المستطيلات فى الشكل المقابل يساوى ....



(أ) ٤ (ب) ٥

(جـ) ٦ (د) ٧

٢ **(أ) فى الشكل المقابل :**

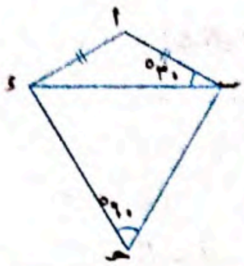


دائرة مركزها م

، ق (∠ ب م ء) = ١٥٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = أ ء

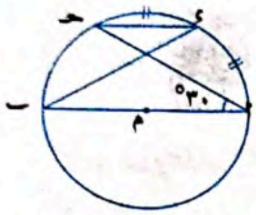
، ق (∠ أ ب ء) = ٣٠°

، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.

---

٣ **(أ) فى الشكل المقابل :**



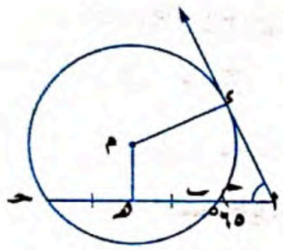
أ ب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ حـ أ ب) = ٣٠°

، ق (⌒ أ ء) = ق (⌒ ء حـ)

١ أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ ء ب)

٢ أثبت أن : ء حـ // أ ب

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ء مماس للدائرة م ، أ حـ تقطع الدائرة م فى ب ، حـ

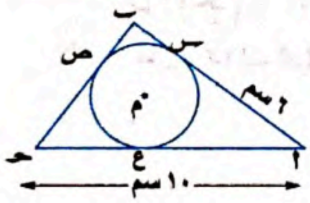
، هـ منتصف ب حـ ، ق (∠ أ) = ٦٥°

أوجد بالبرهان :

ق (∠ ء م هـ)

---

٤ **(أ) فى الشكل المقابل :**



أ ب ، ب حـ ، حـ أ مماسات للدائرة م

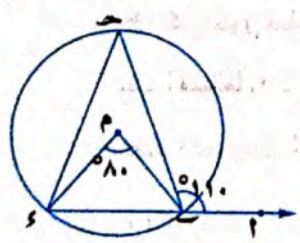
عند س ، ص ، ع على الترتيب

فإذا كان : أ حـ = ١٠ سم ، أ س = ٦ سم

، محيط Δ أ ب حـ = ٢٤ سم

فأوجد : طول أ ب

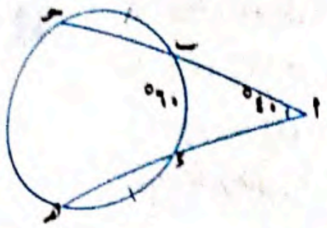
(ب) فى الشكل المقابل :



م دائرة فيها ق (∠ ب م ء) = ٨٠° ، ق (∠ أ ب حـ) = ١١٠°

١ أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ ء ب)

٢ أثبت أن : حـ ب = حـ ء



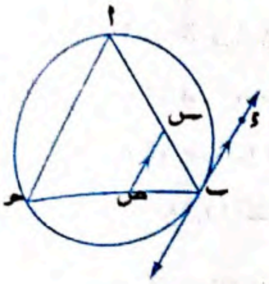
٥ (أ) فى الشكل المقابل :

ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) = ٦٠°

، ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ق ($\overset{\frown}{ء هـ}$)

أوجد : ١ ق ($\overset{\frown}{هـ حـ}$)

٢ ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$)



(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ مماس للدائرة عند ب

، س ∈ $\overline{أ ب}$ ، ص ∈ $\overline{ب حـ}$

حيث $\overline{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ب ء}$

أثبت أن : الشكل أ س ص حـ رباعى دائرى.

١٠ محافظة بورسعيد

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

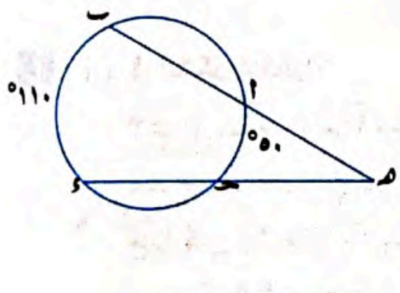
١ دائرة طول نصف قطرها ٧ سم فإن محيطها .... سم.

(أ) ٧ π (ب) ٩ π (جـ) ١٤ π (د) ٤٩ π

٢ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

(أ) مستطيل. (ب) معين. (جـ) شبه منحرف. (د) متوازى أضلاع.

٣ فى الشكل المقابل :



ق ($\overset{\frown}{أ حـ}$) = ٥٠° ، ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) = ١١٠°

فإن : ق (∠ هـ) = ...°

(أ) ٦٠ (ب) ٥٠

(جـ) ٤٠ (د) ٣٠

٤ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

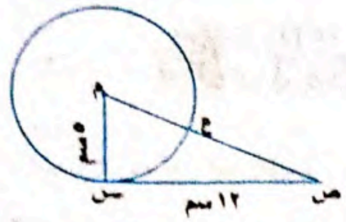
٥ إذا كان طول قطر دائرة ٨ سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم فإن المستقيم ل يكون .... للدائرة.

(أ) قاطعًا. (ب) خارج. (جـ) مماسًا. (د) محور تماثل.

٦ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين هو ....

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٢ (أ) في الشكل المقابل :



دائرة م ، سـ ص قطعة مماسة عند سـ

، م سـ نصف القطر ، م سـ = ٥ سم ، سـ ص = ١٢ سم.

أوجد : طول ص ع

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب ، أ حـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

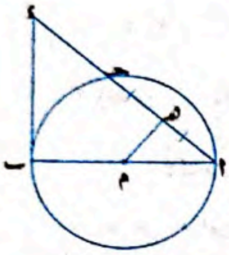
، م ء ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ حـ

اثبت أن : سـ ء = ص هـ

---

٣ (أ) اذكر حالتين يكون فيهما الشكل الرباعي دائريًا.

(ب) في الشكل المقابل :



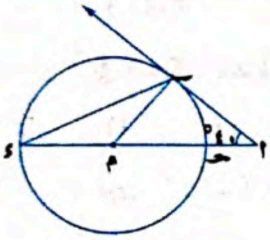
أ ب قطر في الدائرة م

، هـ منتصف أ حـ ، ب ء مماسة للدائرة عند ب

برهن أن : الشكل هـ م ب ء رباعي دائري.

---

٤ (أ) في الشكل المقابل :



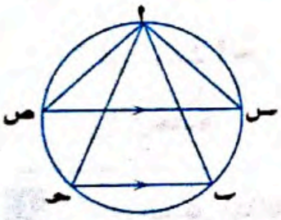
أ نقطة خارج الدائرة م

، أ ب مماس للدائرة عند ب

، أ م قطع الدائرة في حـ ، ء على الترتيب ، ق (∠ أ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب ء حـ)

(ب) في الشكل المقابل :



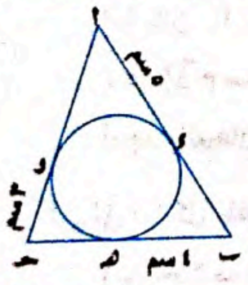
أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، سـ ص // ب حـ

أثبت أن : ق (∠ سـ أ حـ) = ق (∠ ب أ ص)

---

٥ (أ) في الشكل المقابل :



المثلث أ ب حـ مرسوم خارج الدائرة تمس أضلاعه أ ب ، ب حـ ، أ حـ

في ء ، هـ ، و على الترتيب

، أ ء = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم ، حـ و = ٣ سم

أوجد : محيط △ أ ب حـ

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، أ ء مماس للدائرة عند أ

، سـ ∈ أ ب ، ص ∈ أ حـ ، سـ ص // ب حـ

أثبت أن : أ ء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، سـ ، ص

١١ محافظة دمياط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الزاوية التى قياسها ٢٠° تتمم زاوية قياسها ....°

(أ) ٢٠ (ب) ٤٠ (جـ) ٧٠ (د) ١٦٠

٢ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٧ سم فإن : م ن = ... سم.

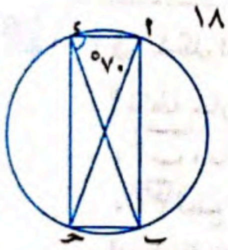
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٠

٣ القطران متعامدان وغير متساويين فى الطول فى ....

(أ) المعين. (ب) شبه المنحرف. (جـ) المربع. (د) متوازى الأضلاع.

٤ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....°

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٨٠



٥ فى الشكل المقابل :

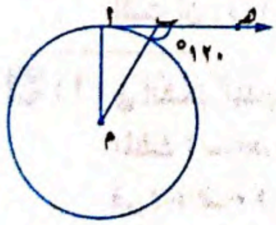
إذا كان : ق(∠ د ء ب) = ٧٠°

فإن : ق(∠ أ جـ ب) = ...°

(أ) ٣٥ (ب) ٧٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٤٠

٦ فى المثلث أ ب جـ إذا كان : $(أب)^2 = (أجـ)^2 + (جـب)^2 + ٣$ فإن زاوية جـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

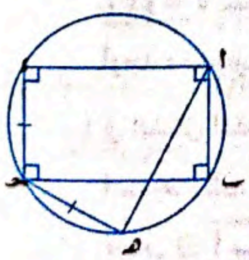


٢ (أ) فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ مماسًا للدائرة م عند أ

، ق(∠ م ب هـ) = ١٢٠°

أوجد بالبرهان : ق(∠ أ م ب)



(ب) فى الشكل المقابل :

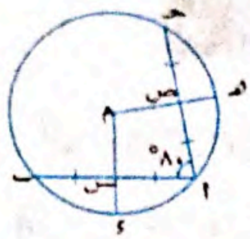
أ ب جـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة ، رسم الوتر $\overline{جـهـ}$

بحيث جـ هـ = جـ ء

اثبت أن :

١ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{جـهـ}$) ٢ أ هـ = ب جـ

٣ (أ) في الشكل المقابل :



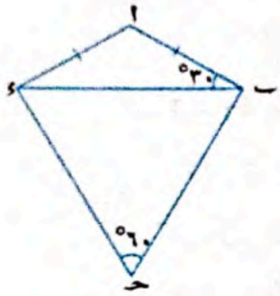
أب ، أحـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، س منتصف أب ، ص منتصف أحـ ، ق (∠ ب أ حـ) = ٨٠°

١ احسب : ق (∠ ء م هـ)

٢ أثبت أن : س ء = ص هـ

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : أ ب = أ ء

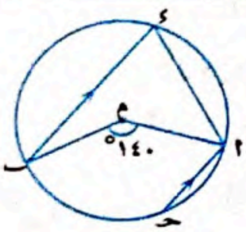
، ق (∠ أ ب ء) = ٣٠°

، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أثبت أن :

الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري.

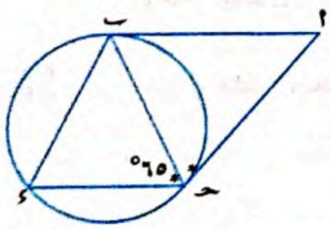
٤ (أ) في الشكل المقابل :



حـ أ // ب ء ، ق (∠ أ م ب) = ١٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ أ ء)

(ب) في الشكل المقابل :



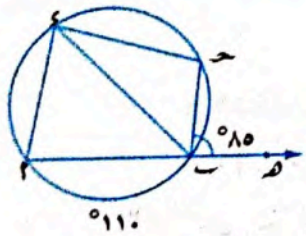
أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

، $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ينصف ∠ أ حـ ء

، ق (∠ ب حـ ء) = ٦٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ) ، ق (∠ ء)

٥ (أ) في الشكل المقابل :

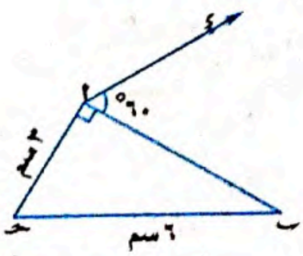


هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، هـ ∉ أب

، ق (أب⌒) = ١١٠° ، ق (∠ حـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد بالبرهان : ١ ق (∠ أ ء ب) ٢ ق (∠ ب ء حـ)

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

، أ حـ = ٣ سم ، ب حـ = ٦ سم ، ق (∠ ء أ ب) = ٦٠°

أثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة التي تمر برؤوس المثلث أ ب حـ

١٢ محافظة كفر الشيخ

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ (أ) **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ قياس القوس الذى يمثل نصف قياس الدائرة يساوى ....°

(أ) ٣٦٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٩٠

٢ أ ب حـ مثلث فيه : (أحـ)^{2} > (أب)^{2} + (ب حـ)^{2} فإن : ∠ أ ب حـ تكون ....

(أ) منفرجة. (ب) حادة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

٣ م ، ن دائرتان متقاطعتان فى نقطتين طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٥ سم

فإن : م ن ∈ ....

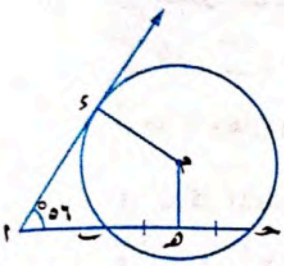
(أ)]٨ ، ∞[(ب)]٢ ، ∞[(جـ)]٠ ، ٢[(د)]٢ ، ٨[

(ب) **فى الشكل المقابل :**

$\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة م عند ء ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ يقطع الدائرة م عند ب ، حـ

، ق(∠ أ) = ٥٦° ، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$

أوجد بالبرهان : ق(∠ ء م هـ)



---

٢ (أ) **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....

(أ) ٤٥° (ب) ١٢٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٨٠°

٢ مكعب مساحته الجانبية ٣٦ سم^{2} تكون مساحته الكلية .... سم^{2}.

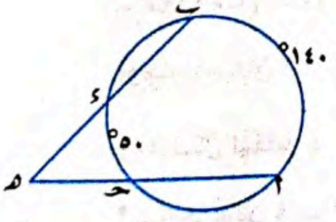
(أ) ١٨ (ب) ٥٤ (جـ) ٨١ (د) ٢١٦

٣ فى الشكل المقابل :

ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١٤٠°

، ق($\overset{\frown}{حـ ء}$) = ٥٠°

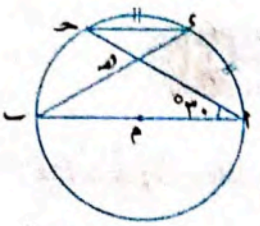
فإن : ق(∠ هـ) = ...



(أ) ٤٥° (ب) ١٢٠°

(جـ) ٩٥° (د) ٥٥°

(ب) فى الشكل المقابل :



أب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ حـ أ ب) = °٣٠

، ء منتصف ⌒أحـ ، ءب ∩ أحـ = {هـ}

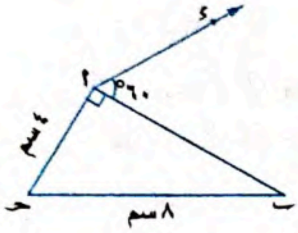
١ أوجد : ق (⌒أ ء)

٢ أثبت أن : أب // حـ ء

---

٣ (أ) دائرتان متحدتا المركز م ، رسم الوتران أب ، أحـ فى الدائرة الكبرى ويمسان الدائرة الصغرى عند س ، ص أثبت أن : أب = أحـ

(ب) فى الشكل المقابل :



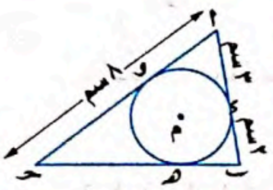
أب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب أ حـ) = °٩٠

، ب حـ = ٨ سم ، أحـ = ٤ سم ، ق (∠ ب أ ء) = °٦٠

أثبت أن : أء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، حـ

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

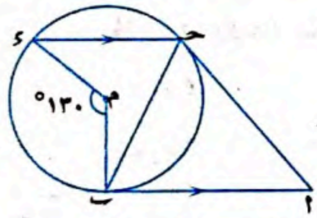


م دائرة داخلة للمثلث أب حـ تمس أضلاعه عند ء ، هـ ، و

إذا كان : ب ء = ٢ سم ، أء = ٣ سم ، أحـ = ٨ سم

أوجد بالبرهان : طول ب حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م ، أب // حـ ء

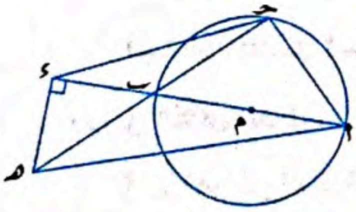
، ق (∠ ب م ء) = °١٣٠

أوجد : ق (∠ أ)

---

٥ (أ) اذكر حالتين يكون فيهما الشكل الرباعى دائريًا.

(ب) فى الشكل المقابل :



أب قطر فى الدائرة م ، ء ∈ أب ، رُسم ءهـ ⊥ أب

، حـ ∈ ⌒أب حيث حـ ب ∩ ءهـ = {هـ}

١ أوجد : ق (∠ أ حـ ب)

٢ أثبت أن : الشكل أحـ ء هـ رباعى دائرى.

١٣ محافظة بنى سويف

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....°

(أ) ٥٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٨٠

٢ الزاوية التى قياسها ٥٠° تتمم زاوية قياسها ....°

(أ) ٣١٠ (ب) ١٣٠ (جـ) ٥٠ (د) ٤٠

٣ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٧ سم ، ١٢ سم فإن : م ن = ... سم.

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٩

٤ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) صفر

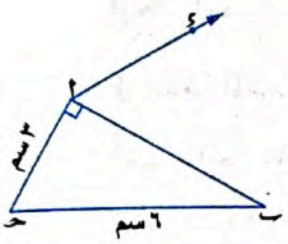
٥ معين مساحة سطحه ٣٠ سم^2 وطول أحد قطريه ١٢ سم فإن طول القطر الآخر .... سم.

(أ) ٥ (ب) ١٢ (جـ) ١٨ (د) ٢١

٦ فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{اء}$ مماس للدائرة المارة برؤوس △ ا ب حـ

فإن : ق (∠ ء ا ب) = ...°



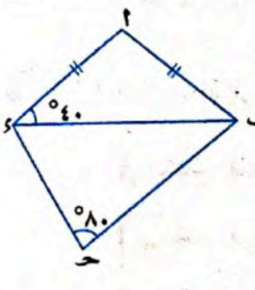
(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

ا ب = ا ء ، ق (∠ ا ء ب) = ٤٠°

، ق (∠ ب حـ ء) = ٨٠°

أثبت أن : الشكل ا ب حـ ء رباعى دائرى.

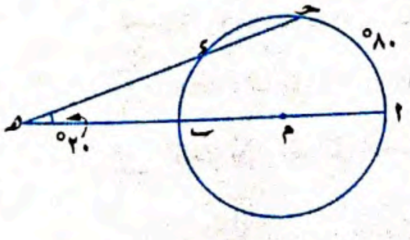


(ب) فى الشكل المقابل :

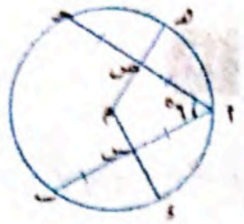
$\overline{اب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{اب}$ ∩ $\overleftrightarrow{حـء}$ = {هـ}

، ق ($\overset{\frown}{احـ}$) = ٨٠° ، ق (∠ ا هـ حـ) = ٢٠°

أوجد : ق ($\overset{\frown}{ءحـ}$)



٣ **(أ) في الشكل المقابل :**



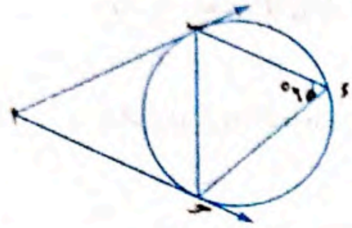
أب ، أجـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، س منتصف أب ، ص منتصف أجـ

، ق (∠ جـ أ ب) = ٦٠°

١ أوجد : ق (∠ ء م هـ)   **٢** أثبت أن : س ء = ص هـ

(ب) في الشكل المقابل :



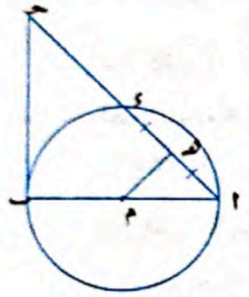
أب ، أجـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

، ق (∠ ب ء جـ) = ٦٥°

أوجد : ق (∠ ب أ جـ)

---

٤ **(أ) في الشكل المقابل :**



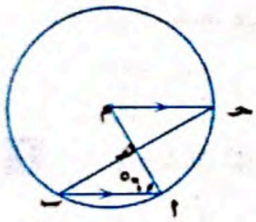
أب قطر في الدائرة م

، ب جـ مماسة لها عند ب

، هـ منتصف أء

أثبت أن : الشكل هـ م ب جـ رباعي دائري.

(ب) في الشكل المقابل :



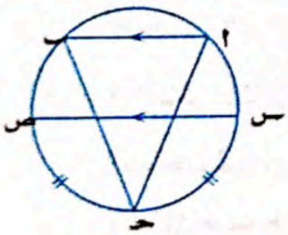
أب وتر في الدائرة م ، م جـ // أب

، ب جـ ∩ م أ = {هـ} ، ق (∠ أ) = ٦٠°

أوجد : ق (∠ ب)

---

٥ **(أ) في الشكل المقابل :**

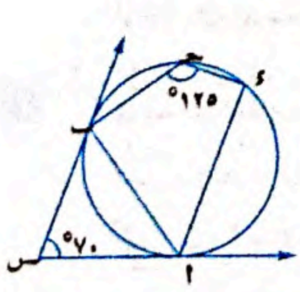


أب ، س ص وتران متوازيان في الدائرة

، ق (س جـ⌒) = ق (ص جـ⌒)

أثبت أن : أ جـ = ب جـ

(ب) في الشكل المقابل :



س أ ، س ب مماسان للدائرة عند أ ، ب

، ق (∠ أ س ب) = ٧٠° ، ق (∠ ء جـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن : أب ينصف ∠ ء أ س

١٤ محافظة المنيا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى .... سم^{٢}

(أ) ٢ (ب) ١٤ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٢ قياس الزاوية المحيطية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس.

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

٣ ∠ أ ، ∠ ب زاويتان متتامتان ، فإذا كان : ق (∠ أ) = ٤٠° فإن : ق (∠ ب) = ...°

(أ) ٣٦٠ (ب) ١٤٠ (جـ) ٦٠ (د) ٥٠

٤ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج وطولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن : م ن = ... سم.

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٨ (د) ٢

٥ إذا كان : أ ب جـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا فإن : ق (∠ ب أ جـ) = ق (∠ ....)

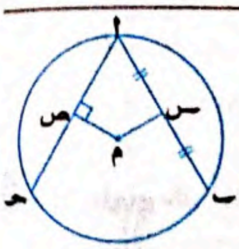
(أ) ب جـ أ (ب) ء ب أ (جـ) ب ء جـ (د) أ جـ ء

٦ Δ أ ب جـ فيه : (أ جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فإن زاوية ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

---

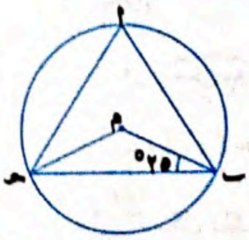
٢ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب = أ جـ ، س منتصف $\overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$

أثبت أن : م س = م ص

(ب) فى الشكل المقابل :



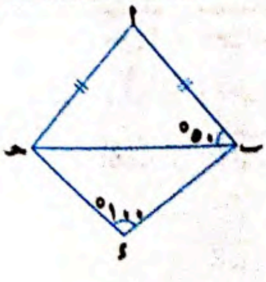
أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، ق (∠ م ب جـ) = ٢٥°

أوجد : ق (∠ ب أ جـ)

---

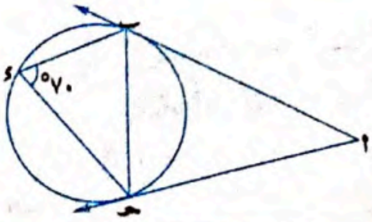
٣ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب = أ جـ ، ق (∠ ء) = ١٠٠° ، ق (∠ أ ب جـ) = ٥٠°

أثبت أن : أ ب ء جـ رباعى دائرى.

(ب) فى الشكل المقابل :

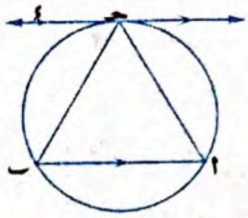


أب ، أحـ مماسان للدائرة عند ب ، حـ ، ق (∠ء) = ٧٠°

أوجد : ق (∠أ)

---

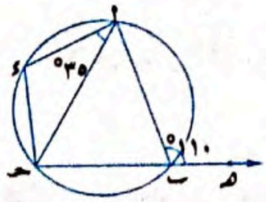
٤ (أ) فى الشكل المقابل :



حـء مماس للدائرة عند حـ ، حـء // أب

أثبت أن : أحـ = ب حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



ق (∠أب هـ) = ١١٠°

، ق (∠حـ أ ء) = ٣٥°

أثبت أن : ق (⌒أء) = ق (⌒ءحـ)

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



هـ أ = هـ ء

أثبت أن : هـ ب = هـ حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



أب ، أحـ وتران فى دائرة

، ق (∠أ) = ٥٠°

أوجد : ق (∠ب م حـ) المنعكسة.

١٥ محافظة أسيـوط

أجب عن الأسئلة الآتية : *(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)*

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٣ سم ، ٤ سم فإن مساحته .... سم².

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٢ (د) ٦

٢ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

٣ إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع ، ق (د أ) = ٥٠° ، ق (د ب) = ٦٠°

فإن : ق (د ع) = ...°

(أ) ١١٠ (ب) ٧٠ (جـ) ٦٠ (د) ٥٠

٤ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٥ سم

فإن : م ن = ... سم.

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٨

٥ إذا كانت النسبة بين محيطى مربعين ١ : ٣ فإن النسبة بين مساحتيهما ....

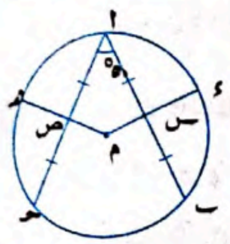
(أ) ١ : ٣ (ب) ٣ : ١ (جـ) ٩ : ١ (د) ١ : ٩

٦ إذا كان : أ ب حـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا فإن : ق (د أ) + ق (د حـ) − ٨٠° = ...°

(أ) ٦٠ (ب) ٨٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٨٠

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

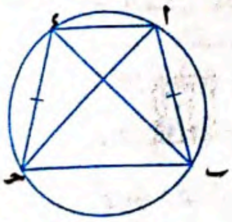
، س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

، ق (د حـ أ ب) = ٥٠°

١ أوجد بالبرهان : ق (د ء م هـ)

٢ أثبت أن : س ء = ص هـ

(ب) فى الشكل المقابل :

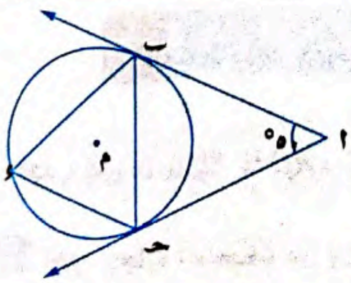


أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة فيه أ ب = ء حـ

أثبت أن : أ حـ = ب ء

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



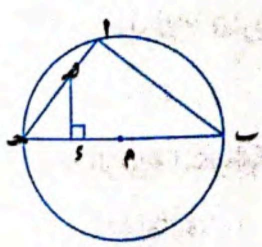
$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ مماسان للدائرة م عند ب ، حـ

، ق (د أ) = ٥٠°

أوجد بالبرهان :

ق (د ب ء حـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{ب حـ}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{\text{هـ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : ١ الشكل أ ب ء هـ رباعى دائرى.

٢ ق (د حـ هـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق $(\overset{\frown}{\text{أ حـ}})$

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

م دائرة ، م ء = م هـ ، ء منتصف $\overline{أب}$

، $\overline{مهـ} \perp \overline{أحـ}$ ، ق(∠أب حـ) = ٦٥°

أوجد بالبرهان : ق(∠ب أ حـ)

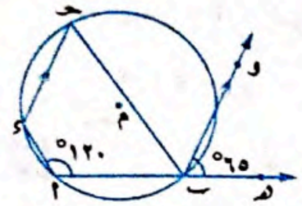


(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة م

، $\overleftrightarrow{ب و}$ // $\overleftrightarrow{ء حـ}$ ، ق(∠هـ ب و) = ٦٥° ، ق(∠ب أ ء) = ١٢٠°

أوجد بالبرهان : ق(∠أ ء حـ)

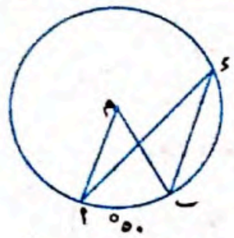


٥ (أ) فى الشكل المقابل :

ق($\overset{\frown}{أب}$) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : ١ ق(∠أ ء ب)

٢ ق($\overset{\frown}{أ ء ب}$)



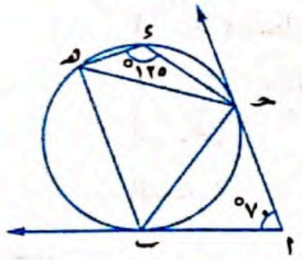
(ب) فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ على الترتيب

، ق(∠أ) = ٧٠° ، ق(∠حـ ء هـ) = ١٢٥°

أثبت أن : ١ حـ ب = حـ هـ

٢ $\overrightarrow{ب حـ}$ ينصف ∠أ ب هـ



١٦ محافظة سوهاج

أجب عن الأسئلة الآتية : *(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)*

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين ....

(أ) متساويتان فى القياس.　(ب) متكاملتان.

(جـ) متبادلتان.　(د) متتامتان.

٢ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر.

(أ) $\frac{١}{٢}$　(ب) $\frac{١}{٣}$　(جـ) $\frac{١}{٤}$　(د) ٢

٣ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون ....

(أ) حادة.　(ب) مستقيمة.　(جـ) قائمة.　(د) منفرجة.

٤ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن مساحته .... سم^2

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٤ (د) ١٢

٥ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....°

(أ) ٦٠ (ب) ١٠٨ (جـ) ١٢٠ (د) ١٣٥

٦ عدد الدوائر المارة بثلاث نقط على استقامة واحدة هو ....

(أ) لا نهائى. (ب) اثنان. (جـ) واحد. (د) صفر.

---

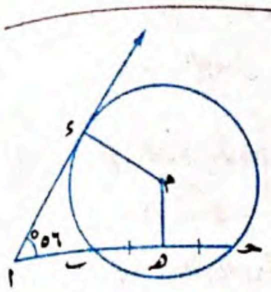
٢ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة م ، $\overrightarrow{أ حـ}$ يقطع الدائرة م فى ب ، حـ

، ق (∠ أ) = ٥٦°

، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)



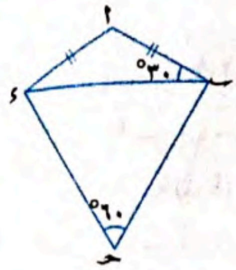
(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = أ ء

، ق (∠ أ ب ء) = ٣٠° ، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أثبت أن :

الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.



---

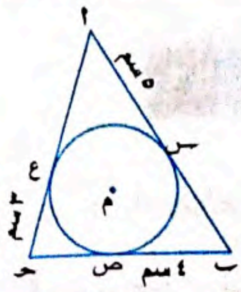
٣ (أ) فى الشكل المقابل :

المثلث أ ب حـ مرسوم خارج الدائرة م

التى تمس أضلاعه $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ حـ}$ فى س ، ص ، ع على الترتيب

فإذا كان : أ س = ٥ سم ، ب ص = ٤ سم ، حـ ع = ٣ سم

فأوجد : محيط المثلث أ ب حـ

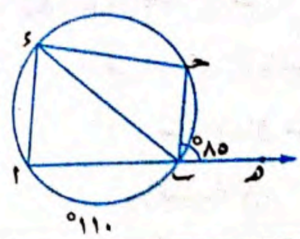


(ب) فى الشكل المقابل :

هـ ∈ $\overrightarrow{أ ب}$ ، هـ ∉ $\overline{أ ب}$ ، ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) = ١١٠°

، ق (∠ حـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد : ق (∠ ب ء حـ)



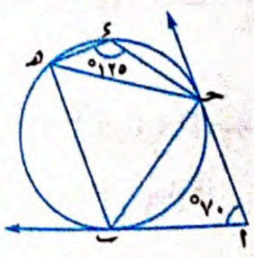
---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أ ب}$ ، $\overleftrightarrow{أ حـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ على الترتيب

، ق (∠ أ) = ٧٠° ، ق (∠ حـ ء هـ) = ١٢٥°

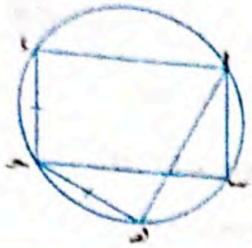
أثبت أن : حـ ب = حـ هـ



(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب ح ء مستطيل مرسوم داخل دائرة ، رسم الوتر $\overline{\text{ح هـ}}$ بحيث $\text{ح هـ} = \text{ح ء}$

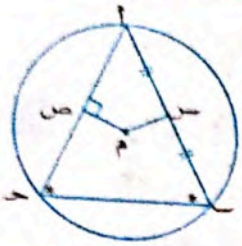
أثبت أن : $\text{أ هـ} = \text{ب ح}$



٥ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث مرسوم داخل دائرة م فيه $ق(\angle \text{ب}) = ق(\angle \text{ح})$ ، س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{م ص}} \perp \overline{\text{أ ح}}$

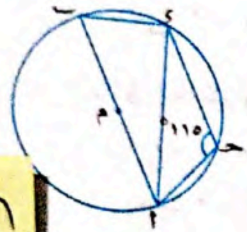
أثبت أن : $\text{م س} = \text{م ص}$



(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، $ق(\angle \text{أ ح ء}) = ١١٥°$

أوجد بالبرهان : $ق(\angle \text{ء أ ب})$



١٧ محافظة قنا

محافظة قنا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ طول نصف الدائرة يساوى ....

(أ) π نق (ب) $١٨٠°$ (جـ) $\frac{١}{٢} \pi$ نق (د) ٢π نق

٢ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوى ....°

(أ) ١٨٠ (ب) ٣٦٠ (جـ) ٥٤٠ (د) ٧٢٠

٣ .... هو معين إحدى زواياه قائمة.

(أ) المستطيل (ب) المربع (جـ) متوازى الأضلاع (د) شبه المنحرف

٤ قياس الزاوية المحيطية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

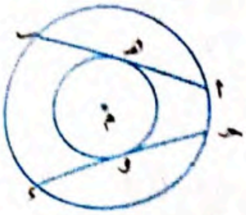
٥ قياس الزاوية الخارجة عند رأس المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....°

(أ) ٩٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٦٠

٦ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ (أ) ارسم أب حيث أب = ٥ سم ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يكون طول نصف قطرها ٣ سم باستخدام أدواتك الهندسية ، كم عدد الدوائر ؟ (لا تمح الأقواس)



(ب) في الشكل المقابل :

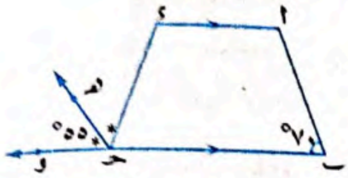
دائرتان متحدتا المركز م ، أب ، حـ ء

وتران في الدائرة الكبرى يمسان الصغرى عند هـ ، و

برهن أن : أب = حـ ء

---

٣ (أ) **في الشكل المقابل :**

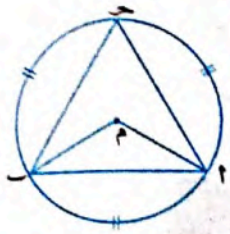


أء // بحـ ، و ∈ بحـ ، حـ هـ ينصف ∠ ء حـ و

، ق (∠ ب) = ٧٠° ، ق (∠ هـ حـ و) = ٥٥°

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري.

(ب) في الشكل المقابل :



أ ، ب ، حـ ثلاث نقط تقع على الدائرة م

بحيث ق (أب⌒) = ق (ب حـ⌒) = ق (أ حـ⌒)

١ أوجد بالبرهان : ق (∠ أ ب م)

٢ أثبت أن : Δ أ ب حـ متساوي الأضلاع.

---

٤ (أ) **في الشكل المقابل :**

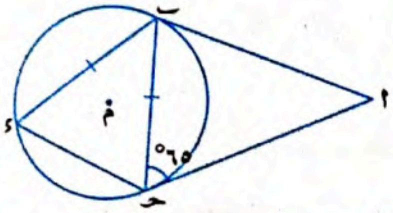


أحـ ، ب ء وتران في الدائرة م

، أحـ ∩ ب ء = {هـ} ، ق (∠ أ هـ ء) = ١١٠° ، ق (∠ ب) = ٨٠°

أوجد بالبرهان : ق (أ ء⌒) ، ق (∠ ء)

(ب) في الشكل المقابل :



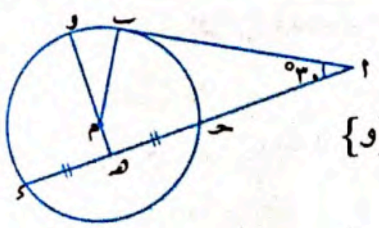
أب ، أحـ مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

، ق (∠ أ حـ ب) = ٦٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ) ، ق (∠ ء)

---

٥ (أ) **في الشكل المقابل :**



أب مماسة للدائرة عند ب ، ء حـ وتر في الدائرة م

، ء حـ ∩ أب = {أ} ، هـ منتصف حـ ء ، هـ م ∩ الدائرة م = {و}

، ق (∠ أ) = ٣٠°

١ أثبت أن : الشكل أ ب م هـ رباعي دائري.

٢ أوجد : ق (ب و⌒)

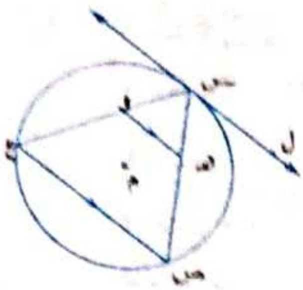
(ب) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{ل س}$ مماس للدائرة عند س

، $\overline{هـ و}$ // $\overline{ص ع}$

حيث $\overline{ص ع}$ وتر في الدائرة م

أثبت أن : $\overleftrightarrow{س ل}$ مماس للدائرة المارة بالنقط س ، هـ ، و



١٨ محافظة الأقصر

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ دائرة طول قطرها ٨ سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم فإن ل يكون .... للدائرة.

(أ) قاطعًا (ب) مماسًا (جـ) خارج (د) محور تماثل

٢ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة يساوي ....

(أ) °٤٥ (ب) °٩٠ (جـ) °١٢٠ (د) °١٣٥

٣ المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة يكونان ....

(أ) متوازيين. (ب) متعامدين. (جـ) متقاطعين. (د) منطبقين.

٤ مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة واحدة يساوي ....

(أ) °٦٣٠ (ب) °٣٦٠ (جـ) °٦٠٣ (د) °٣٠٦

٥ مربع مساحته ٢٥ سم² يكون محيطه .... سم.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

٦ مكملة الزاوية التي قياسها °٦٠ هي زاوية قياسها .... °

(أ) ٣٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٨٠

---

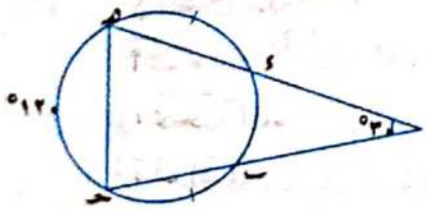
٢ (أ) في الشكل المقابل :

ق(∠أ) = °٣٠ ، ق($\frown{جـ هـ}$) = °١٢٠

، ق($\frown{ب جـ}$) = ق($\frown{ء هـ}$)

١ أوجد : ق($\frown{ب ء}$) الأصغر.

٢ أثبت أن : أ ب = أ ء



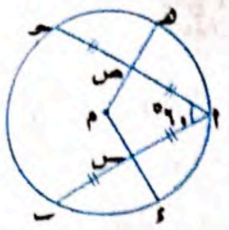
(ب) في الشكل المقابل :

أب = أحـ ، س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أحـ}$

، ق (∠ أ) = ٦٠° ، م مركز الدائرة

[١] أوجد : ق (∠ ء م هـ)

[٢] اثبت أن : س ء = ص هـ

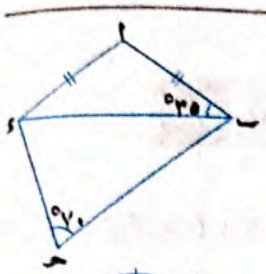


[٣] (أ) في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : أب = أ ء

، ق (∠ أ ب ء) = ٣٥° ، ق (∠ حـ) = ٧٠°

اثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري.

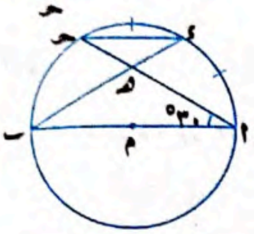


(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، ق (∠ حـ أ ب) = ٣٠°

، ء منتصف $\overset{\frown}{أحـ}$

أوجد : [١] ق (∠ ب ء حـ) [٢] ق ($\overset{\frown}{أ ء}$)



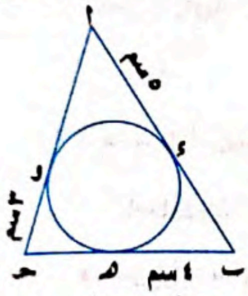
[٤] (أ) في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ مرسوم خارج دائرة تمس أضلاعه $\overline{أب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أحـ}$

في ء ، هـ ، و على الترتيب

فإذا كان : أ ء = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم ، حـ و = ٣ سم

أوجد : محيط Δ أ ب حـ

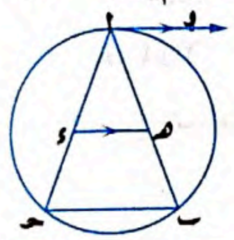


(ب) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أو}$ مماس للدائرة عند أ ، $\overleftrightarrow{أو}$ // $\overline{ء هـ}$

برهن أن :

الشكل ء هـ ب حـ رباعي دائري.

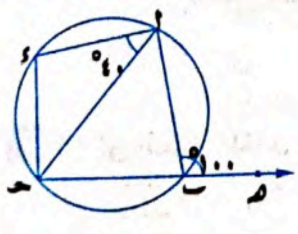


[٥] (أ) في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ، ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠°

، ق (∠ حـ أ ء) = ٤٠°

اثبت أن : ق ($\overset{\frown}{أ ء}$) = ق ($\overset{\frown}{حـ ء}$)

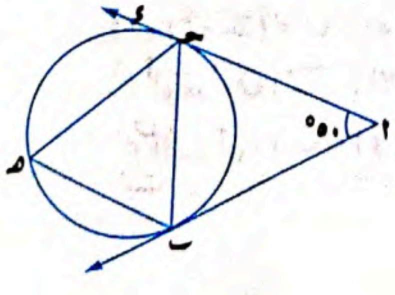


(ب) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق (∠ أ) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب هـ حـ)



١٩ محافظة أسوان

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة المربع الذى طول ضلعه ٦ سم تساوى .... سم^2

(أ) ١٢ (ب) ٢٤ (جـ) ٣٦ (د) ٦٠

٢ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٥ سم

فإن : م ن = ... سم

(أ) ٥ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) ٣

٣ الزاوية التى قياسها ٥٠° تتمم زاوية قياسها .... °

(أ) ٤٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٨٠

٤ أ ب جـ ء شكل رباعى دائرى ، فإذا كان : ق (∠ أ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ جـ)

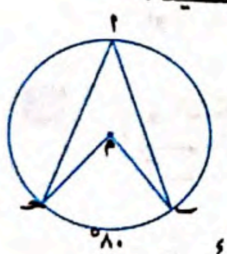
فإن : ق (∠ أ) = ... °

(أ) ٩٠ (ب) ٨٠ (جـ) ٦٠ (د) ٥٠

٥ فى Δ أ ب جـ إذا كان : (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن : ∠ ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٦ فى الشكل المقابل :



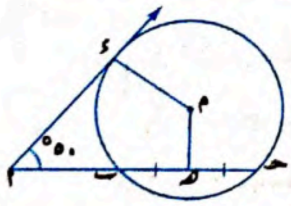
فى الدائرة م إذا كان : ق ($\frown{ب جـ}$) = ٨٠°

فإن : ق (∠ أ) = ...°

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٠

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة م عند ء ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ يقطع الدائرة م فى ب ، جـ

، ق (∠ أ) = ٥٠° ، هـ منتصف $\overline{ب جـ}$

أوجد : ق (∠ ء م هـ)

(ب) فى الشكل المقابل :

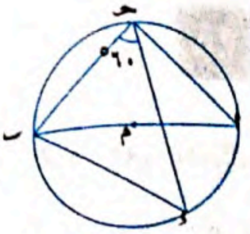


Δ أ ب جـ مرسوم داخل الدائرة م

، ق (∠ ب) = ق (∠ جـ) ، س منتصف $\overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$

أثبت أن : م س = م ص

٣ (أ) في الشكل المقابل :

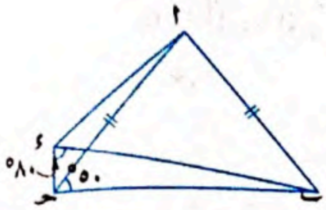


$\overline{\text{أب}}$ قطر في الدائرة م

، ق(∠ ء حـ ب) = ٦٠°

أوجد : ق(∠ أ ب ء)

(ب) في الشكل المقابل :



أب = أحـ ، ق(∠ ب ء حـ) = ٨٠°

، ق(∠ أ حـ ب) = ٥٠°

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري.

---

٤ (أ) في الشكل المقابل :

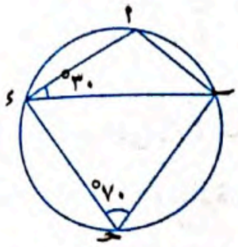


Δ أ ب حـ مرسوم داخل الدائرة م ، ق(∠ أ) = ٣٠°

١ **أوجد :** ق(∠ ب م حـ)

٢ **أثبت أن :** Δ م ب حـ متساوي الأضلاع.

(ب) في الشكل المقابل :



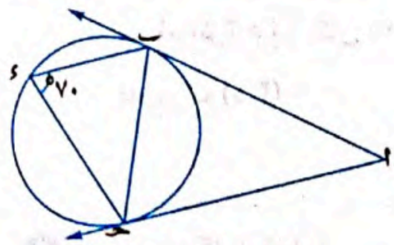
ق(∠ أ ء ب) = ٣٠°

، ق(∠ حـ) = ٧٠°

أوجد : ق(∠ أ ب ء)

---

٥ (أ) في الشكل المقابل :

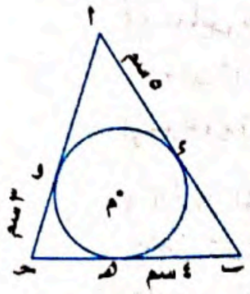


$\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق(∠ ب ء حـ) = ٧٠°

أوجد : ق(∠ أ)

(ب) في الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ مرسوم خارج الدائرة م التي تمس أضلاعه

$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$ في ء ، هـ ، و على الترتيب

، أء = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم ، حـ و = ٣ سم

أوجد : محيط Δ أ ب حـ

٢٠ محافظة جنوب سيناء

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....°

(أ) ٤٥ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٨٠

[٢] الزاوية المماسية تكون محصورة بين ....

(أ) وترين. (ب) مماسين. (جـ) وتر ومماس. (د) وتر وقطر.

[٣] أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، ق (∠ أ) = ١٢٠° فإن : ق (∠ حـ) = ...°

(أ) ٦٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٨٠

[٤] م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما على الترتيب ٥ سم ، ٩ سم فإن : م ن = ... سم

(أ) ١٤ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٩

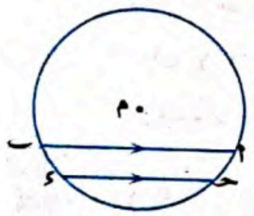
[٥] عدد محاور التماثل لأى دائرة يكون ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) عدد غير منته. (د) ٣

[٦] فى الشكل المقابل :

دائرة مركزها م فيها : $\overline{أب} // \overline{حـء}$

فإن : ....



(أ) ق ($\overset{\frown}{أحـ}$) = ق ($\overset{\frown}{بء}$) (ب) أ ب = حـ ء

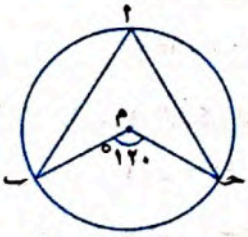
(جـ) $\overline{أحـ} // \overline{بء}$ (د) ق ($\overset{\frown}{أحـ}$) > ق ($\overset{\frown}{بء}$)

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

ق (∠ حـ م ب) = ١٢٠°

أوجد : ق (∠ ب أ حـ)



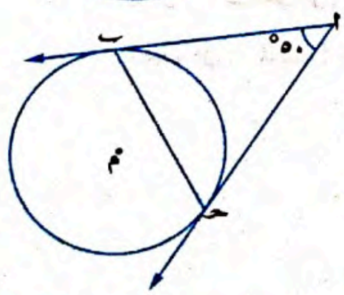
(ب) فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة م

، ق (∠ ب أ حـ) = ٥٠°

أوجد : [١] ق (∠ أ ب حـ)

[٢] ق (∠ أ حـ ب)



٣ (أ) فى الشكل المقابل :

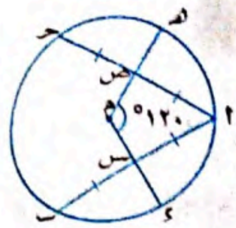
أب ، أحـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، س منتصف أب ، ص منتصف أحـ

، ق(∠ هـ م ء) = ١٢٠°

١ أوجد : ق(∠ ب أ حـ)

٢ أثبت أن : ء س = هـ ص

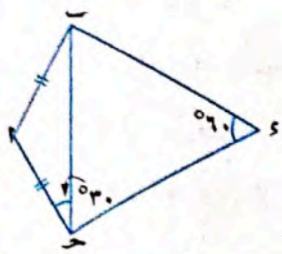


(ب) فى الشكل المقابل :

أب = أحـ ، ق(∠ ب ء حـ) = ٦٠°

، ق(∠ أ حـ ب) = ٣٠°

أثبت أن : أ ب ء حـ رباعى دائرى.



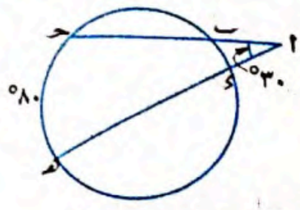
---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

ق(⌒حـ هـ) = ٨٠°

، ق(∠ حـ أ هـ) = ٣٠°

أوجد : ق(⌒ب ء)

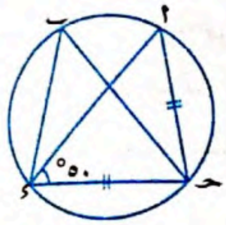


(ب) فى الشكل المقابل :

أحـ = حـ ء

، ق(∠ أ ء حـ) = ٥٠°

أوجد : ق(∠ حـ ب ء)



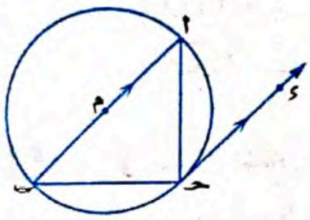
---

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

أب قطر فى الدائرة م

، حـ ء مماس للدائرة عند حـ ، حـ ء // أب

أوجد : ق(∠ أ ب حـ) بالدرجات.



(ب) فى الشكل المقابل :

أب = أء ، هـ ∈ ء حـ

، ق(∠ ب حـ هـ) = ٦٠°

أثبت أن : المثلث أ ب ء متساوى الأضلاع.

